

# 考虑剪力滞效应的先简支后连续 箱梁徐变效应分析\*

孙永新, 蔺鹏臻

(甘肃省道路桥梁与地下工程重点实验室(兰州交通大学), 兰州 730070)

**摘要:** 为了分析混凝土箱梁的徐变效应与剪力滞效应的相互影响,基于箱梁剪力滞效应计算的能量变分方法,推导了混凝土箱梁徐变受剪力滞效应影响的次内力和应力计算公式.结合先简支后连续箱梁算例,计算了受剪力滞效应影响后的徐变弯矩和应力,分析了考虑徐变效应影响的剪力滞系数.结果表明,与不考虑剪力滞效应的结果相比,剪力滞效应增大了箱梁徐变效应.对算例箱梁,考虑剪力滞效应后,对中支点截面处徐变的影响最大,次内力增大42.56%,腹板处应力减小8.5%.

**关键词:** 混凝土箱梁; 剪力滞效应; 徐变; 先简支后连续

**中图分类号:** U441+.5      **文献标志码:** A

**doi:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.08.007

## 引 言

混凝土箱梁是目前简支梁、连续梁、连续刚构、刚性系杆拱桥和混凝土斜拉桥等桥梁常用的主梁结构形式<sup>[1]</sup>.混凝土箱梁弯曲时,由于上下翼缘板剪切变形的影响,翼缘板的纵向弯曲正应力沿横向分布出现不均匀现象,称为剪力滞效应<sup>[2]</sup>.同时,混凝土的徐变使得箱梁即使在不变的荷载下,其变形亦会随时间的增长而增加<sup>[3]</sup>.当混凝土箱梁在施工过程中存在体系转换时,混凝土徐变会进一步因多余约束而产生徐变次内力<sup>[4]</sup>.因此,对混凝土箱梁,当施工过程中发生体系转换时,剪力滞效应将和徐变效应同步发生,产生相互影响的叠加效应.

目前,国内外学者对混凝土徐变和剪力滞效应的研究较为深入.其中,文献[5-7]基于能量变分法,提出了剪力滞效应计算的理论公式,揭示了混凝土箱梁的剪力滞规律.文献[8-10]基于实验和理论研究成果建立了混凝土结构徐变计算的相关理论和方法,指导了大量的混凝土工程建设.但与既有研究和设计理论中以实心截面梁相区别的是,混凝土箱梁的空间薄壁特性决定了其徐变必然与弯曲的剪力滞效应相互影响,进而改变了结构的综合力学行为.

本文以变分法为基础,根据截面内力平衡方程和变形协调条件,推导出连续箱梁考虑剪力滞影响的附加弯矩和应力公式;根据叠加原理,推导出了考虑剪力滞影响的徐变次内力计算表

\* 收稿日期: 2015-02-02; 修订日期: 2015-04-17

**基金项目:** 国家自然科学基金(51208242;51368031);甘肃省杰出青年基金(1210RJDA009);中国博士后科学基金(2012M521815);教育部“长江学者和创新团队发展计划”(IRT1139)

**作者简介:** 孙永新(1989—),男,甘肃张掖人,硕士生(E-mail: 391655098@qq.com);  
蔺鹏臻(1977—),男,甘肃甘谷人,教授,博士(通讯作者. E-mail: pzhlin@mail.lzjtu.cn).

达式;通过 T-B 方程(Trost-Bazant 按龄期调整的有效模量法方程),建立了考虑剪力滞效应影响的混凝土连续箱梁徐变效应分析方法;结合算例,研究了考虑徐变和剪力滞影响下结构的力学行为。

## 1 先简支后连续施工的连续梁徐变效应分析

### 1.1 徐变次内力 $M_t$ 分析

混凝土结构必然要发生徐变变形,但不一定会发生徐变次内力,发生次内力的条件有两个:一是结构必须发生体系转换;二是转换后必为超静定体系<sup>[11]</sup>。

假设一两跨连续梁桥在先期简支梁状态  $\tau_0$  时刻承受荷载  $q$ ,如图 1(a)所示。在  $\tau$  时体系转换为连续梁,如图 1(b)所示。

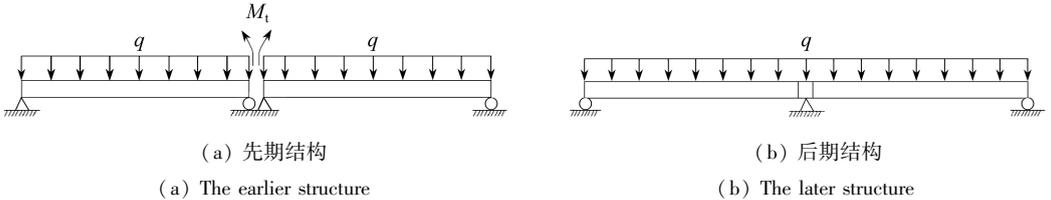


图 1 体系转换过程图

Fig. 1 The system conversion process diagram

在加载龄期相同,由简支变连续情况下的连续梁在后期结构中的弯矩  $M_{gt}$ ,可由下式计算<sup>[12]</sup>:

$$M_{gt} = \bar{M} + (M_g - \bar{M}) \{ 1 - e^{-[\phi(t, \tau_0) - \phi(\tau, \tau_0)]} \}, \quad (1)$$

式中  $\bar{M}$  为在先期结构自重作用下,按先期结构计算的弯矩,即为初等梁理论弯矩; $M_g$  为在先期结构自重作用下,按后期结构体系计算的弯矩; $\phi(t, \tau_0)$  为从先期结构加载龄期  $\tau_0$  至后期结构计算所考虑时间  $t$  时的徐变系数; $\phi(\tau, \tau_0)$  为从先期结构加载龄期  $\tau_0$  至  $\tau$  时转换为后期结构的徐变系数。

由式(1)可得,弯矩  $M_{gt}$  由初等梁理论弯矩  $\bar{M}$  和弯矩  $(M_g - \bar{M}) \{ 1 - e^{-[\phi(t, \tau_0) - \phi(\tau, \tau_0)]} \}$  组成,其中后一项弯矩即为徐变次内力  $M_t$ ,即

$$M_t = (M_g - \bar{M}) \{ 1 - e^{-[\phi(t, \tau_0) - \phi(\tau, \tau_0)]} \}. \quad (2)$$

因此,式(1)可表示为

$$M_{gt} = \bar{M} + M_t. \quad (3)$$

### 1.2 应力分析

假设徐变横向均匀发展,混凝土梁任意  $t$  时刻的总应变可由 T-B 方程求得<sup>[13]</sup>

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(\tau_0)}{E} [1 + \phi(t, \tau_0)] + \frac{\Delta\sigma_c(t, \tau_0)}{E} [1 + \chi(t, \tau_0)\phi(t, \tau_0)], \quad (4)$$

式中  $\sigma_c(\tau_0)$  为初始  $\tau_0$  时刻混凝土梁的应力; $\Delta\sigma_c(t, \tau_0)$  为初始  $\tau_0$  时刻至任意时刻  $t$  混凝土梁的应力增量; $\chi(t, \tau_0)$  为初始  $\tau_0$  时刻至任意时刻  $t$  混凝土梁的老化系数,通常在一定范围内变化,一般可取 0.82。

按龄期调整的有效模量为

$$E_{\varphi}(t, \tau_0) = \frac{E_0(\tau_0)}{1 + \chi(t, \tau_0)\phi(t, \tau_0)} \cdot \quad (5)$$

将式(5)代入式(4), 可得

$$\Delta\sigma_c(t, \tau_0) = E_{\varphi}(t, \tau_0) \{ \varepsilon_c(t) - \varepsilon_c(\tau_0) [1 + \phi(t, \tau_0)] \}. \quad (6)$$

任意  $t$  时刻的混凝土连续箱梁应力为

$$\sigma_c(t, \tau_0) = E_{\varphi}(t, \tau_0) \{ \varepsilon_c(t) - \varepsilon_c(\tau_0)\phi(t, \tau_0)[1 - \chi(t, \tau_0)] \}, \quad (7)$$

其中  $\phi(t, \tau_0)[1 - \chi(t, \tau_0)]$  为徐变影响系数, 即

$$\beta(t, \tau_0) = \phi(t, \tau_0)[1 - \chi(t, \tau_0)]. \quad (8)$$

代入式(7)可得到

$$\begin{aligned} \sigma_c(t, \tau_0) &= E_{\varphi}(t, \tau_0) [ \varepsilon_c(t) - \varepsilon_c(\tau_0)\beta(t, \tau_0) ] = \\ &\sigma_c(t) - \sigma_c(\tau_0)\beta(t, \tau_0). \end{aligned} \quad (9)$$

## 2 先简支后连续施工的连续梁剪力滞效应分析

### 2.1 附加弯矩 $M_F$ 分析

剪力滞效应产生的附加弯矩  $M_F$  是剪切转角最大差值  $u(x)$  的一阶导数的函数<sup>[14]</sup>, 表示为

$$M_F = \frac{3}{4} EI_s u', \quad (10)$$

式中,  $E$  为弹性模量,  $I_s$  为箱梁上下翼缘板截面对  $y$  轴的惯性矩,  $u'$  是剪切转角最大差值函数的一阶导数,  $u'$  可由下式进行计算:

$$u'' - k^2 u = \frac{7n \overline{Q(x)}}{6EI}, \quad (11)$$

式中  $n$  和  $k$  称作 Reissner(瑞斯纳)参数,  $n = 1/(1 - 7I_s/(8I))$ ,  $k = (1/b) \sqrt{14Gn/(5E)}$ ,  $I$  为截面对  $y$  轴的惯性矩,  $G$  为剪切模量,  $\overline{Q(x)}$  为连续箱梁所受的剪力。

以图 1 所示两跨连续梁为例, 可将其分解为图 2(a)、(b) 两个简支体系, 分别计算剪力滞效应, 然后叠加获得原连续梁的剪力滞效应。图中  $x$  为梁纵向坐标,  $R_B$  为中支点支座的等效力。

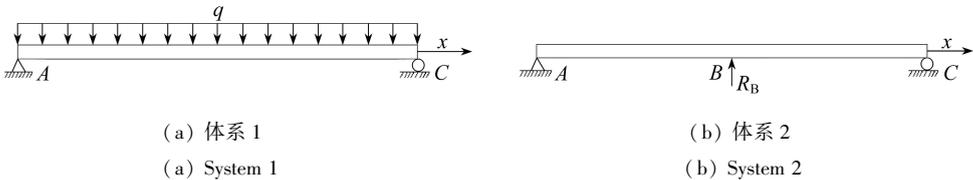


图 2 两等跨连续梁计算体系

Fig. 2 The computing system for the 2-span continuous beam

对体系 1, 结构的弯矩和剪力分别为

$$\overline{M(x)} = \frac{q}{2} (2L - x)x, \quad (12)$$

$$\overline{Q(x)} = q(L - x). \quad (13)$$

将式(13)代入式(11)可得

$$u = \frac{7nq}{6EI} \left[ -\frac{L-x}{k^2} + C_1 \operatorname{sh}(kx) + C_2 \operatorname{ch}(kx) \right]. \quad (14)$$

由边界条件

$$u' \big|_{x=0} = 0; u' \big|_{x=2L} = 0,$$

得

$$C_1 = -\frac{1}{k^3}; C_2 = \frac{\text{ch}(2kL) - 1}{k^3 \text{sh}(2kL)}.$$

可得  $u(x)$  的表达式为

$$u = \frac{7nq}{6EI k^2} \left[ (x - L) - \frac{1}{k} \text{sh}(kx) + \frac{\text{ch}(2kL) - 1}{k \text{sh}(2kL)} \text{ch}(kx) \right]. \quad (15)$$

联立式(10)、(15)得到体系 1 的附加弯矩表达式:

$$M_F = \frac{7nI_s q}{8Ik^2} \left[ 1 - \text{ch}(kx) + (\text{ch}(2kL) - 1) \frac{\text{sh}(kx)}{\text{sh}(2kL)} \right]. \quad (16)$$

同理,得到体系 2 的附加弯矩表达式:

当  $0 \leq x < L$  时

$$M_F = \frac{7nI_s R_B}{16Ik} \frac{\text{sh}(kx)}{\text{ch}(kL)}; \quad (17)$$

当  $L \leq x \leq 2L$  时

$$M_F = \frac{7nI_s R_B}{16Ik} \frac{\text{sh}(kL)}{\text{ch}(kx)}. \quad (18)$$

根据叠加原理,得到原结构的附加弯矩表达式:

当  $0 \leq x < L$  时,附加弯矩表达式为

$$M_F = \frac{7nI_s q}{8Ik} \left\{ \frac{1}{k} \left[ 1 - \text{ch}(kx) + (\text{ch}(2kL) - 1) \frac{\text{sh}(kx)}{\text{sh}(2kL)} \right] - \frac{5L}{8} \frac{\text{sh}(kx)}{\text{ch}(kL)} \right\}; \quad (19)$$

当  $L \leq x \leq 2L$  时,附加弯矩表达式为

$$M_F = \frac{7nI_s q}{8Ik} \left\{ \frac{1}{k} \left[ 1 - \text{ch}(kx) + (\text{ch}(2kL) - 1) \frac{\text{sh}(kx)}{\text{sh}(2kL)} \right] - \frac{5L}{8} \frac{\text{sh}(kL)}{\text{ch}(kx)} \right\}. \quad (20)$$

## 2.2 应力分析

考虑剪力滞效应后箱梁截面的应力表达式为<sup>[15]</sup>

$$\sigma_F(x, y, z, t) = Ez \left[ \frac{\overline{M(x)}}{EI} - \left( 1 - \frac{y^3}{b^3} - \frac{3}{4} \frac{I_s}{I} \right) u'(x, t) \right], \quad (21)$$

式中的第 2 项是考虑剪力滞影响的修正值,  $z$  为箱梁顶板或底板上一点到截面形心的距离。

将根据式(11)计算的  $u'$ , 代入式(21), 可得

当  $0 \leq x < L$  时,应力表达式为

$$\sigma_F(x, y, z, t) = \frac{z}{I} \left[ \overline{M(x)} - \frac{7nq}{6k} \left( 1 - \frac{y^3}{b^3} - \frac{3I_s}{4I} \right) \left\{ \frac{1}{k} \left[ 1 - \text{ch}(kx) + (\text{ch}(2kL) - 1) \frac{\text{sh}(kx)}{\text{sh}(2kL)} \right] - \frac{5L}{8} \frac{\text{sh}(kx)}{\text{ch}(kL)} \right\} \right]; \quad (22)$$

当  $L \leq x \leq 2L$  时,应力表达式为

$$\sigma_F(x, y, z, t) = \frac{z}{I} \left[ \overline{M(x)} - \frac{7nq}{6k} \left( 1 - \frac{y^3}{b^3} - \frac{3I_s}{4I} \right) \left\{ \frac{1}{k} \left[ 1 - \text{ch}(kx) + \right. \right. \right.$$

$$\left. \left( \operatorname{ch}(2kL) - 1 \right) \frac{\operatorname{sh}(kx)}{\operatorname{sh}(2kL)} \right] - \frac{5L \operatorname{sh}(kL)}{8 \operatorname{ch}(kx)} \left. \right\}. \quad (23)$$

### 3 考虑剪力滞的徐变效应分析

#### 3.1 考虑剪力滞和徐变效应的梁体弯矩

由于  $M_F$  是箱梁的薄壁特性引起的, 而  $M_1$  是由于时间效应和体系转换效应产生的, 在实际计算中, 应首先将  $\bar{M}$  与徐变次内力  $M_1$  叠加, 然后考虑二者共同受剪力滞效应的影响。

$\bar{M}$  与徐变次内力  $M_1$  叠加的公式为式(3), 考虑剪力滞效应后, 表达式为

$$M = \bar{M} + M_F + M_{1,F}, \quad (24)$$

其中  $M_F$  由式(19)、(20)表示;  $M_{1,F}$  为考虑剪力滞的徐变次内力, 表示为

$$M_{1,F} = \left[ (M_g + M_{g,F}) - (\bar{M} + \bar{M}_F) \right] \left\{ 1 - e^{-[\phi(t,\tau_0) - \phi(\tau,\tau_0)]} \right\}, \quad (25)$$

其中  $\bar{M}_F, M_{g,F}$  分别表示连续梁在前期结构和后期结构受剪力滞影响的附加弯矩, 分别由式(16)和式(19)、(20)算得。

#### 3.2 考虑剪力滞和徐变效应的梁体应力分析

考虑剪力滞效应后, 梁纵向位移函数表达式为

$$u(x, y, z, t) = z \left[ \frac{dw(x)}{dx} + \left( 1 - \frac{y^3}{b^3} \right) u(x, t) \right], \quad (26)$$

式中  $w(x)$  为梁的竖向挠度,  $u(x, t)$  为剪切转角的最大差值。

由式(26)可知, 考虑剪力滞效应后, 任意  $t$  时刻混凝土箱梁应变为

$$\varepsilon_c(x, y, z, t) = \frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial x} = Ez \left[ \frac{dw(x)}{dx} + \left( 1 - \frac{y^3}{b^3} \right) u'(x, t) \right]. \quad (27)$$

将式(27)代入式(9), 得到考虑剪力滞的徐变效应应力公式, 即

$$\sigma_{c,F}(t, \tau_0) = \left[ \sigma_F(x, y, z, t) - \sigma_c(\tau_0) \beta(t, \tau_0) \right], \quad (28)$$

其中  $\sigma_F(x, y, z, t)$  由式(22)、(23)表示。

## 4 算例分析

### 4.1 算例概况

#### 4.1.1 结构概况

如图3所示的两跨连续梁,  $L = 20 \text{ m}$ , 按先简支后连续施工,  $\tau_0$  为第30 d,  $\tau$  为第60 d,  $t$  为25 550 d, 承受均布荷载  $10 \text{ kN/m}$ , 连续梁采用 C50 混凝土。结合结构几何参数和设计规范<sup>[8]</sup>, 可算得前述公式中基本参数, 如表1所示。

表1 基本参数

Table 1 The basic parameters

| $I_s/I$ | $n$   | $k$   | $\phi(t, \tau_0)$ | $\phi(\tau, \tau_0)$ | $\beta(t, \tau_0)$ |
|---------|-------|-------|-------------------|----------------------|--------------------|
| 0.788   | 3.221 | 0.617 | 1.698             | 0.649                | 0.306              |

#### 4.1.2 分析工况

分析3种工况下梁体应力和内力:

① 仅按不考虑剪力滞效应的初等梁理论计算梁体内力, 不考虑施工过程中体系转换中的徐

变效应,简记为 P。

② 初等梁理论计算施工过程体系转换及其徐变效应,不计剪力滞效应,简记为 PC。

③ 采用式(24),同时考虑剪力滞效应和施工过程体系转换徐变效应,简记为 SC。

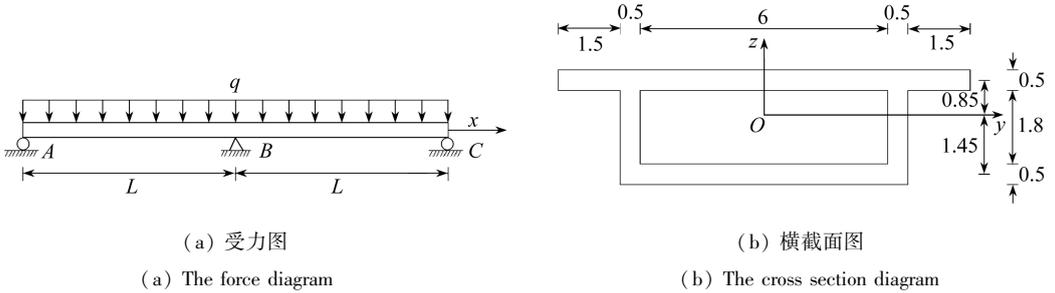


图3 两跨连续梁(单位: m)

Fig. 3 The 2-span continuous beam(unit: m)

## 4.2 次内力分析

### 4.2.1 仅考虑徐变效应

根据工况①与工况②,对连续梁的弯矩进行比较,结果如图4所示。图中的弯矩用  $M$  表示,梁纵向坐标用  $2L$  表示。

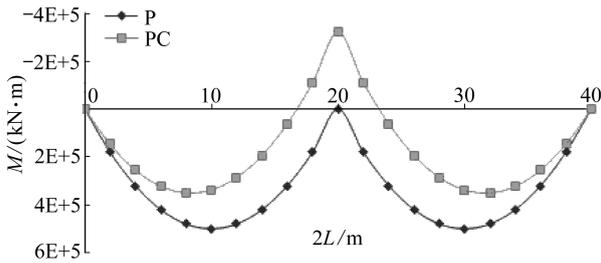


图4 弯矩图

Fig. 4 The bending moment diagram

从图4可以看出,在正弯矩区徐变次内力减小了梁中的荷载内力,起着卸载作用,最大减小40.41%,出现在边跨跨中截面附近;在中支点截面附近,徐变次内力起加载作用,增大了梁中的荷载内力。结合式(3),徐变次内力  $M_1$  呈线性分布,并且是负弯矩,也解释了徐变在正弯矩区的卸载作用和负弯矩区的加载作用。

### 4.2.2 考虑剪力滞的徐变效应分析

在3种工况下对连续梁的弯矩进行比较,结果如图5所示。

从图5总体上看,与只考虑徐变效应相比,剪力滞附加弯矩显著增大了施工过程中体系转换所引起的内力重分布,起着加载作用,这是因为剪力滞附加弯矩与徐变次内力基本同号。从正弯矩区看,受剪力滞效应影响后,徐变次内力最大增大19.21%;在支座附近负弯矩区,受剪力滞的影响较大,徐变次内力最大增大42.56%。

## 4.3 应力分析

### 4.3.1 连续梁中支点截面 ( $x = 20$ m) 应力分析

根据3种工况对中支点截面处的应力进行分析,结果如图6所示。图中应力用  $\sigma$  表示,截面横向坐标用  $b$  表示。

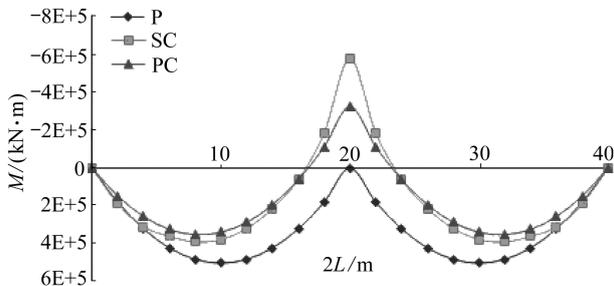


图5 弯矩对比图

Fig. 5 Bending moment comparison chart

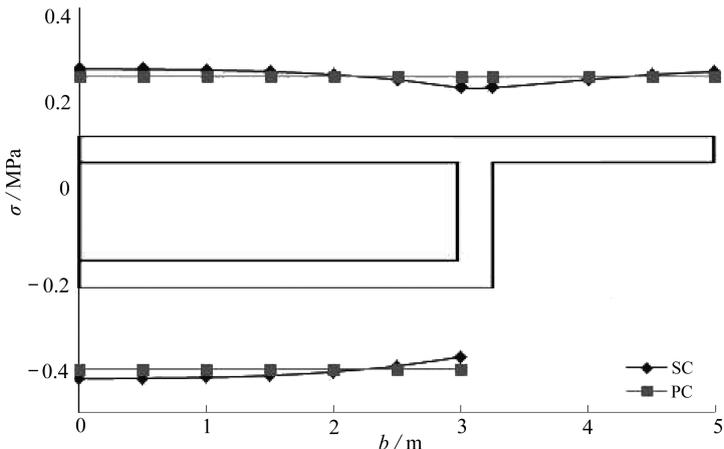


图6 中支点截面应力对比图

Fig. 6 Stress comparison at the intermediate bearing section

从图6可以看出,仅考虑徐变效应时,由于中支点截面弯矩变大,上、下翼缘板应力总体增大。考虑剪力滞后,截面在靠近腹板的翼板应力减小8.5%,而悬臂板应力增大,梁体中线部位应力增大,即翼缘板应力在靠近腹板处小于远离腹板处,出现了负剪力滞效应。

#### 4.3.2 跨中截面 ( $x = 10\text{ m}$ ) 应力分析

将跨中截面进行应力比较,结果如图7所示。

从图7可以看出,仅考虑徐变效应时,由于边跨跨中截面弯矩减小,上、下翼缘板应力总体减小12.3%。考虑剪力滞后,截面在靠近腹板的翼板应力增大8.2%,而悬臂板应力减小,梁体中线部位应力减小,即翼缘板应力在靠近腹板处大于远离腹板处,出现了正剪力滞效应。

#### 4.4 徐变对剪力滞系数的影响分析

以连续梁左跨段 ( $x = 0 \sim 20\text{ m}$ ) 为研究对象,分析徐变对剪力滞系数  $\lambda$  的影响,其变化趋势如图8所示。

从图8可以看出,不考虑徐变的影响时,剪力滞系数  $\lambda$  在梁边跨3/4范围内 ( $x = 0 \sim 15\text{ m}$ ) 的递减趋势平稳,且  $\lambda > 1$ ; 在靠近中支点附近 ( $x = 15 \sim 20\text{ m}$ ),  $\lambda$  的递减趋势加快,在中支点截面处出现最小剪力滞系数  $\lambda_{\min} = 0.51$ 。考虑徐变的影响后,由于徐变次内力在正弯矩区的卸载作用,剪力滞系数  $\lambda$  减小,且最大减小35.7%; 在中支点截面也出现最小剪力滞系数  $\lambda_{\min} = 0.55$ , 与不考虑徐变相比,增大7.8%。

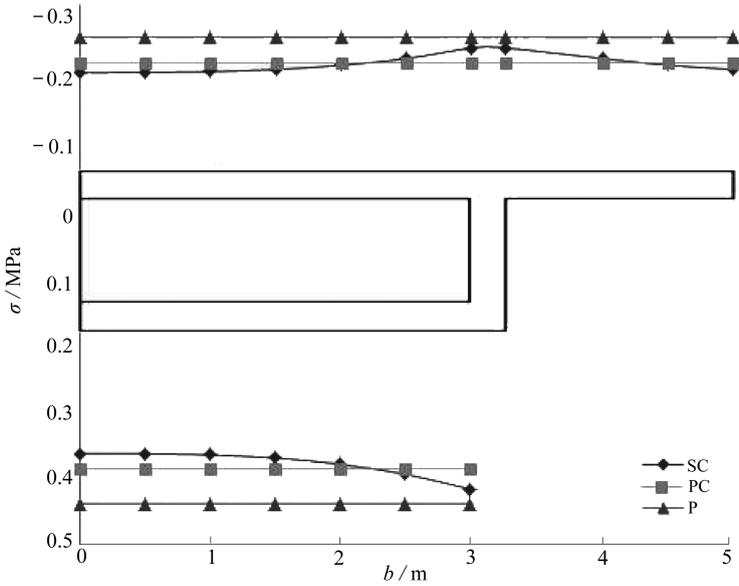


图7 跨中截面应力对比图

Fig. 7 Stress comparison at the span center section

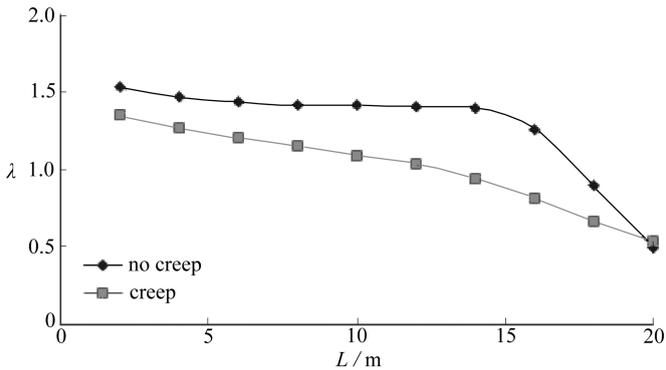
图8 剪力滞系数  $\lambda$  对比图

Fig. 8 The shear lag coefficient comparison diagram

## 5 结 论

由以上分析可得到以下主要结论:

1) 本文由先简支后连续施工体系转换内力计算公式出发,结合基于变分法的剪力滞效应计算方法,建立了考虑剪力滞和徐变共同效应的箱梁内力和应力计算公式,对先简支后连续箱梁的设计和计算提供参考。

2) 与只考虑徐变效应相比,剪力滞引起施工过程中体系转换所引起的内力重分布,起着加载作用,正弯矩区徐变次内力  $M_1$  最大增大 19.21%;负弯矩区徐变次内力  $M_1$  最大增大 42.56%。

3) 在中支点截面,由于徐变效应的加载作用,上、下翼缘板的应力增大,考虑剪力滞效应后,截面在靠近腹板的翼板应力减小 8.5%,出现负剪力滞效应;在边跨跨中截面,徐变效应的卸载作用引起了上、下翼缘板的应力减小 12.3%,考虑剪力滞效应后,截面在靠近腹板的翼板

应力增大 8.2%, 出现正剪力滞效应。

4) 在不考虑徐变影响时, 剪力滞系数  $\lambda$  沿连续梁纵向坐标呈递减趋势,  $\lambda_{\min}$  出现在中支点截面。考虑徐变的影响后, 在正弯矩区减小了剪力滞效应, 剪力滞系数  $\lambda$  最大减小 35.7%; 在靠近中支点附近增大了剪力滞效应, 剪力滞系数  $\lambda$  最大增大 7.8%。由此可得, 徐变是影响剪力滞不可缺少的因素, 所以出于对工程安全的考虑, 应该将徐变和剪力滞效应进行综合考虑。

#### 参考文献 (References):

- [1] 蔺鹏臻. 混凝土箱梁剪力滞效应的分析理论与应用研究[M]. 北京: 人民交通出版社, 2012. (LIN Peng-zhen. *Research on Analysis Theory & Application of Shear Lag Effect for Concrete Box Girders*[M]. Beijing: China Communications Press, 2012. (in Chinese))
- [2] 郭金琼, 房贞政, 郑振. 箱形梁设计理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 2008. (GUO Jin-qiong, FANG Zhen-zheng, ZHENG Zhen. *Design Theory of Box Girder*[M]. Beijing: China Communications Press, 2008. (in Chinese))
- [3] Sapountzakis E J, Katsikadelis J T. Creep and shrinkage effect on reinforced concrete slab-and-beam structures[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2002, **128**(6): 625-634.
- [4] Oh B H, Yang I H. Realistic long-term prediction of prestress forces in PSC box girder bridges [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2001, **127**(9): 1109-1116.
- [5] 蔺鹏臻, 杨子江, 孙理想, 冀伟. 集中弯矩作用下箱梁剪力滞效应的解析解[J]. 应用数学和力学, 2014, **35**(7): 750-758. (LIN Peng-zhen, YANG Zi-jiang, SUN Li-xiang, JI Wei. Analytic method for shear lag effect of box girders under concentrated bending moments[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(7): 750-758. (in Chinese))
- [6] ZHOU Shi-jun. Finite beam element considering shear-lag effect in box girder[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2010, **136**(9): 1115-1122.
- [7] 张元海, 李乔. 箱形梁剪滞效应分析中的广义力矩研究[J]. 铁道学报, 2007, **29**(1): 77-81. (ZHANG Yuan-hai, LI Qiao. Study on the generalized moment in shera lag effect analysis of box girder[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2007, **29**(1): 77-81. (in Chinese))
- [8] Goel R, Kumar R, Paul D K. Comparative study of various creep and shrinkage prediction models for concrete[J]. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2007, **19**(3): 249-260.
- [9] Chen W F. *Structural Engineering Handbook*[M]. Boca Raton: CRC Press LLO, 1999.
- [10] 陈亮, 邵长宇. 结合梁斜拉桥混凝土收缩徐变影响规律[J]. 桥梁建设, 2015, **45**(1): 74-77. (CHEN Liang, SHAO Chang-yu. Influential laws of concrete shrinkage and creep of composite girder cable-stayed bridge[J]. *Bridge Construction*, 2015, **45**(1): 74-77. (in Chinese))
- [11] 项海帆. 高等桥梁结构理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001. (XIANG Hai-fan. *Theory of Higher Bridge Structure*[M]. Beijing: China Communications Press, 2001. (in Chinese))
- [12] 中华人民共和国交通部. 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范: JTG D62—2004[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004. (Ministry of Transport of the People's Republic of China. Code for design of highway reinforced concrete and prestressed concrete bridges and culverts: JTG D62—2004[S]. Beijing: China Communications Press, 2004. (in Chinese))
- [13] Bazant Z P, Kim S S. Approximate relaxation function for concrete[J]. *Journal of the Structural Division*, 1979, **105**(12): 2695-2705.
- [14] 蔺鹏臻, 刘应龙, 孙理想, 杨子江, 冀伟. 预应力作用下简支箱梁桥的剪力滞效应分析[J]. 铁道工程学报, 2014(11): 54-58. (LIN Peng-zhen, LIU Ying-long, SUN Li-xiang, YANG Zi-jiang, JI

- Wei. Shear lag analysis of simply supported box girders under prestressing effect[J]. *Journal of Railway Engineering Society*, 2014(11): 54-58. (in Chinese))
- [15] 周世军. 箱梁的剪力滞效应分析[J]. 工程力学, 2008, 25(2): 204-208. (ZHOU Shi-jun. Shear lag analysis of box girder[J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(2): 204-208. (in Chinese))

## Creep Analysis of Simply Supported-to-Continuous Box Girders Under Shear Lag Effect

SUN Yong-xin, LIN Peng-zhen

(*Key Laboratory of Road & Bridge and Underground Engineering of Gansu Province*  
(*Lanzhou Jiaotong University*), Lanzhou 730070, P.R.China)

**Abstract:** To analyze how creep interacts with shear lag effect in concrete box girders, the calculation formulae for the creep secondary internal force and stress were derived with the energy variation method. With a simply supported-to-continuous box girder for example, the creep bending moment and stress were calculated under the shear lag effect, and the shear lag coefficients were obtained under the influence of creep. The results show that the shear lag effect increases the creep stress significantly. Under the shear lag effect, the creep variation at the intermediate bearing section is the maximum, where the secondary bending moment increases by 42.56% and the flange normal stress above the web plate decreases by 8.5%.

**Key words:** concrete box girder; shear lag effect; creep; simply supported-to-continuous

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China (51208242; 51368031);  
China Postdoctoral Science Foundation (2012M521815)