

离散交通流模型的反馈线性化与拥堵控制*

房雅灵, 史忠科

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710072)

摘要: 在自动化高速公路环境下,提出一种改进的宏观离散交通流模型密度控制方法.利用反馈线性化方法,将宏观离散交通流模型转换为一般容易处理的线性系统模型,简化了密度控制器的设计.利用线性系统中具有输入变换的跟踪反馈控制方法,对线性化后的系统模型设计控制律.通过控制该线性系统的状态变量,间接稳定离散交通流模型中的交通流密度,达到对道路交通流拥堵的控制.同时给出设计方法和步骤,仿真实例说明了方法的实用性.

关键词: 城市交通; 拥堵控制; 反馈线性化; 高速公路离散模型; 微分几何理论

中图分类号: U491; O231 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.05.003

引言

交通流模型是描述交通速度、密度和流量三者之间关系的数学结构.交通的最优控制、交通状况仿真、事件的检测,拥堵预防等都需要以交通流模型为基础.交通拥堵,大多是由人为或客观等因素导致的扰动沿着车流向上游传播引起的.若能使小扰动在传播过程中,逐渐缩小并消失,最终控制在一定的小范围内,就可以使系统中的车辆畅行.

当前自动化高速公路系统的研究工作^[1-7],大多还是在宏观控制的范畴内.自动化高速公路系统,根据道路交通状态,为车辆提供适当的反馈控制指令.也就是计算机控制取代人为驾驶,降低随机性,使交通流趋于稳定和有序.最早 Chien 等^[3]利用反演积分法对高速公路宏观交通流模型设计速度控制器,通过联立一个方程组,求取矩阵的逆,求得最终解,使路段上的交通流密度趋于稳定.后续学者^[6-7]分别运用 backstepping 方法和变结构控制方法,使交通拥堵得到一定改善.目前的研究大多使交通流密度和速度趋于某一定值,但由于匝道流入和流出使交通流具有不确定性.在控制时,并不能使交通流整体稳定于某一固定值.已有的研究还都停留在最初非线性模型基础上,非线性模型的控制方法仍有一定局限性.

精确反馈线性化,是一种有效处理非线性系统控制器设计问题的方法.近几年,有将其应用于电机控制系统、机器人控制系统和电力控制系统的实例.通过适当的非线性状态和反馈变换,非线性系统可以实现状态或输入/输出反馈线性化,从而将复杂的非线性系统综合问题转化为线性系统综合问题,它的理论基础是微分几何理论.非线性系统反馈线性化,与传统的利用 Taylor(泰勒)级数展开进行局部线性化近似方法不同,在线性化过程中,没有忽略任何高阶

* 收稿日期: 2014-09-30; 修订日期: 2015-03-21

基金项目: 国家自然科学基金(重点项目)(61134004)

作者简介: 房雅灵(1981—),女,辽宁鞍山人,博士生(通讯作者. E-mail: lianhao1227@163.com).

非线性项,这种反馈线性化不仅是精确的,而且是整体的,即线性化对变换有定义的区域都适用。

1 预备知识

为叙述考虑,介绍微分几何中的相关符号和意义. M 是一个 N 维光滑流形;流形 M 上所有 C^∞ 函数构成的集合记作 $C^\infty(M)$;微分映射 F 的 Jacobi 矩阵记作 D_F .

考虑下列非线性离散系统^[8]:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = G_{\mathbf{u}(k)} \circ F(\mathbf{x}(k)), \\ \mathbf{y} = h(\mathbf{x}(k)), \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(k) \in M \subset R^n$; $\mathbf{u}(k) \in R^m$; $\{G_{\mathbf{u}}\}_{\mathbf{u} \in R^m}$ 是 M 上具有 m 个参数的微分同胚群; $h \in C^\infty(M)$; $F: M \rightarrow M$ 为一微分同胚。

定义 1 令 $\sigma: U_1 \rightarrow U_2$ 是一个局部微分同胚,则对于开集 $V \subset M$ 上的向量场 \mathbf{X} ,可在 $\sigma(U_1 \cap V)$ 上定义向量场:

$$Ad_\sigma \mathbf{X}(p) = D\sigma|_{\sigma^{-1}(p)} \mathbf{X}(\sigma^{-1}(p)). \quad (2)$$

显而易见,对 M 上的矢量 \mathbf{X} 有

$$\Phi_i^{Ad_\sigma \mathbf{X}}(p) = \sigma \circ \Phi_i^{\mathbf{X}} \circ \sigma^{-1}(p). \quad (3)$$

定义 2 系统(1)在 x_0 点邻域状态反馈线性化指的是:在 x_0 点的邻域 U 上存在一个反馈控制 $\mathbf{u}(k) = \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x}(k), \mathbf{v}(k))$ 和一个微分同胚 $T: M \rightarrow R^n$,使系统(1)经 $\mathbf{u}(k)$ 反馈后的闭环系统在变换 T 所决定的局部坐标下变为线性离散系统:

$$\begin{cases} \mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}\mathbf{v}(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{c}\mathbf{z}(k), \end{cases} \quad (4)$$

且 (\mathbf{A}, \mathbf{B}) 完全可控, (\mathbf{c}, \mathbf{A}) 可观,这里 $\boldsymbol{\gamma}(\cdot, \cdot) \in C_m^\infty(M \times R^m, R^m)$.

2 离散交通流模型的反馈线性化设计

2.1 模型描述

宏观离散交通流控制模型,是描述交通流状态变化及其控制变量之间的关系式.本文采用 Papageorgiou 等^[9-12] 提出的高速公路交通流模型,其对巴黎环城大道的实际数据进行了验证,证明了其有效性.模型表达如下:

无控制下的交通流模型

$$q_i(n) = \alpha \rho_i(n) v_i(n) + (1 - \alpha) \rho_{i+1}(n) v_{i+1}(n), \quad (5)$$

$$\rho_i(n+1) = \rho_i(n) + \frac{T}{L_i} [q_{i-1}(n) - q_i(n) + r_i^{\text{in}}(n) - r_i^{\text{out}}(n)], \quad (6)$$

$$v_i(n+1) = v_i(n) + \frac{T}{\tau} \{V_e[\rho_i(n)] - v_i(n)\} +$$

$$\frac{T}{L_i} \frac{\rho_{i-1}(n)}{\rho_i(n) + \xi} v_{i-1}(n) [\sqrt{v_{i-1}(n) v_i(n)} - v_i(n)] - \frac{\mu(n)T}{\tau L_i} w_i(n), \quad (7)$$

其中

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_1 \frac{\eta}{\rho_{\text{cr}} - \rho_{i+1}(n) + \sigma}, & \rho_{i+1}(n) > \rho_i(n), \\ \mu_2, & \rho_{i+1}(n) \leq \rho_i(n), \end{cases} \quad (8)$$

$$w_i(n) = \frac{\rho_{i+1}(n) - \rho_i(n)}{\rho_i(n) + \zeta}. \quad (9)$$

参数 α 为动量因子; T 为采样周期; τ 为反应时间; $\zeta, \xi, \eta, \sigma, \mu_1$ 和 μ_2 为参数常量. 在无控制的人为驾驶环境下, 驾驶员根据上下游的交通状况决定加速或减速. 式(7) 中的 $V_e[\rho_i(n)]$ 由下式确定:

$$V_e[\rho_i(n)] = v_f [1 - (\rho_i(n)/\rho_{cr})^l]^m, \quad (10)$$

其中, v_f 和 ρ_{cr} 为最大速度和堵塞密度, l 和 m 为参数常量.

假设第 1 路段的进入交通流量不变, 即 $q_0(n)$ 为定值; 又假设进入第 1 路段的平均速度不变, 即 $v_0(n) = v_1(n)$; 接着假设路段 $N + 1$ 的状态与路段 N 一样, 得出以下的边界条件:

$$\begin{cases} \rho_0(n) = \frac{q_0(n)/v_1(n) - (1 - \alpha)\rho_1(n)}{\alpha}, \\ v_0(n) = v_1(n), \\ \rho_N(n + 1) = \rho_{N+1}(n + 1), \\ v_N(n + 1) = v_{N+1}(n + 1), \end{cases} \quad \forall n.$$

在有控制的情况下, 式(7) 中的第 4 项 $-(\mu(n)T/(\tau L_i))w_i(n)$ 转变为控制项 $u_i(n)$, 速度方程变为

$$\begin{aligned} v_i(n + 1) = & v_i(n) + \frac{T}{\tau} \{ V_e[\rho_i(n)] - v_i(n) \} + \\ & \frac{T}{L_i} \frac{\rho_{i-1}(n)}{\rho_i(n) + \xi} v_{i-1}(n) [\sqrt{v_{i-1}(n)v_i(n)} - v_i(n)] - u_i(n). \end{aligned} \quad (11)$$

2.2 精确反馈线性化条件

将以上控制模型写成清晰的非线性系统形式如下(这里离散节点设为 k):

$$\begin{cases} \rho_i(k + 1) = \rho_i(k) + \frac{T}{L_i} [\alpha \rho_{i-1}(k) v_{i-1}(k) + (1 - 2\alpha) \rho_i(k) v_i(k) - \\ \quad (1 - \alpha) \rho_{i+1}(k) v_{i+1}(k) + r_i^{\text{in}}(k) - r_i^{\text{out}}(k)], \\ v_i(k + 1) = v_i(k) + \frac{T}{\tau} [V_e[\rho_i(k)] - v_i(k)] + \\ \quad \frac{T}{L_i} \frac{\rho_{i-1}(k)}{\rho_i(k) + \xi} v_{i-1}(k) [\sqrt{v_{i-1}(k)v_i(k)} - v_i(k)] - u_i(k). \end{cases} \quad (12)$$

写成离散仿射系统形式:

$$\begin{cases} \rho_i(k + 1) = f_1(k), \\ v_i(k + 1) = f_2(k) + g_2 u_i(k), \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} f_1(k) = & \rho_i(k) + \frac{T}{L_i} [\alpha \rho_{i-1}(k) v_{i-1}(k) + (1 - 2\alpha) \rho_i(k) v_i(k) - \\ & (1 - \alpha) \rho_{i+1}(k) v_{i+1}(k) + r_i^{\text{in}}(k) - r_i^{\text{out}}(k)], \\ f_2(k) = & v_i(k) + \frac{T}{\tau} [V_e[\rho_i(k)] - v_i(k)] + \\ & \frac{T}{L_i} \frac{\rho_{i-1}(k)}{\rho_i(k) + \xi} v_{i-1}(k) [\sqrt{v_{i-1}(k)v_i(k)} - v_i(k)] - u_i(k), \end{aligned}$$

$$g_2 = -1.$$

引理 1^[13] 对于离散仿射系统 $\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k)) + g(\mathbf{x}(k))\mathbf{u}(k)$, 系统在 x_0 点邻域 U 上可状态反馈线性化的充要条件是

- 1) $\mathbf{D}_{n-2} = \{g, Ad_f g, \dots, Ad_f^{n-2} g\}$ 在 x_0 为对合分布;
- 2) $\dim \mathbf{D}_{n-1}(x_0) = n$.

定理 1 交通仿射系统(13)是可以反馈线性化的.

证明

- 1) 分布 \mathbf{D} 含一个量 g 必对合.
- 2) 由

$$Ad_f g = \mathbf{D}_j g = \begin{bmatrix} \frac{T}{L_i}(1 - 2\alpha)\rho_i(k) \\ 1 - \frac{T}{\tau} + \frac{T}{L_i} \frac{\rho_{i-1}(k)}{\rho_i(k) + \xi} v_{i-1}(k) \left[\frac{1}{2\sqrt{v_{i-1}(k)v_i(k)}} v_{i-1}(k) - 1 \right] \end{bmatrix},$$

则 $\dim \mathbf{D}_{n-1}(x_0) = 2 = n$, 证毕.

2.3 精确反馈线性化步骤

引理 2^[8] 在引理 1 的前提下, 存在函数 $h \in C^\infty(M, R)$, 使得 x_0 点邻域 U 中满足

$$\begin{cases} dh \cdot Ad_f^k g = 0, \\ dh \cdot Ad_f^{n-1} g \neq 0, \end{cases} \quad 0 \leq k \leq n-2.$$

光滑状态变换 $\mathbf{T}: M \rightarrow R^n$ 定义为

$$\mathbf{T}(x) = [h, h \circ f, \dots, h \circ f^{n-1}]^T(x),$$

使得原仿射系统 $\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k)) + g(\mathbf{x}(k))\mathbf{u}(k)$ 化为可控的线性系统.

对于满足引理 2 条件的非线性系统(13), 其非线性状态变换 \mathbf{T} 的求解方法如下:

- 1) 应用引理 1, 判别非线性系统(13)是可以反馈线性化的;
- 2) 根据引理 2, 可得本文模型的状态变换 $\mathbf{T}(x) = [h, h \circ f]^T(x)$. 其中 $h = \rho_i(k)$;

$$\begin{aligned} h \circ f &= \alpha \rho_{i-1}(k) v_{i-1}(k) + (1 - 2\alpha) \rho_i(k) v_i(k) - \\ & (1 - \alpha) \rho_{i+1}(k) v_{i+1}(k) + r_i^{\text{in}}(k) - r_i^{\text{out}}(k). \end{aligned}$$

可得出本文的变换:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_i(k) \\ \alpha \rho_{i-1}(k) v_{i-1}(k) + (1 - 2\alpha) \rho_i(k) v_i(k) - \\ (1 - \alpha) \rho_{i+1}(k) v_{i+1}(k) + r_i^{\text{in}}(k) - r_i^{\text{out}}(k) \end{bmatrix}.$$

在上述变换下, 离散系统(13)可化为

$$\begin{cases} z_1(k+1) = z_2(k), \\ z_2(k+1) = \nu(k), \\ y = \rho_i(k), \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} \mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}\nu(k), \\ y = \rho_i(k), \end{cases} \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

该形式为 Brunovsky 标准型.对于有前后车的信息条件下,解出 $u(k)$ 和 $v_i(k)$ 的关系得

$$\begin{aligned} u(k) = & v_i(k) + \frac{T}{\tau} (v_i[1 - (\rho_i(n)/\rho_{cr})^l]^m - v_i(k)) + \\ & \frac{T}{L_i} \frac{\rho_{i-1}(k)}{\rho_i(k) + \xi} v_{i-1}(k) [\sqrt{v_{i-1}(k)v_i(k)} - v_i(k)] - \\ & ((V_e[\rho_i(k)] - v_i(k+1))/(T/L_i) - \alpha\rho_{i-1}(k+1)v_{i-1}(k+1) + \\ & (1 - \alpha)\rho_{i+1}(k+1)v_{i+1}(k+1))/((1 - 2\alpha)\rho_i(k+1)). \end{aligned} \quad (15)$$

3 线性化系统的跟踪反馈控制

设计方法如下:对线性离散系统(14),设理想的密度输出为 ρ^* .当系统的状态达到 ρ^* 时,即认为已经达到控制拥堵的目的.对系统(14)取状态反馈控制器.

$$\mathbf{v}(k) = -\mathbf{Kz}(k) + \mathbf{L}\boldsymbol{\gamma}, \quad (16)$$

其中 $\mathbf{K} \in \mathbf{R}$ 为控制器反馈增益; \mathbf{L} 为输入变换矩阵; $\boldsymbol{\gamma}$ 限定为定值参考输入向量.

系统(14)经过控制器(16)反馈后的闭环系统为

$$\mathbf{z}(k+1) = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{z}(k) + \mathbf{BL}\boldsymbol{\gamma}. \quad (17)$$

状态反馈增益 \mathbf{K} 可由闭环极点配置算法确定,使矩阵 $(\mathbf{A} - \mathbf{BK})$ 的特征根 λ_1, λ_2 严格地位于单位圆内,有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{z}(k) = \mathbf{BL}\boldsymbol{\gamma}.$$

变换 $T:z = T(x)$ 是微分同胚,故得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{x}(k) = \mathbf{BL}\boldsymbol{\gamma}.$$

对于单输入单输出系统,输入变换系数 L 可由以下式子得出^[13]

$$L = \frac{1}{\mathbf{C}(\mathbf{BK} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}}. \quad (18)$$

可看出单输入单输出系统,输入变换矩阵已退化为标量.

4 仿真结果

本文采用文献[3]中模型的实验参数和实验条件.考虑一段包含 $S = 12$ 个路段的高速公路,每个路段的长度为 500 m,进入路段 1 的初始交通流量为 $q_0 = 1\,500$ veh/h,各路段交通流初始速度和密度如表 1 所示.交通流模型的参数取为

$$\begin{aligned} \rho_{cr} = & 110 \text{ veh/km}, v_f = 93.1 \text{ km/h}, t = 15/3\,600 \text{ h}, \tau = 20.4/3\,600 \text{ h}, l = 1.86, \\ m = & 4.05, \alpha = 0.95, \zeta = 50 \text{ veh/km}, \xi = 55 \text{ veh/km}, \sigma = 16, \mu_1 = 12 \text{ km/h}, \\ \mu_2 = & 6 \text{ km}^2/\text{h}, \eta = 120 \text{ veh/km} (\text{veh 是英文单词 vehicle 的缩写,表示车辆数}). \end{aligned}$$

匝道的流入和流出为

$$\begin{cases} r_2^{\text{in}}(t) = 250 + 50\sin(15(t-1)T), \\ r_7^{\text{in}}(t) = 250 + 50\sin(15(t-1)T), \\ r_7^{\text{out}}(t) = 150 + 50\sin(15(t-1)T + 45), \\ r_{10}^{\text{out}}(t) = 150 + 50\sin(15(t-1)T + 45). \end{cases} \quad (19)$$

表 1 各路段的初始密度和速度

Table 1 The initial densities and velocities of the single-lane freeway

| section No. S | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $\rho_i(0) / (\text{veh/km})$ | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 52 | 52 | 52 | 18 | 18 | 18 | 18 |
| $v_i(0) / (\text{km/h})$ | 81 | 81 | 81 | 81 | 81 | 29 | 29 | 29 | 81 | 81 | 81 | 81 |

对式(5)~(10)进行模拟,交通流的密度变化和速度变化曲线如图1所示,路段6~8的交通流随着时间的推移,密度越来越大,接近阻塞密度.同时对应路段的速度逐步趋近于0,表明道路出现了拥堵,有必要引进控制方法.

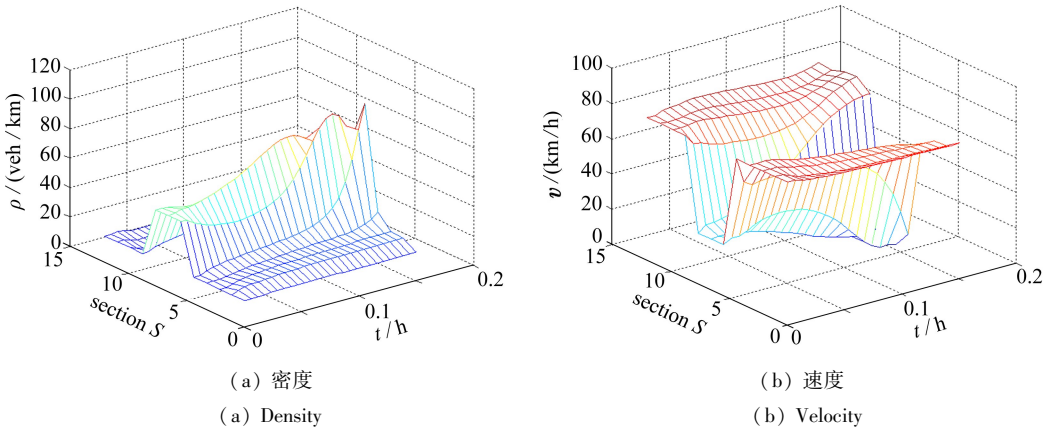


图 1 无控制的密度和速度轮廓图

Fig. 1 The density and velocity profiles without control

设期望密度为 $\rho^* = 38 \text{ veh/km}$.先按极点配置的算法确定状态反馈增益 K ,假设期望的闭环极点为 $\lambda_1^* = -0.3, \lambda_2^* = -0.1$,可得 $K = 0.03, 0.4$.通过式(18)可得输入变换系数 $L = 33$.按表1中的初始值进行仿真,得到密度和速度的结果如图2.

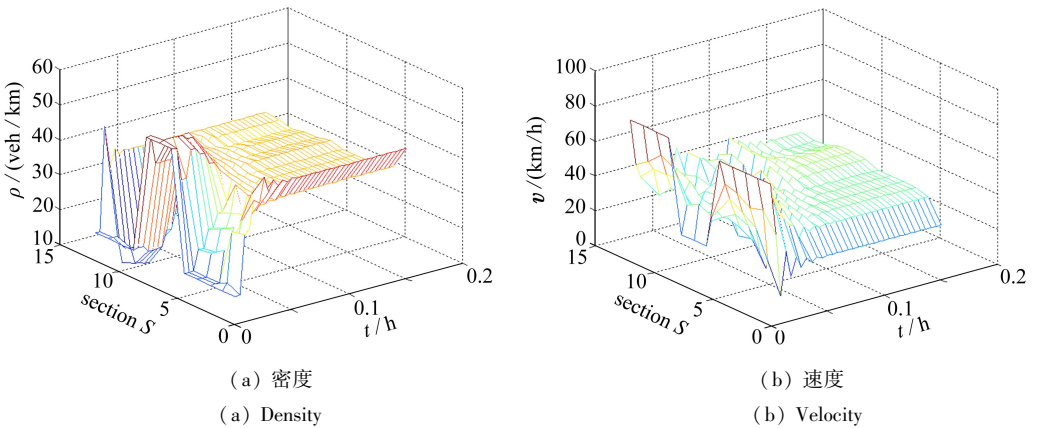


图 2 有控制的密度和速度轮廓图

Fig. 2 The density and velocity profiles with control

仿真结果显示,在控制作用下,各路段的密度稳定在期望值附近,使交通流密度处于比较均衡的状态,避免了交通拥堵的发生.而密度和速度曲线中,出现的小幅度抖动现象,在实际中可通过数字滤波的方法处理,去掉与现实不符的数据点.线性化后的系统,仍保持着密度和速度作为状态变量.以上的控制方法可将密度、速度同时控制到理想状态.

5 结 论

本文给出了在自动化高速公路环境下一一种新的控制拥堵方法,通过对离散高速公路模型进行精确线性化,使原本难处理的非线性系统,转化为线性系统.精确线性化后的系统,可以根据不同性能要求进行控制器的设计,这是把交通流处理方法与控制理论结合起来一种新尝试.因线性化后的系统仍保持着密度和速度作为状态变量,所以本文的控制方法可同时将密度、速度控制到理想状态.本方法比传统意义非线性处理方法更直观和准确,并且避免了大量的非线性计算,也可用于其它交通流非线性系统的控制分析与设计.

参考文献(References):

- [1] Bender J G. An overview of systems studies of automated highway systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 1991, **40**(1): 82-99.
- [2] Hedrick J K, Tomizuka M, Varaiya P. Control issues in automated highway systems[J]. *Control Systems, IEEE*, 1994, **14**(6): 21-32.
- [3] CHIEN Cheng-chih, ZHANG You-ping, Ioannou P A. Traffic density control for automated highway systems[J]. *Automatica*, 1997, **33**(7): 1273-1285.
- [4] Alvarez L, Horowitz R, Li P. Traffic flow control in automated highway systems[J]. *Control Engineering Practice*, 1999, **7**(9): 1071-1078.
- [5] Alvarez L, Horowitz R, Toy C V. Multi-destination traffic flow control in automated highway systems[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2003, **11**(1): 1-28.
- [6] 杨旭华,董颖颖,杨海东,王万良.一种改进的自动化高速公路交通流速度控制器设计[J].控制理论与应用,2009,**26**(1): 103-106.(YANG Xu-hua, Dong Ying-ying, YANG Hai-dong, WANG Wan-liang. An improved traffic flow-speed control design for an automated highway system[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, **26**(1): 103-106.(in Chinese))
- [7] 张勇,关伟.离散交通流的变结构控制[J].控制与决策,2012,**27**(1): 47-52.(ZHANG Yong, GUAN Wei. Variable structure control discrete traffic flow[J]. *Control and Decision*, 2012, **27**(1): 47-52.(in Chinese))
- [8] Kwnaghee N. Linearization of discrete-time nonlinear systems and a canonical structure[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1989, **34**(1): 119-122.
- [9] Papageorgiou M, Blosseville J-M, Hadj-Salem H. Macroscopic modelling of traffic flow on the boulevard périphérique in Paris[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1989, **23**(1): 29-47.
- [10] Papageorgiou M. Some remarks on macroscopic traffic flow modelling[J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 1998, **32**(5): 323-329.
- [11] Wang Y, Papageorgiou M, Messmer A, Coppola P, Tzimitsi A, Nuzzolo A. An adaptive freeway traffic state estimator[J]. *Automatica*, 2009, **45**(1): 10-24.
- [12] Wang Y, Papageorgiou M. Real-time freeway traffic state estimation based on extended Kalman filter: a general approach[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2005, **39**(2): 141-167.
- [13] 赵光宙.现代控制理论[M].北京:机械工业出版社,2009.(ZHAO Guang-zhou. *Modern Control Theory*[M]. Beijing: China Machine Press, 2009.(in Chinese))

Feedback Linearization and Congestion Control for a Discrete Traffic Flow Model

FANG Ya-ling, SHI Zhong-ke

(*School of Automation, Northwestern Polytechnical University,
Xi'an 710072, P.R.China*)

Abstract: A new method for controlling the macro discrete traffic flow model was presented in the automated freeway system. The non-linear model of traffic flow was transformed to an easily tractable linear system model with the precise state feedback linearization method, and the design of the traffic density controller was simplified. For the linearized system model, the control law was designed according to the feedback tracking control strategy with input transformation, to stabilize the dynamic property of the system. Then the system state variables were controlled to indirectly stabilize the traffic flow density and further alleviate the traffic congestion. The controller designing procedure was also given. The simulation results show that the control method is effective and practicable.

Key words: urban traffic; congestion control; feedback linearization; freeway discrete model; differential geometry theory

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (Key Program)
(61134004)