文章编号:1000-0887(2015)09-0905-09

ⓒ 应用数学和力学编委会, ISSN 1000-0887

# 辛体系下 THz 波在碳纳米管阵列中的传播<sup>\*</sup>

赵 鹏, 邓子辰, 张 宇

(西北工业大学力学与土木建筑学院,西安710129)

(我刊编委邓子辰来稿)

**摘要:** 对于一个被周期性平行有限长碳纳米管阵列填充的平面波导,基于平行碳纳米管阵列的等效介质模型,忽略其空间色散,考虑了电磁波的损耗,从而得到填充介质的介电特性,并将电磁波 在波导中的传播导入到 Hamilton 体系,同时考虑两侧边界条件均为理想导电边界条件,从而在辛 理论框架下求解本征值方程,得到了电磁波传播色散关系.分析可知,存在一个窄的频段,电磁波基 模无法传播,然而在频段外,电磁波基模传播具有极其低的损耗,这使得碳纳米管阵列具有宽频带 传播的特性,这些特性使得碳纳米管阵列相比于传统材料具有更优的传播特性.

关键词:碳纳米管阵列;太赫兹;辛体系;波导中图分类号:0441.4;029 文献标志码:A
 doi:10.3879/j.issn.1000-0887.2015.09.002

弓[

言

碳纳米管自发现以来,由于其独特的电学特性,特别是在导电性方面具有金属性和半导体性,而且导电性相比于金属纳米线高很多<sup>[1-2]</sup>,因此成为了纳米电子学研究的热点.近十年来,特别是在太赫兹(terahertz,简记为 THz)和红外频段,许多研究者和研究团队对平行碳纳米管 阵列的特性及其应用做了大量的研究.由于它们相比其它导电材料具有显著的低损耗,因此单 根碳纳米管和碳纳米管阵列在太赫兹传感和成像<sup>[34]</sup>、天线<sup>[5-6]</sup>、偏光器<sup>[7]</sup>、自由电子激光<sup>[8]</sup>等 方面得到了许多研究和应用.

单根金属性碳纳米管的电磁特性通常通过金属圆筒阻抗和有效边界条件模型来描述<sup>[9]</sup>, 该模型已被用于理论上研究碳纳米管传输线和连接线<sup>[10]</sup>、光学稠密的平行金属碳纳米管复合 结构<sup>[11]</sup>、以及二维周期性碳纳米管阵列<sup>[12]</sup>.基于单根碳纳米管模型,描述碳纳米管阵列时,目 前主要存在两种模型.第1种模型基于 Green(格林)函数理论,应用 Pocklington(波克林顿)方 程(或者 Helen(海伦)方程),并且考虑碳纳米管之间的电磁相互作用,从而求解波传播特性. 例如,Nefedov 基于 Green 函数的电磁模型,分析了周期性无限长碳纳米管阵列中电磁波的传 播<sup>[12]</sup>.第2种模型为等效模型,把碳纳米管阵列等效成一种介质,这个理论首次被 García-Vidal 等描述<sup>[13]</sup>.此模型基于碳纳米管阵列中 Bloch(布洛赫)波传播的数值模拟,并通过 Bloch 波衰 减因子来决定有效介电常数.利用此模型,Nefedov 和 Tretyakov 研究了周期性无限长平行碳纳

作者简介: 赵鹏(1989—),男,陕西人,硕士生(E-mail: 2013200973@ mail.nwpu.edu.cn);

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2015-05-27;修订日期: 2015-07-11

基金项目: 国家自然科学基金(11372252);中央高校基本科研业务费(310201401JCQ01001)

邓子辰(1964—),男,辽宁人,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: dweifan@nwpu.edu.cn).

米管阵列,把基于 Green 函数的电磁模型与有效介质模型做了对比,并通过有效介质模型研究 了有限长度碳纳米管阵列平板,假设上下两边分别为理想电导体和理想磁导体边界条件<sup>[14]</sup>. Hashemi 等研究了一个倾斜超薄碳纳米管平板,边界条件为真空,得到了在低波长时,低损耗 材料能引起对电磁波的完美波吸收<sup>[15]</sup>.Nefedov 和 Tretyakov 在已有工作的基础上,研究了周期 性无限长碳纳米管阵列平板<sup>[16]</sup>,假设边界条件一边为真空,一边为理想导体边界.与文献[14] 不同的是碳纳米管假设为无限长,并且平行于边界,而文献[14]中碳纳米管为有限长,并且垂 直于边界.在本文的工作中采用了等效介质模型,忽略了空间色散项以及电磁电感,得到简化 后的碳纳米管阵列介电函数,用来描述碳纳米管阵列.与以往研究工作不同的是,本文研究了 垂直于两侧边界的有限长平行碳纳米管阵列,并且假定了两侧边界均为理想导体边界条件.

此外,Nefedov 等是基于求解 Maxwell(麦克斯韦)方程组的方法得到波传播的色散方程, 在这里我们将采用另外一种电磁波处理方法.众所周知,钟万勰<sup>[17]</sup>将电磁波导的基本方程导 入了 Hamilton 体系,表达为辛几何的形式,这极大地简化了所求解问题的难度,特别是对于复 杂边界条件以及填充介质.近十年来,在 Hamilton 体系下,电磁波导的辛分析与计算已经取得 了一定的进展<sup>[18-19]</sup>.本文将运用辛数学方法将电磁波导引入到 Hamilton 体系下,求解碳纳米管 填充的平面波导特征方程,并分析在低 THz 频段,碳纳米管填充的平行电磁波导的传播损耗, 以及宽频带传播特性.

## 1 等效介质模型

由碳纳米管形成的有限厚度的薄板属于线超材料(wire metamaterials)<sup>[20]</sup>,已经应用于场发射器<sup>[21]</sup>、生物传感器<sup>[22]</sup>和天线<sup>[23]</sup>.虽然碳纳米管阵列薄板在制造过程中通常形成一个6角晶格阵列,然而,在高密度的阵列中,碳纳米管的排布方式对电磁特性影响很微弱,因此在本文的工作中假定阵列的晶格为正方晶格,晶格常数为d.另外本文还假定碳纳米管类型为 z 字形金属碳纳米管.对于 z 字形金属碳纳米管,在小频率(低于光跃迁频段)和小半径(M < 50,其中,M为 z 字形碳纳米管指标,为3的整数倍,可表示为M = 3q,q为正整数)的条件下,其复电导<sup>[9]</sup>可以简单的写为

$$\sigma_{zz} \simeq -j \frac{2\sqrt{3}e^2 \Gamma_0}{M\pi\hbar^2(\omega - j\nu)}, \qquad M = 3q, \tag{1}$$

其中, *e*是电子电荷,  $\Gamma_0 = 2.7 \text{ eV}$  为重叠积分,  $\nu = 1/\tau$  为碰撞频率,  $\tau$  是弛豫时间, 它的值不仅依赖于频率(虽然目前仍然还在研究中, 然而在低频段(包含低 THz 段)通常取 $\tau = 3 \times 10^{-12} \text{ s}$ , 在更高的红外频段(小于光跃迁频段)通常取 $\tau = 10^{-13} \text{ s}^{[11]}$ ),同时也依赖于温度(温度影响比较微弱).在本文的工作中, 忽略温度的影响, 并且取 $\tau = 3 \times 10^{-12} \text{ s}$ (主要研究在 THz 频段).

碳纳米管单位长度的表面阻抗可以表达为以下形式:

$$z_{i} = \frac{1}{2\pi r\sigma} = \frac{M\hbar^{2}\nu}{4\sqrt{3}e^{2}\Gamma_{0}r} + j\omega \frac{M\hbar^{2}}{4\sqrt{3}e^{2}\Gamma_{0}r} = R + j\omega L,$$
(2)

在金属碳纳米管传输线模型框架下 R 和 L 分别对应于量子阻抗和动态电感。

通过在有效介质的理论框架下考虑碳纳米管阵列的有效电磁特性,碳纳米管阵列可以被 认为是单轴材料,它的介电常数并矢可以写为

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \varepsilon_x X_0 X_0 + \varepsilon_0 (Y_0 Y_0 + Z_0 Z_0), \qquad (3)$$

其中 $\varepsilon_0$ 为真空介电常数.应用非局部准定态线媒介模型<sup>[24]</sup>可得到

$$\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_0} = 1 - \frac{k_p^2}{k^2 - j\xi k - k_x^2/n^2}, \ k_p^2 = \frac{\mu_0}{d^2 L_{ent}},\tag{4}$$

其中, *k* 是自由空间波矢, *k<sub>p</sub>* 是有效等离子体波数,  $n^2 = L_{ent}C_{ent}/(\varepsilon_0\mu_0)$  为空间色散强度,  $L_{ent}$  和 *C<sub>ent</sub>* 分别表示碳纳米管单位长度有效电感和电容,  $\xi = (R/L_{ent}) \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$  是与损耗相关的参数.

在低 THz 频段,  $L_{ent} \approx L(忽略了电磁电感), k_x^2/n^2 相比较于 k^2 足够的小, 因此也可以忽略<sup>[14]</sup>,则方程(4)可以简化为$ 

$$\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_0} = 1 - \frac{\mu_0}{d^2 L(k^2 - j\xi k)}.$$
(5)

2 Hamilton 体系下电磁波在电磁波导中传输

#### 2.1 电磁波导辛体系下本征值方程

钟万勰<sup>[17]</sup>将电磁波导的基本方程导入了 Hamilton 体系,并表示为辛几何形式,辛体系可 以用来处理任意的各向异性材料,以及不同的介质及界面条件.在辛体系下,以横向的电场和 磁场构成对偶向量,得到 Hamilton 算子矩阵本征值方程,并且通过辛数学的一套理论框架来 求解本征值方程,从而可以求得电磁波导的传播特性.

将电磁波导入 Hamilton 体系,可以得到 Hamilton 算子矩阵本征值方程<sup>[17]</sup>

$$H\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\psi}\,,\tag{6}$$

其中,  $\psi$  为向量函数, Hamilton 算子矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} A & \omega \mu I + D_{op} \\ - \omega \varepsilon_{tr} - B_{op} & -A^{T} \end{bmatrix};$$
(7)  
$$A = -\begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{zt} \\ \varepsilon_{z} \end{pmatrix}, D_{op} = \frac{1}{\omega \varepsilon_{z}} \begin{pmatrix} \partial^{2}/\partial x^{2} & \partial^{2}/\partial x \partial y \\ \partial^{2}/\partial x \partial y & \partial^{2}/\partial y^{2} \end{pmatrix},$$
$$B_{op} = \frac{1}{\omega \mu} \begin{pmatrix} \partial^{2}/\partial y^{2} & -\partial^{2}/\partial x \partial y \\ -\partial^{2}/\partial x \partial y & \partial^{2}/\partial x^{2} \end{pmatrix}, \varepsilon_{tr} = \varepsilon_{t} - \varepsilon_{zt} \varepsilon_{z}^{-1} \varepsilon_{zt}^{T},$$

这里  $\boldsymbol{\varepsilon}_{z}, \boldsymbol{\varepsilon}_{z} = (\boldsymbol{\varepsilon}_{xz} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{yz}), \boldsymbol{\varepsilon}_{t} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} & \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} & \boldsymbol{\varepsilon}_{y} \end{pmatrix},$ 分别为对应介电矩阵中元素或者子矩阵.

通过用辛数学的方法来求解算子矩阵本征值方程(6),可以得到相应的本征值,从而得到 电磁波在波导中的色散特性.

#### 2.2 碳纳米管填充的平面波导

考虑一个被碳纳米管阵列填充的平面波导,模型如图 1 所示.碳纳米管阵列平行朝向 x 轴,等间距构成一个二维正方形晶格排布,碳纳米管间距为 d,碳纳米管阵列所组成的薄膜上下两面均被理想导体所覆盖,也就是说,碳纳米管填充的平面波导边界为理想导体边界条件.并且我们假设所有碳纳米管为金属性单壁 z 字形碳纳米管,具有相同的管径,碳纳米管之间为真空介质,而且,在 y,z 方向,平面波导足够大,x 方向上下平板间距为 2a,等于碳纳米管长度.





Fig. 1 The planar waveguide model filled with carbon nanotube array

在碳纳米管阵列薄膜中,介电常数矩阵为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \end{pmatrix}.$$
 (8)

显然可以得到

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{t} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{\varepsilon}_{zt} = \boldsymbol{0}, \ \boldsymbol{\varepsilon}_{tr} = \boldsymbol{\varepsilon}_{t}.$$

则有本征方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \omega \mu \mathbf{I} + \mathbf{D}_{op} \\ -\omega \varepsilon_{u} - \mathbf{B}_{op} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \gamma \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}.$$
(9)

假定入射波为横磁波(transverse magnetic,简称为 TM,对于 TM 波,其电场矢量与入射面 平行,波的磁场垂直于入射面),电场在 y 方向分量为 0,磁场在 x,z 方向分量为 0.也就是说,在 方程(9)中

$$q_2 = 0, p_2 = 0.$$
  
因而,TM 波入射,方程(9)可简写为关于  $q_1, p_1$  的相关方程

$$\begin{cases} \omega \mu p_1 + \frac{\lambda^2}{\omega \varepsilon_0} p_1 = \gamma q_1, \\ - \omega \varepsilon_* q_1 = \gamma p_1. \end{cases}$$
(10)

写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} -\gamma & \omega\mu + \frac{\lambda^2}{\omega\varepsilon_0} \\ -\omega\varepsilon_x & -\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ p_1 \end{bmatrix} = \mathbf{0}.$$
(11)

显然,该方程有非零解,则要求

$$\begin{vmatrix} -\gamma & \omega\mu + \frac{\lambda^2}{\omega\varepsilon_0} \\ -\omega\varepsilon_x & -\gamma \end{vmatrix} = 0.$$
(12)

求解该行列式可得到

$$\gamma^{2} + \omega^{2} \mu \varepsilon_{x} + \frac{\varepsilon_{x}}{\varepsilon_{0}} \lambda^{2} = 0, \qquad (13)$$

$$\lambda = \pm j \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_x} \gamma^2 + \omega^2 \mu \varepsilon_0} .$$
 (14)

由于在  $x = \pm a$  处为理想导体边界,则在边界处  $e_z = 0$ .这给出了辛本征值问题的方程,其本征值 为  $\lambda = j(m\pi/2a)$ ,  $m = 1, 2, 3, \cdots$ ,因而可以求得

$$\begin{cases} \gamma = \pm j \sqrt{\left(k^2 - \left(\frac{m\pi}{2a}\right)^2\right) \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_0}}, \\ k_z = \pm \sqrt{\left(k^2 - \left(\frac{m\pi}{2a}\right)^2\right) \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_0}}, \end{cases}$$
(15)

其中  $\gamma = jk_z, k_z$  即为 TM 波沿平面波导传播波数,它的值反映着传播特性.从式(15)可以看出, 与各向同性介质不同的是,碳纳米管阵列填充的平面波导色散关系式(15) 中  $\varepsilon_x/\varepsilon_0$  项并不等 于 1,沿 x 方向的介电常数即  $\varepsilon_x$  影响 TM 波的传播,并且该项为一复值,且与频率相关,这就使 得其相比于其它材料具有独特的性质.在本文中,考虑了碳纳米管的损耗 ( $\varepsilon_x/\varepsilon_0$  的虚部与损 耗相关),分析式(5)可以知道,当频率较大时,虚部将趋近于 0,实部将趋近于 1,式(15)将类 似于各向同性介质(真空填充)的色散关系.在较低频率段,式(5)虚部将具有一定的大小,电 磁波传播将具有一定的损耗,传播特性将不同于各向同性介质.

碳纳米管阵列填充的平面波导中传播的电磁波可以写为

 $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{e} \cdot \exp(j(k_z - \omega t)), \, \boldsymbol{H} = \boldsymbol{h} \cdot \exp(j(k_z - \omega t)).$ 将式(16)代入 Maxwell 方程组可得到
(16)

$$h_{y} = \frac{\omega \varepsilon_{x}}{k_{z}} e_{x}, \ \frac{\partial h_{y}}{\partial x} = -j\omega \varepsilon_{0} e_{z}, \ -j\omega \mu h_{y} = \frac{\partial e_{z}}{\partial x} - jk_{z} e_{x}.$$
(17)

由理想导体边界条件可解出波导中电磁场分布特性

3 数值模拟

假设碳纳米管的半径为  $r \approx 1.53$  nm(q = 13),碳纳米管的长度为  $2a = 3 \mu$ m,管之间的距 离为 d = 15 nm.

从式(5)可知,轴向相对介电常数在前面已给定的条件下,与频率之间存在一定的关系.正如图2所示,在较低频率段(低于61.8 THz),轴向相对介电常数实部和虚部皆小于0(这时碳纳米管阵列具有双曲超材料的特性<sup>[25]</sup>),并且实部远大于虚部,实部和虚部从比较大的值急速地趋近于0,最后两者在61.8 THz处相交.在较高频率段(大于61.8 THz),轴向相对介电常数虚部继续趋近于0,实部从0逐渐变大最后趋近于1.正如前文所分析的那样,在高频时(小于光跃迁频率),碳纳米管阵列传播特性类似于各向同性介质.



图 2 频率与碳纳米管阵列的轴向相对介电常数  $\varepsilon_x/\varepsilon_0$  的关系

Fig. 2 The relationship between the frequency and axial relative dielectric constant  $\varepsilon_x/\varepsilon_0$  of the carbon nanotube array

图 3 描述了在模式 m = 1,2,3 时,频率在 1~100 THz 范围内,标准化传播波数随频率的变 化情况.可以看出,3 种传播模式都存在一个频率段,使得传播波数为 0,即在该频率段内电磁 波不能传播;在较高频率时,3 种传播模式色散曲线接近于一条直线,且几乎重合,这是因为在 较高频率时相对介电常数趋近于1,则色散特性类似于各向同性介质,应当为一条直线;然而 在低频段,色散特性并非为一条直线,这是因为在低频段相对介电常数不为一常数,而是随频 率变化的.同时,在低频时可以观察到,随着模式 m 的增大,色散曲线更趋向于外层,具有更大 的波数,传播特性更强,在文献[14]中也有类似结果.











取基模 m = 1 作具体分析,如图 4 所示.描述了频率与标准化传播波数的关系,绿色的线代表虚部,红色的线代表实部.从图 4(a)可以看出,实部随着频率的增大,先减小,逐渐接近虚部,随后又逐渐增大,然而虚部相比实部变化不大,一直处于一个较小的量值.把实部和虚部最接近的那个区域放大后如图 4(b)所示.令  $k_z = 0$ ,解出  $f = 1/(4a\sqrt{\mu\varepsilon_0}) \approx 49.97$  THz,在49.97 ~61.8 THz,传播波矢实部趋近于 0,虚部不为 0(这是因为在这个频率段内,式(15)中  $k > m\pi/(2a), \varepsilon_x/\varepsilon_0$  中虚部趋近于 0,实部远大于虚部,并且为一负值,因此  $\varepsilon_x/\varepsilon_0$  接近于一个负实数,故而传播波矢实部趋近于 0),则在这个频率段内,波导中的电磁波是不能传播的,电磁波能很好地被波导完全吸收.



Fig. 5 The curve of the propagation wave number imaginary part and real part

对传播特性做一个具体量化分析,可以用传播波数虚部/实部与频率的关系图加以说明. 如图 5 所示,从图 5(a)中可以看到,在 49.97~61.8 THz 频段内,这一比值极其大,而在这个频 段之外,这一比值具有极小的值.把图 5(a)放大后得到图 5(b),从图 5(b)可以看到,在小于 49.97 THz 的一个频段,传播波数虚部和实部之间有 3 个数量级的差别,这说明,在低 THz 频率 时,碳纳米管填充的平行波导具有比较低的损耗,相比传统的金属纳米线,在低 THz 频段显现 出更好的传播特性.同时,在大于 61.8 THz 的一个频段,虚部与实部的比值接近于 0,这说明, 在较高的一定频段内,电磁波的传播损耗极其小,可以当做无损介质来处理.相比传统金属纳 米线,碳纳米管阵列在一个相对较宽的的频段内,显示出极其低的损耗,这些特性都是许多材 料所不具有的,因此在低 THz 频段碳纳米管阵列波导可用作波传导器件.

## 4 结 论

本文利用等效介质理论,得到了有限长周期性碳纳米管阵列平板的等效介电特性.并且在 求解电磁波在周期性平板阵列中的传播特性时,将电磁波导导入到 Hamilton 体系,得到了本 征值方程.通过运用辛方法求解本征值方程,得到了波传播色散特性.在本文中,求解了一个碳 纳米管薄板模型,并且假定其上下两面均为理想导体边界条件,这相当于把问题转化为一个平 面波导问题.最后,通过给定参数,采用数值模拟的方法,得到了波传播的色散曲线.从数值分 析知,在低 THz 频段(本文研究 100 THz 以下),在本文所给的参数模型中,对于基模的传播, 在 49.97~61.8 THz 频段内,碳纳米管平板波导从一个可传播状态转变为不可传播状态,从损 耗特别小的介质转变为高损耗介质,但是,在这个频段外,碳纳米管平板还是具有极其低的损 耗,能够有效地传播电磁波.

致谢 作者衷心感谢西北工业大学研究生创意创新种子基金(Z2015083)对本文的资助.

#### 参考文献(References):

[1] de Volder M F L, Tawfick S H, Baughman R H, Hart A J. Carbon nanotubes: present and future commercial applications[J]. *Science*, 2013, **339**(6119): 535-539.

- [2] Hanson G W. Fundamental transmitting properties of carbon nanotube antennas[J]. *Antennas and Propagation*, *IEEE Transactions on*, 2005, **53**(11): 3426-3435.
- [3] Fu K, Zannoni R, Chan C, Adams S H, Nicholson J, Polizzi E, Yngvesson K S. Terahertz detection in single wall carbon nanotubes [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, **92**(3): 033105.
- [4] Kawano Y, Uchida T, Ishibashi K. Terahertz sensing with a carbon nanotube/two-dimensional electron gas hybrid transistor[J]. *Applied Physics Letters*, 2009, **95**(8): 083123.
- [5] Wang Y, Kempa K, Kimball B, Carlson J B, Benham G, Li W Z, Kempa T, Rybczynski J, Herczynski A, Ren Z F. Receiving and transmitting light-like radio waves: antenna effect in arrays of aligned carbon nanotubes[J]. *Applied Physics Letters*, 2004, 85(13): 2607-2609.
- [6] Maksimenko S A, Slepyan G Y, Nemilentsau A M, Shuba M V. Carbon nanotube antenna: farfield, near-field and thermal-noise properties [J]. *Physica E*: Low-Dimensional Systems and Nanostructures, 2008, 40(7): 2360-2364.
- [7] REN Lei, Pint C L, Booshehri L G, Rice W D, WANG Xiang-feng, Hilton D J, Takeya K, Kawayama I, Tonouchi M, Hauge R H, Kono J. Carbon nanotube terahertz polarizer [J]. Nano Letters, 2009, 9(7): 2610-2613.
- [8] Batrakov K G, Maksimenko S A, Kuzhir P P, Thomsen C. Carbon nanotube as a Cherenkovtype light emitter and free electron laser[J]. *Physical Review B*, 2009, **79**(12): 125408.
- [9] Slepyan G Y, Maksimenko S A, Lakhtakia A, Yevtushenko O, Gusakov A V. Electrodynamics of carbon nanotubes: dynamic conductivity, impedance boundary conditions, and surface wave propagation[J]. *Physical Review B*, 1999, **60**(24): 17136.
- [10] Maffucci A, Miano G, Villone F. A transmission line model for metallic carbon nanotube interconnects[J]. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 2008, **36**(1): 31-51.
- [11] Shuba M V, Maksimenko S A, Lakhtakia A. Electromagnetic wave propagation in an almost circular bundle of closely packed, metallic, carbon nanotubes[J]. *Physical Review B*, 2007, 76(15): 155407.
- [12] Nefedov I S. Electromagnetic waves propagating in a periodic array of parallel metallic carbon nanotubes[J]. *Physical Review B*, 2010, 82(15): 155423.
- [13] García-Vidal F J, Pitarke J M, Pendry J B. Effective medium theory of the optical properties of aligned carbon nanotubes[J]. *Physical Review Letters*, 1997, **78**(22): 4289-4292.
- [14] Nefedov I S, Tretyakov S A. An ultra-broadband electromagnetically indefinite medium formed by aligned carbon nanotubes [J]. *Physical Review B*, 2011, 84(11): 113410.
- [15] Hashemi S M, Nefedov I S. Wideband perfect absorption in arrays of tilted carbon nanotubes
   [J]. *Physical Review B*, 2012, 86(19): 195411.
- [16] Nefedov I S, Tretyakov S A. Effective medium model for two-dimensional periodic arrays of carbon nanotubes [J]. *Photonics and Nanostructures—Fundamentals and Applications*, 2011, 9(4): 374-380.
- [17] 钟万勰. 电磁波导的辛体系[J]. 大连理工大学学报, 2001, 41(4): 379-387.(ZHONG Wan-xie.
   Symplectic system of electro-magnetic waveguide[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2001, 41(4): 379-387.(in Chinese))
- [18] 钟万勰. 周期电磁波导的能带辛分析[J]. 计算力学, 2001, 18(4): 379-387.(ZHONG Wan-xie.
   Symplectic energy band analysis for periodical electro-magnetic wave guide[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2001, 18(4): 379-387.(in Chinese))
- [19] 钟万勰. 电磁波导的半解析辛分析[J]. 力学学报, 2003, 35(4): 401-410.(ZHONG Wan-xie.
   Symplectic semi-analytical method for electro-magnetic wave guide[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2003, 35(4): 401-410.(in Chinese))

- [20] Simovski C R, Belov P A, Atrashchenko A V, Kivshar Y S. Wire metamaterials: physics and applications[J]. *Advanced Materials*, 2012, **24**(31): 4229-4248.
- [21] Fan S, Chapline M G, Franklin N R, Tombler T W, Cassell A M, Dai H. Self-oriented regular arrays of carbon nanotubes and their field emission properties [J]. Science, 1999, 283(5401): 512-514.
- [22] LIN Yue-he, LU Fang, TU Yi, REN Zhi-feng. Glucose biosensors based on carbon nanotube nanoelectrode ensembles[J]. *Nano Letters*, 2004, **4**(2): 191-195.
- [23] Dresselhaus M S. Applied physics: nanotube antennas [J]. Nature, 2004, 432 (7020): 959-960.
- [24] Maslovski S I, Silveirinha M G. Non-local permittivity from a quasi-static model for a class of wire media[J]. *Physical Review B*, 2009, 80(24): 245101.
- [25] Nefedov I S, Valagiannopoulos C A, Hashemi S M, Nefedov E I. Total absorption in asymmetric hyperbolic media[J]. Scientific Reports, 2013, 3: 2662.

## THz Wave Propagation in Carbon Nanotube Arrays Under the Symplectic System

ZHAO Peng, DENG Zi-chen, ZHANG Yu

(School of Mechanics and Civil. & Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi' an 710129, P.R.China)
(Contributed by DENG Zi-chen, M. AMM Editorial Board)

**Abstract**: For a planar waveguide filled with periodic parallel finite-length carbon nanotube array, the authors got the dielectric properties of the parallel carbon nanotube array based on the equivalent medium model for parallel carbon nanotube arrays while ignoring the spatial dispersion but considering the electromagnetic wave propagation loss, respectively, and led the electromagnetic wave propagation in the waveguide into the Hamilton system with the ideal conductive boundary conditions, then the authors used the symplectic theory framework to solve the eigenvalue equations for the electromagnetic wave propagation and obtain the dispersion relationships. According to the analysis, it shows that the fundamental mode for the electromagnetic waveguide can't propagate within a narrow spectrum, however, the fundamental mode propagates smoothly with very low loss elsewhere, which makes the carbon nanotube array a waveguide material with better propagation characteristics in a wide spectrum than traditional materials.

**Key words**: carbon nanotube array; terahertz; symplectic system; waveguide **Foundation item**: The National Natural Science Foundation of China(11372252)