

多孔介质平板通道传热模型的 两种求解方法*

王克用^{1,2}, 王大中¹, 李培超¹

(1. 上海工程技术大学 机械工程学院, 上海 201620;
2. 美国加州大学 机械工程系, 加利福尼亚 河滨 92521, 美国)

摘要: 基于 Brinkman-Darcy 扩展模型和非局部热平衡模型, 考虑液相和固相含有内热源的情况, 建立了多孔介质平板通道传热的一般模型, 分别采用直接法和间接法将液相与固相能量方程解耦, 进而求得充分发展传热条件下的多孔介质温度场. 与直接解耦法相比, 间接解耦法可在原始边界条件下求解二阶微分方程, 更加简单易行. 通过对无量纲温度表达式系数以及温度分布的比较, 验证了两种求解方法的等价性. 在两种极限情形下, 间接法所得温度分布解析解与现有文献结果相当吻合, 这也在一定程度上证明了所建模型更具一般性. 参数分析表明, 液固两相温差随着 Biot 数或有效导热系数比的增大而减小, Nusselt 数随着内热源比的增大而减小.

关键词: 多孔介质; Brinkman-Darcy 扩展模型; 非局部热平衡模型; 内热源; 恒定热流

中图分类号: O241.82; TK124 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.05.005

引 言

在核废料贮藏、蓄能元、电子冷却、绝热、填充床换热器、热管、石油、地热系统、催化反应堆等自然系统和工程实际中, 广泛涉及多孔介质内的流动和传热. 通常采用局部热平衡假设研究多孔介质传输现象, 但当液相和固相温差较显著时, 局部热平衡 (local thermal equilibrium, LTE) 假设研究多孔介质传输现象就遇到了障碍^[1-5]. 近年来, 非局部热平衡 (local thermal non-equilibrium, LTNE) 模型逐步受到重视和应用, 该模型考虑了液相和固相间的温差效应^[4-10]. Yang 和 Vafai^[11] 利用 Darcy 模型和 LTNE 模型, 考虑液相和固相内热源, 分析研究了多孔介质平板通道内温度梯度的分岔现象. 随后, 又将其工作推广到平板通道中心填充多孔介质的情况^[12]. 何颖等^[13] 采用数值方法分析了等边三角形截面微通道内充分发展层流的流动与换热特性. Buonomo 等^[14] 研究了稀薄气体流经多孔介质平板微通道的传热特性. 杨晓和刘雪梅^[10] 考虑液相和固相相互作用的粘性耗散和流体流动方向的热传导效应, 研究了多孔介质平板通道发展传热的强迫对流及其热应力. Dukhan 等^[15] 在强制空气流冷却和恒定热流条件下, 分析了圆管内填充金属泡沫强化传热模型, 给出了温度分布解析解, 并与实验结果做了对比. 刘伟和明廷臻^[16] 基于管内核心流强化传热的概念, 研究了管内核心流分层填充多孔介质的传热强

* 收稿日期: 2014-09-16; 修订日期: 2015-03-11

作者简介: 王克用(1975—), 男, 河北人, 讲师, 博士(通讯作者. E-mail: k.y.wang@126.com).

化,Qu 等^[17]分析了环形金属泡沫部分填充圆管道的传热问题,公维平和曹玉荣^[18]从理论上分析了绕花丝多孔体内换热以及流动特性,建立了贴附多孔层圆管内流体的流动模型,得到速度场和温度场的理论解。

从上述研究成果可以看出,当固相骨架和孔隙流体的温差不可忽略时,须应用 LTNE 模型^[10-11, 19],Nield 和 Kuznetsov 等指出,在高孔隙率情况下,采用 Brinkman-Darcy 扩展模型分析流体的流动更为合理^[20],此外,若多孔介质内部含有导致热量产生的物理或化学发热源,其内部可能出现热积累过程^[21]。然而,全面考虑 Brinkman 流动、液固温差和内热源的多孔介质传热模型少有报道,本文建立了多孔介质平板通道的一般传热模型,采用两种解析方法求解多孔介质温度场,并分析结构参数对温度场以及传热性能的影响。

1 数学物理方程

1.1 问题描述

考虑厚度为 $2H$,长为 $L(L \gg H)$ 的多孔介质平板通道,如图 1 所示。通道的上下表面不可渗透并保持热流密度 q_w 恒定,通道内速度场和温度场为充分发展。在固相骨架和孔隙流体中存在均匀但不同的内热源,入口温度和流速分别为 T_e 和 u_e 。为建立多孔介质传热模型,做如下几点假设:

- 1) 流体为稳态理想流体,流动为强迫对流,忽略自然对流和辐射;
- 2) 通道内流体遵循 Brinkman-Darcy 扩展模型,忽略流体流动方向的热传导效应;
- 3) 多孔介质均匀且各向同性;
- 4) 忽略热物性随温度的变化。

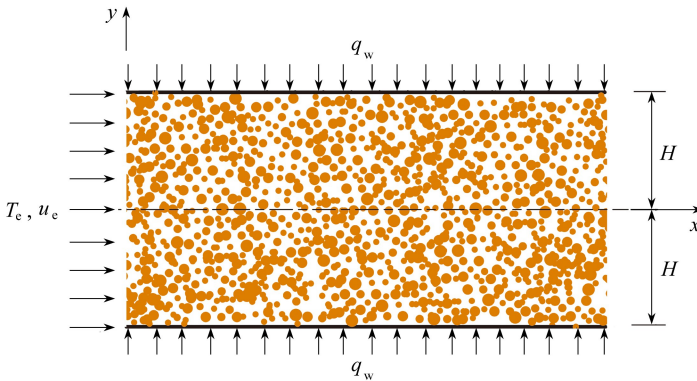


图 1 流体流经多孔介质平板通道示意图

Fig. 1 Schematic for the flow through a plate channel filled with a porous medium

基于上述假设,动量方程^[20]和能量方程^[11-12]可写成

动量方程

$$\mu_{\text{eff}} \frac{d^2 u}{dy^2} - \frac{\mu}{K} u + G = 0; \quad (1)$$

液相能量方程

$$k_{f,\text{eff}} \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} + h_{\text{sf}} a_{\text{sf}} (T_s - T_f) + Q_f = \rho c_p u \frac{\partial T_f}{\partial x}; \quad (2)$$

固相能量方程

$$k_{s,\text{eff}} \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} - h_{\text{sf}} a_{\text{sf}} (T_s - T_f) + Q_s = 0; \quad (3)$$

式中, u 为流体流速, μ_{eff} 为流体有效动力粘度, $\mu_{\text{eff}} = \mu/\varepsilon$, μ 为流体动力粘度, ε 为多孔介质孔隙率, K 为渗透率, G 为外加压力梯度的负值, T_f , T_s 分别为液相和固相的温度, $k_{f,\text{eff}}$, $k_{s,\text{eff}}$ 分别为液相和固相的有效导热系数, ρ 为流体的密度, c_p 为流体的比热容, h_{sf} 为多孔介质内流体与固体骨架之间的表面换热系数, a_{sf} 为多孔介质的比表面积, Q_f , Q_s 分别为液相和固相的内热源强度.

液相和固相的有效导热系数可由下式确定:

$$k_{f,\text{eff}} = \varepsilon k_f, \quad k_{s,\text{eff}} = (1 - \varepsilon) k_s, \quad (4)$$

式中, k_f , k_s 分别为液相和固相的实际导热系数.

1.2 动量方程的无量纲化及流速解析解

假定流体与平板通道内壁间无相对滑动, 即边界条件为

$$u|_{y=H} = 0. \quad (5)$$

对称性边界条件为

$$\left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} = 0. \quad (6)$$

为了求解式(1), 引入如下无量纲参数:

$$\eta = \frac{y}{H}, \quad U = \frac{\mu u}{GH^2}, \quad (7)$$

则式(1)、(5)和(6)可写成无量纲形式:

$$M \frac{d^2 U}{d\eta^2} - \frac{U}{Da} + 1 = 0, \quad (8)$$

$$U|_{\eta=1} = 0, \quad (9)$$

$$\left. \frac{dU}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 0. \quad (10)$$

不难得到式(8)的全解:

$$U = Da \left[1 - \frac{\cosh(S\eta)}{\cosh S} \right], \quad (11)$$

式中, Da 为 Darcy 数, $S = \sqrt{1/(MDa)}$, $M = \varepsilon^{-1}$. 若定义无量纲平均流速 $U_m = \int_0^1 U d\eta$, 则得到流速的另一无量纲形式^[20]:

$$\hat{u} = \frac{U}{U_m} = \frac{S}{S - \tanh S} \left[1 - \frac{\cosh(S\eta)}{\cosh S} \right]. \quad (12)$$

值得注意的是, $Da \rightarrow 0$ (即 $S \rightarrow \infty$) $\Rightarrow \hat{u} \rightarrow 1$, Brinkman-Darcy 扩展模型退化为 Darcy 模型.

1.3 能量方程的无量纲化

根据 Yang, Vafai 以及 Keangin 等的工作^[11, 22], 通道壁处恒定热流 q_w 满足如下边界条件:

$$q_w = k_{f,\text{eff}} \left. \frac{\partial T_f}{\partial y} \right|_{y=H} + k_{s,\text{eff}} \left. \frac{\partial T_s}{\partial y} \right|_{y=H}. \quad (13)$$

当通道壁具有有限厚度且导热系数相对较高时, 液相和固相在壁面处传热非常充分, 则液固两相温度应相同, 且均等于通道壁温度, 即

$$T_f|_{y=H} = T_s|_{y=H} = T_w, \quad (14)$$

式中, T_w 为待定通道壁温度, 在求得液固两相温度场之后才能确定^[23].

为获得问题的定解, 还需考虑对称性条件:

$$\left. \frac{\partial T_f}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial T_s}{\partial y} \right|_{y=0} = 0. \quad (15)$$

式(2)和(3)相加, 然后在整个横截面上自中心向通道壁积分, 并考虑边界条件(13)和(15)后, 可得

$$\rho c_p u_m \frac{\partial T_f}{\partial x} = \left(\frac{q_w}{H} + Q_f + Q_s \right) \hat{u} - Q_f, \quad (16)$$

式中, $\hat{u} = U/U_m = u/u_m$, $\partial T_w/\partial z = \partial T_s/\partial z = \partial T_f/\partial z = \text{常数}$, 这里 $u_m = \frac{1}{H} \int_0^H u dy$ 为平均流速. 再引入下列无量纲参数:

$$\begin{cases} \eta = \frac{y}{H}, \quad \kappa = \frac{k_{f,\text{eff}}}{k_{s,\text{eff}}}, \quad Bi = \frac{h_{sf} \alpha_{sf} H^2}{k_{s,\text{eff}}}, \quad \theta_f = \frac{k_{s,\text{eff}}(T_f - T_w)}{q_w H}, \\ \theta_s = \frac{k_{s,\text{eff}}(T_s - T_w)}{q_w H}, \quad \phi_s = \frac{Q_s H}{q_w}, \quad \phi_f = \frac{Q_f H}{q_w}. \end{cases} \quad (17)$$

结合式(16)和(17), 能量方程(2)和(3)以及边界条件(14)和(15)可化为无量纲形式

$$\kappa \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial \eta^2} + Bi(\theta_s - \theta_f) = (1 + \phi_f + \phi_s) \hat{u} - \phi_f, \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \eta^2} - Bi(\theta_s - \theta_f) + \phi_s = 0, \quad (19)$$

$$\theta_f|_{\eta=1} = \theta_s|_{\eta=1} = 0, \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_f}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = \left. \frac{\partial \theta_s}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad (21)$$

式中, κ 为有效导热系数比, Bi 为 Biot 数, ϕ_f , ϕ_s 分别为液相和固相的无量纲内热源强度. 由式(18)~(21)可以看出, 流体在多孔介质内作 Brinkman 流动时, 无论液相还是固相中的内热源均会影响无量纲温度分布, 而采用 Darcy 模型 ($\hat{u} = 1$) 时, 无量纲温度分布则与液相内热源无关^[11].

2 两能量方程的求解策略

由式(18)和(19)可以看出, 液相和固相的能量方程是耦合的, 要获得温度场的解析解, 需要将两个方程解耦. 下面将分析两种解耦方法: 直接解耦法和间接解耦法.

2.1 直接解耦法

由式(18)得

$$\theta_s = -\frac{1}{Bi} [\kappa \theta_f'' - Bi \theta_f - (1 + \phi_f + \phi_s) \hat{u} + \phi_f]. \quad (22)$$

将式(22)代入式(19), 可得

$$\theta_f'''' - \lambda^2 \theta_f'' = \frac{1}{\kappa} [(1 + \phi_f + \phi_s) \hat{u}'' - (1 + \phi_f + \phi_s) Bi \hat{u}' + (\phi_f + \phi_s) Bi]. \quad (23)$$

同理, 由式(19)得

$$\theta_f = -\frac{1}{Bi}(\theta_s'' - Bi\theta_s + \phi_s). \quad (24)$$

将式(24)代入式(18),可得

$$\theta_s'''' - \lambda^2 \theta_s'' = -\frac{Bi}{\kappa}[(1 + \phi_f + \phi_s)\hat{u} - (\phi_f + \phi_s)], \quad (25)$$

式中, $\lambda = \sqrt{(1 + \kappa)Bi/\kappa}$.至此,无量纲能量方程(18)和(19)便解耦了.由于解耦后的方程是四阶微分方程,要获得方程(23)和(25)的解,尚需分别补充两个高阶边界条件.不难看出,利用边界条件(20)和(21),结合能量方程(18)和(19),可得

$$\theta_f''(1) = -\frac{\phi_f}{\kappa}, \theta_s''(1) = -\phi_s, \quad (26)$$

$$\theta_f'''(0) = \theta_s'''(0) = 0. \quad (27)$$

考虑边界条件(20)、(21)、(26)和(27),将式(12)代入方程(23)和(25)并求解,则液相和固相的无量纲温度可表达为

$$\theta_f = \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{A_2}{\lambda^2} - \frac{A_1 \cosh S}{S^2 - \lambda^2} - \frac{\phi_f}{\kappa} \right) \frac{\cosh(\lambda\eta)}{\cosh \lambda} + \frac{A_1}{S^2} \left[\frac{\cosh S}{\lambda^2} + \frac{\cosh(S\eta)}{S^2 - \lambda^2} \right] + \frac{A_2}{2\lambda^2} \left(1 - \frac{2}{\lambda^2} - \eta^2 \right) + \frac{\phi_f}{\kappa\lambda^2}, \quad (28)$$

$$\theta_s = \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{A_2}{\lambda^2} - \frac{A_3 \cosh S}{S^2 - \lambda^2} - \phi_s \right) \frac{\cosh(\lambda\eta)}{\cosh \lambda} + \frac{A_3}{S^2} \left[\frac{\cosh S}{\lambda^2} + \frac{\cosh(S\eta)}{S^2 - \lambda^2} \right] + \frac{A_2}{2\lambda^2} \left(1 - \frac{2}{\lambda^2} - \eta^2 \right) + \frac{\phi_s}{\lambda^2}, \quad (29)$$

式中

$$\begin{cases} A_1 = \frac{1}{\kappa} \frac{(1 + \phi_f + \phi_s)(Bi - S^2)S}{S \cosh S - \sinh S}, A_2 = -\frac{Bi}{\kappa} \frac{S + (\phi_f + \phi_s) \tanh S}{S - \tanh S}, \\ A_3 = \frac{Bi}{\kappa} \frac{(1 + \phi_f + \phi_s)S}{S \cosh S - \sinh S}. \end{cases} \quad (30)$$

显然地,直接解耦法求解过程直观明了,但为了求解解耦后的四阶微分方程,需要额外补充边界条件.同时注意到,当 $Bi \rightarrow \infty$ (即 $\lambda \rightarrow \infty$) 时,液相与固相温度相等,LTNE模型退化为LTE模型.可见,LTE模型只是LTNE模型的一种特殊情况.

2.2 间接解耦法

式(18)和(19)相加,可得

$$\kappa\theta_f'' + \theta_s'' = (1 + \phi_f + \phi_s)\hat{u} - (\phi_f + \phi_s). \quad (31)$$

考虑边界条件(20)和(21),将式(12)代入式(31)求解可得

$$\theta_s = \frac{B_1}{S^2} [\cosh(S\eta) - \cosh S] + \frac{B_2}{2}(\eta^2 - 1) - \kappa\theta_f, \quad (32)$$

式中

$$B_1 = -\frac{(1 + \phi_f + \phi_s)S}{S \cosh S - \sinh S}, B_2 = -B_1 \cosh S - (\phi_f + \phi_s). \quad (33)$$

显然地,将式(32)代入式(18)可使两能量方程解耦,即

$$\theta_f'' - \lambda^2 \theta_f = -\frac{Bi}{\kappa} \left\{ \frac{B_1}{S^2} [\cosh S - \cosh(S\eta)] + \frac{B_2}{2} (\eta^2 - 1) \right\} + \frac{1}{\kappa} [(1 + \phi_f + \phi_s) \hat{u} - \phi_f]. \tag{34}$$

类似地,在边界条件(20)和(21)下求解式(34),可得到液相的无量纲温度:

$$\theta_f = \left(\frac{B_3 \cosh S}{S^2 - \lambda^2} - \frac{B_4 (\lambda^2 + 2)}{\lambda^4} + \frac{B_5}{\lambda^2} \right) \frac{\cosh(\lambda \eta)}{\cosh \lambda} - \frac{B_3 \cosh(S\eta)}{S^2 - \lambda^2} + \frac{B_4 (\lambda^2 \eta^2 + 2)}{\lambda^4} - \frac{B_5}{\lambda^2}, \tag{35}$$

式中

$$B_3 = \frac{Bi}{\kappa} \left(\frac{Bi}{S^2} - 1 \right), B_4 = \frac{Bi}{\kappa} \frac{B_2}{2}, B_5 = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{B_1}{S^2} Bi \cosh S + B_2 + \phi_s \right) + B_4. \tag{36}$$

利用式(35)和式(32)可先后求得液相和固相的无量纲温度.与直接解耦法相比,间接解耦法无需额外补充边界条件,求解过程更简单易行.

3 结果与讨论

3.1 解析解的验证

利用直接解耦法和间接解耦法,推得了两组不同形式的液固两相温度场解析解.观察式(28)、(29)、(32)和(35),不难写成统一形式: $\theta = A \cosh(\lambda \eta) + B \cosh(S\eta) + C \eta^2 + D$,这里 θ 为无量纲液相温度 θ_f 或无量纲固相温度 θ_s .然而,式(28)与(35)、式(29)与(32)对应的4个系数 A, B, C, D 的显式表达式形式并不相同,直接从理论角度论证两组解析解的等价性比较困难.为此,我们在给定参数 $Bi = 10, \kappa = 0.01, \phi_s = 5, \phi_f = 1, \varepsilon = 0.9$ 和 $Da = 10^{-2}$ 时,计算了 $\eta = 0.5$ 处式(28)与(35)、式(29)与(32)4个系数的计算结果,如表1所示.由表中数据可见,无论液相还是固相,温度表达式各系数对应相同.图2给出了 Biot 数和有效导热系数比在不同组合下对应的液固两相温度分布,两种求解方法所得结果十分一致.这验证了两种求解方法的等价性.

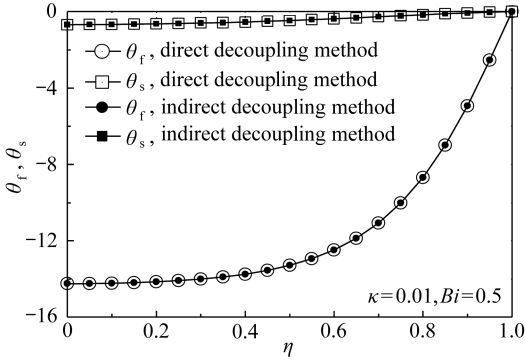
表1 两种求解方法所得温度表达式的系数比较

Table 1 Comparison of the coefficients in temperature expressions obtained with the 2 decoupling methods

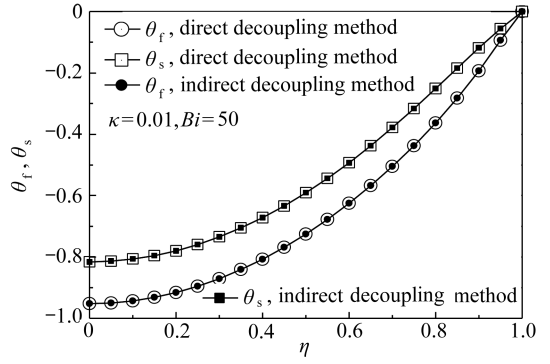
coefficient	direct decoupling method		indirect decoupling method	
	eq.(28)	eq.(29)	eq.(35)	eq.(32)
A	$-5.304\ 88 \times 10^{-15}$	$5.304\ 88 \times 10^{-17}$	$-5.304\ 88 \times 10^{-15}$	$5.304\ 88 \times 10^{-17}$
B	$1.146\ 79 \times 10^{-4}$	$-1.433\ 49 \times 10^{-5}$	$1.146\ 79 \times 10^{-4}$	$-1.433\ 49 \times 10^{-5}$
C	0.903 37	0.903 37	0.903 37	0.903 37
D	-1.491 22	-0.810 55	-1.491 22	-0.810 55

为了验证本文方法所得解析解的正确性,考虑两种极限情形:1)液固两相中不含内热源($\phi_f = \phi_s = 0$);2)Darcy 流动模型($Da \rightarrow 0$).除非特别说明,本文所得结果均指基于间接解耦法求得的.图3(a)给出了不同 Darcy 数下液固两相温度沿通道横截面的分布情况.由图可见,本文温度解析解与 Buonomo 等^[14]所得的解析解吻合得很好.当 $Da = 10^{-7}$ 时,Brinkman 模型近似退化为 Darcy 模型,此时的温度分布与 Yang 和 Vafai^[11]的工作十分一致.图3(b)给出了不同内热源比 ϕ_s/ϕ_f 下本文温度解析解($Da = 10^{-7}$)与文献[11]中解析解的比较结果,两者非常

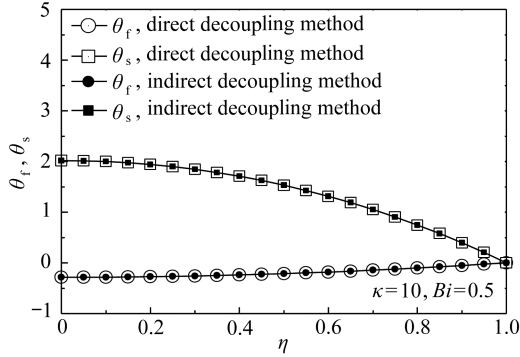
符合。



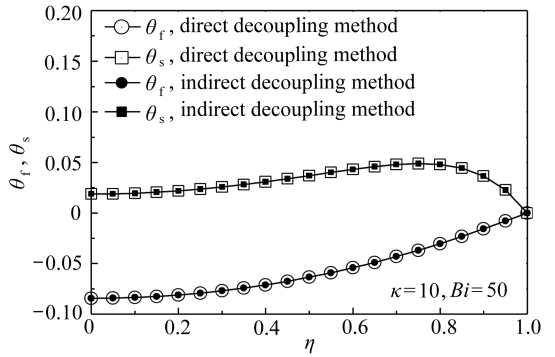
(a) $\kappa = 0.01, Bi = 0.5$



(b) $\kappa = 0.01, Bi = 50$



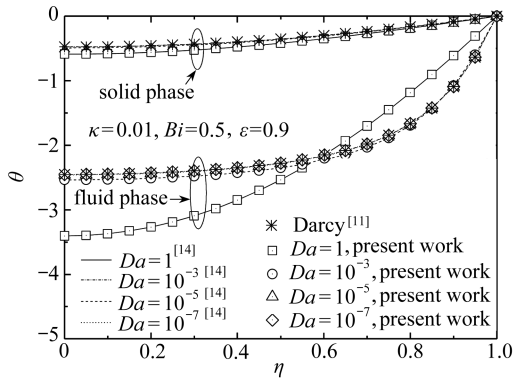
(c) $\kappa = 10, Bi = 0.5$



(d) $\kappa = 10, Bi = 50$

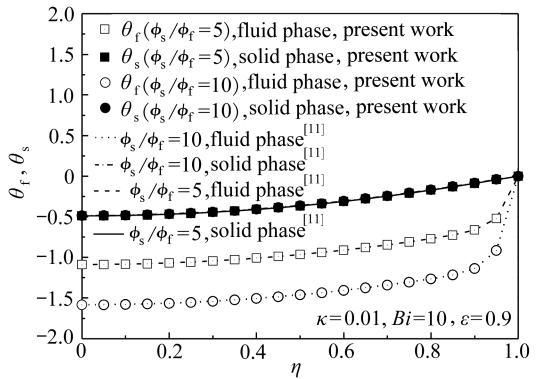
图2 两种求解方法的等价性

Fig. 2 The equivalence of the 2 decoupling methods



(a) 第一种极限情形 ($\phi_f = \phi_s = 0$)

(a) Limit case 1 ($\phi_f = \phi_s = 0$)



(b) 第二种极限情形 ($Da = 10^{-7}$)

(b) Limit case 2 ($Da = 10^{-7}$)

图3 两种极限情形下本文解析解的验证

Fig. 3 Validation of the present analytical solution in 2 limit cases

3.2 各参数对温度分布的影响

图4(a)为不同 Biot 数下液相和固相温度沿横截面的分布情况。由图可见,随着 Biot 数的增大,液相与固相的温差逐渐减小,当 $Bi = 10^4$ 时,液固两相温度趋于相等。图4(b)为不同有效

导热系数比 κ 下液固两相温度沿横截面的分布情况.由图可见,随着有效导热系数比 κ 的增大,液固两相温度逐渐升高,二者温差稍有减小.当 $\kappa = 10$ 时,通道壁处 ($\eta = 1$) 液固两相温度梯度反向,即分岔.这种现象出现的原因是由于一定条件下^[11],固相骨架内热源通过通道壁向其内部流体传递热量,而非通过液固两相间的热交换,从而导致通道壁处温度梯度分岔.图 5 给出了通道壁处温度梯度有分岔和无分岔两种情形下,内热源比 ϕ_s/ϕ_f 对温度分布的影响(取 $\phi_f = 1$).

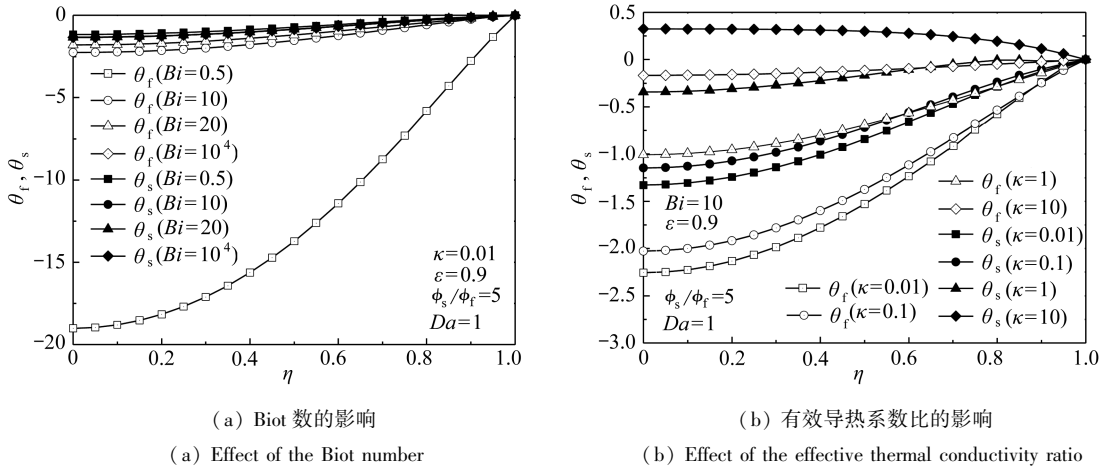


图 4 Biot 数、有效导热系数比对温度分布的影响

Fig. 4 Effects of the Biot number and the effective thermal conductivity ratio on the temperature distribution

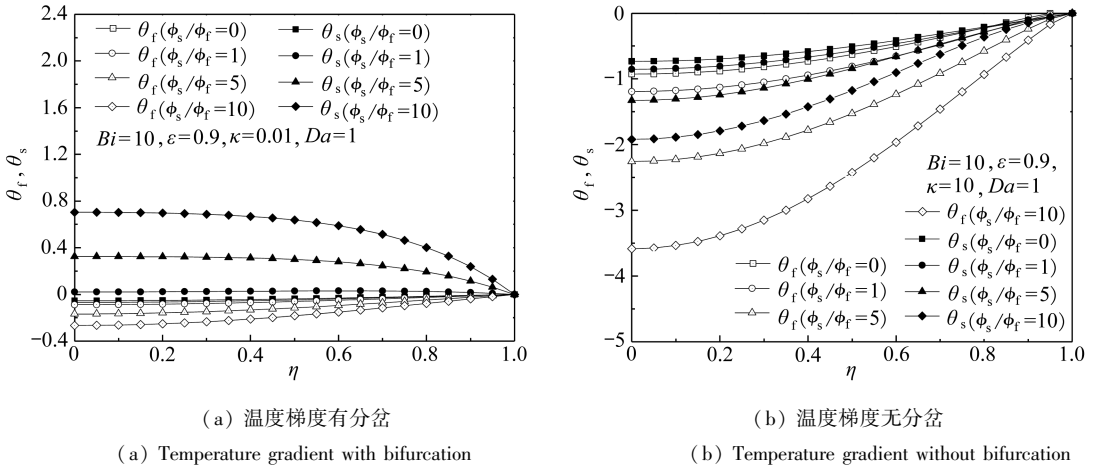


图 5 内热源比对温度分布的影响

Fig. 5 Effects of the internal heat source ratio on the temperature distribution

3.3 换热的综合评价

为定量考察传热过程中内热源以及有效导热系数比的影响,定义通道壁处液相的平均 Nusselt 数为 $Nu = -2/(\kappa\theta_{f,m})$, 其中 $\theta_{f,m} = \int_0^1 \hat{u}\theta_f d\eta$ 为液相的无量纲平均温度.图 6(a) 给出了不同 Darcy 数下 Nusselt 数随内热源比的变化.由图可见,Nusselt 数随着内热源比或 Darcy 数的提高而减小,表明对流传热逐渐变弱.图 6(b) 给出了不同 Darcy 数下 Nusselt 数随有效导热系数比的变化.当 $\kappa < 0.1$ 时,Nusselt 数变化显著,而当 $\kappa > 0.1$ 时,Nusselt 数变化平缓,表明从 $\kappa = 0.1$ 开始,对流传热变弱.

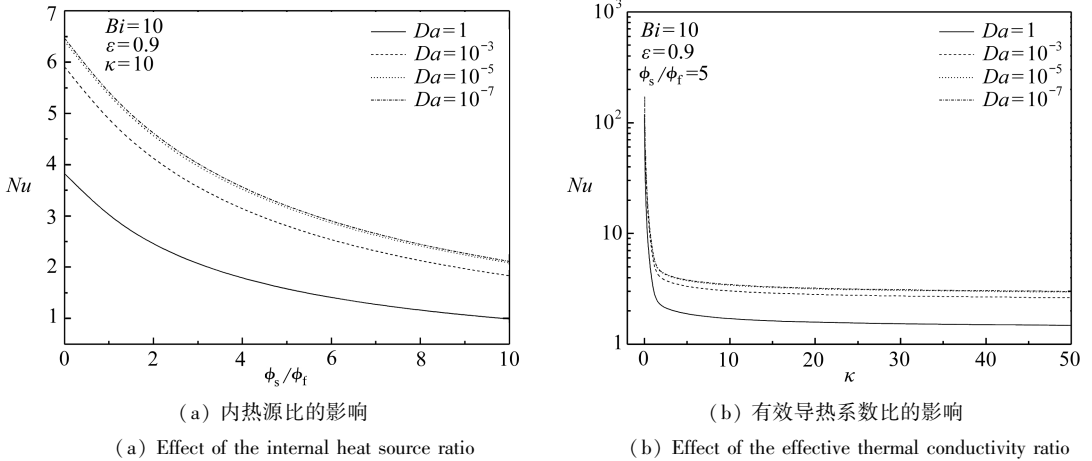


图6 内热源比、有效导热系数比对 Nusselt 数的影响

Fig. 6 Effects of the internal heat source ratio and the effective thermal conductivity ratio on the Nusselt number

4 结 语

1) 建立了多孔介质平板通道中含有内热源的非 Darcy 流动、非局部热平衡传热模型。从所建模型可以看出,当 $Da \rightarrow 0$ 时,流体流动退化为 Darcy 模型;当 $Bi \rightarrow \infty$ 时,液相与固相温度相等,LTNE 模型退化为 LTE 模型;若令 $\phi_s = \phi_f = 0$,即可分析无内热源情况。

2) LTNE 模型中两能量方程是相互耦合的,采用直接解耦法和间接解耦法可求得液相和固相的无量纲温度解析解。两种求解方法各有特点:直接解耦法概念直观明了,但需额外补充二阶和三阶边界条件求解四阶微分方程;间接解耦法只需在原给定边界条件下求解二阶微分方程,简单易行。

3) 两种求解方法获得的解答本质上是等价的,算例结果也验证了这一点。此外,参数分析结果表明,随着 Biot 数或有效导热系数比的增大,液相与固相间的温差均有所减小;随着内热源比的提高,Nusselt 数逐渐减小,而有效导热系数比小于 0.1 时,Nusselt 数变化显著。

致谢 作者感谢上海高校青年骨干教师国外访问学者计划对本文的资助。

参考文献 (References):

- [1] Whitaker S. Transient diffusion, adsorption and reaction in porous catalysis: the reaction controlled, quasi-steady catalytic surface [J]. *Chemical Engineering Science*, 1986, **41** (12): 3015-3022.
- [2] Cheng P. Heat transfer in geothermal systems [J]. *Advances in Heat Transfer*, 1979, **14**: 1-105.
- [3] Kim S J, Jang S P. Effects of the Darcy number, the Prandtl number, and the Reynolds number on local thermal non-equilibrium [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002, **45** (19): 3885-3896.
- [4] Kim S J, Vafai K. Analysis of natural convection about a vertical plate embedded in a porous medium [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1989, **32** (4): 665-677.
- [5] Celli M, Barletta A, Storesletten L. Local thermal non-equilibrium effects in the Darcy-Bénard instability of a porous layer heated from below by a uniform flux [J]. *International Journal of*

- Heat and Mass Transfer*, 2013, **67**: 902-912.
- [6] Vafai K, Sozen M. Analysis of energy and momentum transport for fluid flow through a porous bed[J]. *Journal of Heat Transfer*, 1990, **112**(3): 690-699.
- [7] Quintard M, Whitaker S. Two-phase flow in heterogeneous porous media (I): the influence of large spatial and temporal gradients[J]. *Transport in Porous Media*, 1990, **5**(4): 341-379.
- [8] Marafie A, Vafai K. Analysis of non-Darcian effects on temperature differentials in porous media[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2001, **44**(23): 4401-4411.
- [9] 李明春, 田彦文, 翟玉春. 非热平衡多孔介质内反应与传热传质耦合过程[J]. 化工学报, 2006, **57**(5): 1079-1083. (LI Ming-chun, TIAN Yan-wen, ZHAI Yu-chun. Coupled processes of chemical reaction, heat and mass transfer in non-thermal equilibrium porous medium[J]. *Journal of Chemical Industry and Engineering*, 2006, **57**(5): 1079-1083. (in Chinese))
- [10] 杨骁, 刘雪梅. 多孔介质平板通道发展传热中非局部热平衡时的温度分布特征[J]. 应用数学和力学, 2006, **27**(8): 978-986. (YANG Xiao, LIU Xue-mei. Temperature profiles of local thermal nonequilibrium for thermal developing forced convection in a porous medium parallel plate-channel[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2006, **27**(8): 978-986. (in Chinese))
- [11] Yang K, Vafai K. Analysis of temperature gradient bifurcation in porous media—an exact solution[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010, **53**(19/20): 4316-4325.
- [12] Yang K, Vafai K. Analysis of heat flux bifurcation inside porous media incorporating inertial and dispersion effects—an exact solution[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2011, **54**(25): 5286-5297.
- [13] 何颖, 邵宝东, 程赫明. 等边三角形微通道内层流的流动特性和换热特性的研究[J]. 应用数学和力学, 2014, **35**(3): 313-321. (HE Ying, SHAO Bao-dong, CHENG He-ming. Laminar flow and heat transfer in equilateral triangle micro-channels[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(3): 313-321. (in Chinese))
- [14] Buonomo B, Manca O, Lauriat G. Forced convection in micro-channels filled with porous media in local thermal non-equilibrium conditions[J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2014, **77**: 206-222.
- [15] Dukhan N, Al-Rammahi M A, Suleiman A S. Fluid temperature measurements inside metal foam and comparison to Brinkman-Darcy flow convection analysis[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2013, **67**: 877-884.
- [16] 刘伟, 明廷臻. 管内核心流分层填充多孔介质的传热强化分析[J]. 中国电机工程学报, 2008, **28**(32): 66-71. (LIU Wei, MING Ting-zhen. Analysis for heat transfer enhancement in the core flow of a tube filled with porous media at different layers[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2008, **28**(32): 66-71. (in Chinese))
- [17] Qu Z G, Xu H J, Tao W Q. Fully developed forced convective heat transfer in an annulus partially filled with metallic foams: an analytical solution[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2012, **55**(25): 7508-7519.
- [18] 公维平, 曹玉荣. 多孔介质强化传热的理论与实验研究[J]. 水动力学研究与进展, 2003, **18**(3): 276-282. (GONG Wei-ping, CAO Yu-rong. Theoretical and experimental investigation on heat transfer augmentation in porous medium[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2003, **18**(3): 276-282. (in Chinese))
- [19] Nouri-Borujerdi A, Noghrehabadi A R, Rees D A S. Onset of convection in a horizontal porous channel with uniform heat generation using a thermal nonequilibrium model[J]. *Transport in Porous Media*, 2007, **69**(3): 343-357.

- [20] Nield D A, Kuznetsov A V, Xiong M. Effect of local thermal non-equilibrium on thermally developing forced convection in a porous medium[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002, **45**(25): 4949-4955.
- [21] 许飞, 郭钢, 胡康, 韩松燕, 马晓楠, 李再顺. 稠油油藏中含内热源多孔介质的传热研究[J]. 石油化工应用, 2012, **31**(2): 28-32. (XU Fei, GUO Gang, HU Kang, HAN Song-yan, MA Xiaonan, LI Zai-shun. The research on heat transfer of combustible porous media with inner heat source[J]. *Petrochemical Industry Application*, 2012, **31**(2): 28-32. (in Chinese))
- [22] Keangin P, Vafai K, Rattanadecho P. Electromagnetic field effects on biological materials[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2013, **65**: 389-399.
- [23] Mahjoob S, Vafai K. Analytical characterization of heat transfer through biological media incorporating hyperthermia treatment[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2009, **52**: 1608-1618.

Two Decoupling Methods for the Heat Transfer Model of a Plate Channel Filled With a Porous Medium

WANG Ke-yong^{1,2}, WANG Da-zhong¹, LI Pei-chao¹

(1. School of Mechanical Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, P.R.China;

2. Department of Mechanical Engineering, University of California, Riverside, CA 92521, USA)

Abstract: A general heat transfer model of a parallel plate channel filled with a porous medium was constructed based on the Brinkman-Darcy extended model and the local thermal non-equilibrium model in view of the internal heat sources in fluid and solid phases. The temperature field of the porous medium under the fully developed heat transfer condition was respectively formulated with the direct and indirect decoupling methods of solving the fluid-phase and solid-phase energy equations. Compared to the direct decoupling method, the indirect one is more convenient to be employed to solve the 2nd-order differential equations under the original boundary conditions. The equivalence of the 2 decoupling methods was verified through comparison of the coefficients in the dimensionless temperature expressions and the temperature distributions between them. A good agreement was found between the temperature distributions obtained with the indirect decoupling method and those reported in the previous literatures in 2 limit cases, meanwhile the better generality of the proposed model was also proved to some extent. The parametric study shows that the temperature difference between the fluid and solid phases decreases with the Biot number or the effective thermal conductivity ratio, and the Nusselt number decreases with the internal heat source ratio.

Key words: porous medium; Brinkman-Darcy extended model; local thermal non-equilibrium model; internal heat source; constant heat flux