文章编号:1000-0887(2015)12-1265-09

ⓒ 应用数学和力学编委会, ISSN 1000-0887

# 极限应变法在圆形隧洞稳定分析中的应用

阿比尔的<sup>1,2</sup>, 郑颖人<sup>1,2</sup>, 冯夏庭<sup>1</sup>, 向钰周<sup>2</sup>

(1. 中国科学院 武汉岩土力学研究所, 武汉 430071;2. 中国人民解放军 后勤工程学院 军事土木工程系, 重庆 400041)

(我刊编委郑颖人来稿)

**摘要:** 材料的屈服和破坏是不同的,屈服准则已有大量研究,但缺少严格的破坏准则,理想弹塑性 模型用应力表述难以区别屈服与破坏,为此该文提出极限应变破坏判据,可用于判断材料的局部 和整体破坏.给出了不同材料极限应变的确定方法,并作为破坏判据用于岩土类材料的稳定分析, 称为极限应变法.将极限应变法应用于圆形隧洞,研究隧洞的破坏过程、围岩破坏深度及其安全系 数,并与滑移线理论和实际模型试验的结果进行对比.研究表明:极限应变法能够判断圆形隧洞的 破坏过程与极限状态,求得准确的安全系数,与滑移线场法和模型试验的结果一致,验证了极限应 变法在隧洞中应用的可行性.极限应变判据具有明确的力学意义,能反映材料破坏的全过程,为岩 土类材料极限分析提供了一种新的方法.

**关 键 词:** 圆形隧洞; 破坏准则; 极限应变; 滑移线场; 安全系数 中图分类号: TU528.1 **文献标志码**: A doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.12.005

引 言

岩土类材料在荷载作用下从弹性发展到塑性,最后进入破坏.屈服准则给出了材料从弹性进入塑性的判据,塑性充分发展后材料才会进入破坏,破坏准则给出材料从塑性进入破坏的判据.材料的屈服与破坏是不同的,初始屈服是材料由弹性进入塑性的标志,是材料弹性变形的上限,弹塑性的分界点,屈服表明受力后材料的性质发生变化,但它可以继续承载进入后继屈服,而破坏是塑性发展的最终结果,是塑性变形的极限状态,表示材料承载力完全丧失而不能继续承载.岩土材料从受力开始到峰值强度是一个渐进破坏过程,但目前尚未提出严格的破坏准则,也无法反映材料的局部破坏与破坏演化过程.

传统的极限分析法以破坏面上所受的滑动力与抗滑力或者外力功与内能耗散率相等来判断岩土的整体破坏,这已经在边坡、地基等岩土工程中得到广泛应用<sup>[1]</sup>;近年来,有限元极限分析法在岩土工程稳定性分析中得到了广泛的应用<sup>[24]</sup>,而有限元极限分析法需要知道岩土体发生整体破坏的判据.目前,有限元极限分析中判别破坏的判据主要有3种:塑性区贯通;数值计算中位移突变;计算中迭代求解不收敛<sup>[2]</sup>.但贯通只是必要条件而不是充分条件;力和位移

作者简介: 阿比尔的(1988—),男,彝族,四川凉山人,博士生(通讯作者. E-mail: abierdi@ 163.com).

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2015-08-28;修订日期: 2015-10-27

**基金项目:** 国家重点基础研究发展计划(973 计划)(2011CB013600;2011CB710606); 重庆市自然科 学基金(csc2013jcyjys0002)

的突变未必导致整体破坏,且突变点不易确定;局部网格的畸变等其它因素也可以引起迭代求 解不收敛,因而这种判据力学上不够严格.此外3种整体破坏判据不能判断材料的起裂与演化 过程,它只是破坏的一种特殊情况.从应变角度分析,材料的变形能力是有限的,从受力到峰值 强度的渐进破坏过程中,先在某些部位达到材料的变形极限而出现裂隙,发生局部破坏;随着 荷载的增加,应变增大,裂缝扩展并贯通,发生整体完全破坏.因此,本文提出以极限应变作为 破坏判据应用于岩土工程稳定性分析中:当材料中某点或某部位达到了该材料的极限应变,这 些点或部位发生局部破坏;当极限应变贯通整个岩土体时,岩土工程就发生整体破坏,这一方 法称为极限应变法<sup>[5]</sup>.

为研究隧洞破坏现象,20世纪70年代,Rabcewicz等基于对实际隧洞破坏现象的观察,提 出了隧道侧壁剪切破坏的破裂楔体理论<sup>[6-7]</sup>;顾金才等通过圆形隧洞模型试验得出,破裂面位 置随着侧压力系数λ而不同<sup>[8]</sup>,当λ小于1时,破坏发生在隧洞两侧,当λ等于1时,破坏发生 在隧洞四周;1980年,Heuer和Hendren采用相似材料模型试验,得出了直墙拱隧洞破裂区在 两侧的结论<sup>[9]</sup>;Read<sup>[10]</sup>和Martin等<sup>[11-12]</sup>通过对加拿大AECL的Mine-by花岗岩试验洞和AS-PO闪长岩圆形试验洞的"V"型片帮(剥落)现象进行较详细的调查也获得了相同的结论.采用 有限元极限分析法分析隧洞也得到了与上述同样的结果<sup>[7]</sup>.本文将极限应变法应用于圆形隧 洞,研究隧洞的破坏过程、破坏深度及其稳定安全系数,并与滑移线理论和实际模型试验的结 果进行对比,验证了极限应变法在隧洞中应用的可行性.

### 1 岩土材料极限应变概念与计算

极限分析采用理想塑性模型,图1中理想塑性应力-应变曲线表现为应力不变,应变增大. 在应力空间中,屈服面在整个变形过程中始终保持不变,其后继屈服面和初始屈服面式中保持 大小和中心位置的相同,此时屈服准则与破坏准则一致,难以判别材料的屈服与破坏;而在应 变空间,后继屈服面和初始屈服面大小相同,但其中心位置随着塑性变形的增大而发生移动. 材料初始屈服具有弹性极限应变γ<sub>y</sub>(图1),即材料刚进入塑性时的应变,材料不会破坏;随着 塑性发展直至达到破坏,此时应变达到了极限应变γ<sub>t</sub>(图1),即材料达到破坏时的应变.对于 一个点来说,破坏应该指其应力不再增长,应变或者位移达到某个极限值;但对于整体材料中 的一个点来说,虽然材料已局部破坏而出现裂缝,虽然受到周围材料的抑制,它仍然会出现更 大的应变.就结构整体而言,破坏意味着结构整体不能继续承载,破坏点贯通形成一个有效的 破坏面,同时沿破坏面两侧出现较大的相对位移,因而破坏面两侧会发生应变、位移突变.随着 荷载的增加,单元体应变达到极限值而破坏,破坏单元的逐渐贯通引发整体结构的失效.故材 料发生整体破坏的条件是贯通的破坏面上各点剪应变都大于极限剪应变,它也是材料发生破 坏的最低应变值.极限应变区的贯通是材料整体破坏的充要条件.





数值分析中一般通用软件都各自假设剪应变,如 FLAC 软件中以应变偏张量第二不变量  $\sqrt{J'_2}$ 表示剪应变,而 ANSYS 软件中采用等效塑性应变为  $2\sqrt{J'_2}/\sqrt{3}$ 表示.前者 $\sqrt{J'_2}$ 以弹塑性总应 变表述,而后者只有塑性应变.但无论采用何种表达形式,这些剪应变均是人为假定的,它与摩 擦材料真实剪应变有所不同,但这不影响使用,因为工程中岩土剪应变和极限应变都是在同一 力学参数条件下得到的.

下面以 ANSYS 软件为例,采用有限元增量超载法求材料的极限应变.计算模型为边长 0.15 m 的立方体试样(图 2),材料物理力学参数见表 1.通过在试样顶部逐级施加竖向荷载, 直至模型计算不收敛,即达到极限破坏状态,此时的荷载即为极限荷载,角点单元的等效塑性 应变达到最大值,并发生贯通破坏,因此可认为此单元的塑性应变即为该材料的极限应变<sup>[7]</sup>. 图 3 为有限元计算得到的等效塑性应变图,可知该材料的极限应变为 0.028 2.

parameter	elasticity modulus	Poisson's ratio	density	cohesion	friction angle
	E / GPa	ν	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-5})$	c / MPa	$\varphi/(\circ)$
test material	5.296	0.17	1 780	0.230	41.0
				MX	
	load				

**表 1** 材料物理力学参数<sup>[8]</sup>



#### Table 1 Physical-mechanical parameters of the material

### 2 极限应变法在圆形隧洞中的应用

以极限应变作为破坏判据,可以判断隧道局部破坏及其发展过程,当极限应变贯通整个隧 道时,隧道就发生整体破坏,这一判据比其它以往判据具有更明确的力学意义.下面结合顾金 才等的均质圆形隧洞模型试验<sup>[8]</sup>及王永甫等提出的滑移线场法<sup>[13]</sup>,应用本文提出的极限应变 法对圆形隧洞滑移破坏过程进行分析,计算结果显示了岩土破裂的位置、破坏演化过程与深 度,并与滑移线理论计算结果和实际模型试验结果进行对比.

#### 2.1 隧洞围岩的破裂面演化过程

模型试验和理论分析表明,城门洞形、马蹄形隧洞在荷载作用下,侧墙外的两侧裂缝从拱 脚和拱肩逐渐扩展,最终拱脚和拱肩处产生的裂缝相互贯通,表明破坏从围岩内部开始,形成 半圆块状剥落,发生整体破坏[14],见图 4.





图4 城门洞破坏形式

Fig. 4 The failure modes of city gate

从试验模型破坏过程可以看到,圆形隧洞挖洞后,隧洞围岩破坏先从洞壁开始,由洞壁向 围岩内部产生局部片帮冒落,如剥蒜一样逐渐向深部扩展<sup>[11]</sup>,可见圆形隧洞的破坏形式与城 门洞型隧洞有所不同.

为了确定不同  $\lambda$  值对圆形隧洞破坏的影响,顾金才等<sup>[8]</sup>做了一系列的模型试验.用石膏加 砂的混合料作模型材料,材料参数见表 1,模型尺寸为 50 cm × 50 cm × 20 cm,中间开口直径 为 10 cm.在给定的竖向荷载  $P_v$ 及侧压力系数  $\lambda$  条件下,通过破坏试验获得洞室两侧水平方向 最大破坏深度及破裂起始角度 $\rho$ ,试验表明不同  $\lambda$  值破坏时最大破坏深度 l 有所不同,如表 2 所 示,但 $\rho$  变化大体在 45°上下.

表 2 不同侧压系数 λ 时的破裂体深度 l<sup>[8]</sup>

Table 2 Fracture depth l of the surrounding rock at different values of lateral pressure coefficient  $\lambda$ 

λ	0.25	0.50	0.75	1.00
fracture depth of	12.5	10.0	-	6.0
model test <i>l</i> /mm	15.5			0.0

#### 2.2 隧洞破坏滑移线理论

按极限分析理论,当破裂面上剪切力与抗滑力相等,将导致隧洞沿破裂面发生整体破坏失稳,破裂面内围岩塌落.破裂面可由滑移线场中滑移线确定,并可以求出轴对称条件下圆形隧洞的滑移线方程.

前苏联学者推导圆形隧洞滑移线方程时,假设滑移线与速度矢量方向的夹角为45°φ/2,但这一假设只有在破裂面为直线的均匀滑移场中才适用,而圆形隧洞滑移线场是一个扇 形的简单滑移线场<sup>[7,15]</sup>.王永甫等<sup>[13]</sup>指出对于岩土材料,应采用基于非关联流动法则的滑移 线解答,如图 5 所示,并推导了圆形隧洞的滑移线方程,求得了不同λ值情况下水平方向破裂 体深度 *l* 的表达式:

$$l = r_0(e^{(\pi/4)\tan(\varphi/2)} - 1), \qquad (1)$$

式中 $r_0$ 为隧洞半径, $\varphi$ 为破坏时的内摩擦角.

当 $\lambda = 1$ 时,式(1) 是正确解,而 $\lambda < 1$ 时是近似解.先应用强度折减法求出隧道极限状态

时的  $c, \varphi$  值,再将破坏时的  $\varphi$  值代入式(1),即可求得水平方向破裂楔体深度 l.



图 5 破裂楔体滑移线 Fig. 5 Diagram of the slip line

#### 2.3 基于极限应变的数值极限分析

应用极限应变判据对直径为 10 cm,模型尺寸为 50 cm×50 cm×20 cm 的隧洞进行分析.在 给定竖向荷载  $P_y = 1$  MPa/m,侧向荷载  $P_x = \lambda P_y$ 情况下,采用非关联法则条件下平面应变 D-P 匹配的 DP5 屈服准则或 M-C 屈服准则,求得不同侧压力系数下的安全系数和破坏区演化过 程,数值模拟图 6 和图 7 中只显示等效塑性应变大于极限应变 0.028 2 的破坏区域.



圆形隧洞应变最大点在洞周,应变呈梯度向围岩深部递减,表明破坏由洞周向围岩内发展.这种情况下采用极限应变是否贯通判断圆形隧洞的整体破坏存在困难.为此先采用滑移线场理论,求得破裂楔体深度 l.采用极限应变法时,假设圆形隧洞极限应变破坏区发展到滑移线场的破裂深度 l 时,隧洞发生整体破坏,以此确定隧洞的安全系数.即采用强度折减使破裂区不断增大直至达到与滑移线场的破裂深度 l 相等,与此相应的强度折减系数为极限应变法安

全系数.

1270

图 6 为侧压力系数  $\lambda$  为 0.50 时的等效塑性剪应变云图.可以看出当折减系数 k = 1.000 时,没有等效塑性应变大于极限应变 0.028 2 的区域,隧洞没有破坏;当 k = 1.650 时,在隧洞洞 壁附近开始产生破坏区,隧道开始出现薄层剥落,但仅洞壁形成局部破坏;随着折减系数的增加,洞壁破坏区逐渐向围岩深部发展,洞壁逐层剥落,如图 6(c)所示;当 k = 1.660 时,围岩内部 大于极限应变的破坏区的深度(10.58 mm)接近滑移线场的破裂深度 l(11.09 mm),由此确定 按极限应变法得到的安全系数为 1.660.同时采用传统计算不收敛破坏判据,求得对应的极限 平衡安全系数为 k = 1.672,两个判据得到的安全系数误差小于 1%,表明圆形隧洞极限应变法 的整体破坏条件是可靠的.

同理采用极限平衡法和极限应变法求得不同侧压力系数 λ 下的安全系数,见表 3.由表 3 可知,极限应变法和极限平衡法求得的安全系数较为接近,最大误差为 1.03%,表明基于极限 应变的破坏判据是可靠的,极限应变法能够反映隧道极限状态.



λ	0.25	0.50	0.75	1.00
k based on the limit strain	1.278	1.660	1.926	2.025
$\boldsymbol{k}$ based on the limit equilibrium	1.281	1.673	1.946	2.042
error $\delta / \%$	0.23	0.78	1.03	0.83

基于极限应变法的围岩破坏状态如图 7 所示。由图可知,隧道破坏区演化过程相同,且 λ 越大,破坏区面积越大。但需要指出 λ 为 0.25 时,隧道破坏情况特殊,最大应变从洞周逐渐向围 岩内部发展,致使破坏面内移,当 k = 1.278 时形成一个贯通的破坏面,然后破坏再逐渐向内部 发展.

不同侧压力系数 λ 下破坏深度计算结果见表 4. 由表 4 可见,随着 λ 增大,隧洞破裂楔体深 度逐渐减小,计算结果与顾金才模型试验规律基本相符;同时极限应变法破裂深度 l<sub>a</sub>与滑移线 方程计算结果 l<sub>p</sub>相近,误差小于 9%,且极限应变法对隧洞破坏区演化过程与现场、室内试验 的片帮(剥落)现象一致.由此可见,采用极限应变判据得到的极限荷载、破裂面位置与极限 平衡法的结果基本一致.极限应变法还能够动态演化隧洞的破坏过程,验证了极限应变法的可 行性.

表4 不同λ时的围岩破裂深度 l值

Table 4 Fracture depth l of the surrounding rock at different values of lateral pressure coefficient  $\lambda$ 

λ	0.25	0.50	0.75	1.00
fracture depth of physical model test $l / mm^{[8]}$	13.5	10.0	-	6.0
friction angle of limit equilibrium $\varphi / (\circ)$	34.16	27.46	24.07	23.06
fracture depth based on the theory of	13.65	10.58	9.11	8.69
slip-line field $l_{\rm p}$ /mm				
fracture depth based on the limit strain $l_{\rm s}/{\rm mm}$	12.47	11.09	9.32	8.87
error between $l_{\rm p}$ and $l_{\rm s}\delta/\%$	8.64	4.82	2.31	2.07

### 3 结 论

圆形隧洞破坏形式为侧壁楔体剪切破坏,产生"V"型片帮(剥落)现象.随着侧压力系数λ增大,隧洞破裂楔体面积逐渐增大,深度逐渐减小.

2)极限应变法以极限应变作为破坏判据,既可作为局部破坏的判据,也可作为整体破坏的判据,可再现隧洞变形破裂演化过程,该判据具有更明确的力学意义,为岩土类材料极限分析提供了一种新的方法。

3)极限应变法获得圆形隧洞安全系数与极限平衡法十分相近,表明极限应变法得到的极限状态是可靠的.极限应变法获得的圆形隧洞破坏过程、破坏深度与滑移线理论和实际模型试验的结果基本一致,验证了极限应变法在隧洞中应用的可行性.

#### 参考文献(References):

- [1] LI A J, Merifield R S, Lyamin A V. Limit analysis solutions for three dimensional undrained slopes[J]. Computers and Geotechnics, 2009, 36(8): 1330-1351.
- [2] 郑颖人,赵尚毅. 有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004,
  23(19): 3381-3388.(ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Application of strength reduction FEM in soil and rock slope[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23 (19): 3381-3388.(in Chinese))
- [3] 郑颖人. 岩土数值极限分析方法的发展与应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(7): 1297-1316.(ZHENG Ying-ren. Development and application of numerical limit analysis for geolog-ical materials[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(7): 1297-1316.(in Chinese))
- [4] ZHENG Hong. A three-dimensional rigorous method for stability analysis of landslides[J]. En-

gineering Geology, 2012, 145/146: 30-40.

- [5] 阿比尔的, 冯夏庭, 郑颖人, 辛建平. 岩土类材料应变分析与基于极限应变判据的极限分析[J].
  岩石力学与工程学报, 2015, 34(8): 1552-1560.(ABI Erdi, FENG Xia-ting, ZHENG Ying-ren, XIN Jian-ping. Strain analysis and numerical analysis based on limit strain for geomaterials
  [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(8): 1552-1560.(in Chinese))
- [6] Rabcewicz L V, Golser J. Application of the NATM to the underground at Tarbela—part 1[J].
  Water Power, 1974, 26(9): 314-321.
- [7] 郑颖人,朱合华,方正昌,刘怀恒.地下工程围岩稳定分析与设计理论[M].北京:人民交通出版社,2012:304-330.(ZHENG Ying-ren, ZHU He-hua, FANG Zheng-chang, LIU Huai-heng. The Stability Analysis and Design Theory of Surrounding Rock of Underground Engineering [M]. Beijing: China Communications Press, 2012:304-330.(in Chinese))
- [8] 顾金才,苏锦昌. 在静荷载作用下的均质岩体中砂浆锚杆支护洞室受力特点及破坏形态模型试验研究——喷锚支护作用机理研究内容之一[C]//第一届全国岩石力学数值计算及模型试验讨论会论文集. 江西, 吉安, 1986: 288-293.(GU Jin-cai, SU Jin-chang. Model testing study on the behaviour and failure shape of grouted rockbolts reinforced opening under static loading [C]//First National Rock Mechanics Numerical Calculations and Model Tests Seminar Proceedings. Ji'an, Jiangxi, 1986: 288-293.(in Chinese))
- [9] Heuer R E, Hendren A J. 受静载岩石硐室的地质力学模型研究[M]. 顾金才, 译. 上海: 煤炭科 学研究院, 1980.(Heuer R E, Hendren A J. Rock Cavern Geological Mechanics Model Research Under the Static Load [M]. GU Jin-cai, transl. Shanghai: Coal Science Research Institute, 1980.(Chinese version))
- [10] Read R S. 20 years of excavation response studies at AECL's underground research laboratory
  [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(8): 1251-1275.
- [11] Martin C D, Christiansson R. Estimating the potential for spalling around a deep nuclear waste repository in crystalline rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2009, 46(2): 219-228.
- [12] Martin C D. The strength of massive Lac du Bonnet granite around underground openings[D].PhD Thesis. Winnipeg: University of Manitoba, 1993.
- [13] 王永甫,王成,唐晓松. 基于非关联流动法则的圆形隧洞滑移线解答[J]. 应用数学和力学, 2013, 34(12): 1285-1290.(WANG Yong-fu, WANG Cheng, TANG Xiao-song. Slip line solution for circular tunnels based on the non-associated flow rule[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, 34(12): 1285-1290.(in Chinese))
- [14] 郑颖人,邱陈瑜,张红,王谦源.关于土体隧洞围岩稳定性分析方法的探索[J]. 岩石力学与工程学报,2008,27(10):1968-1980.(ZHENG Ying-ren,QIU Chen-yu,ZHANG Hong,WANG Qian-yuan. Exploration of stability analysis methods for surrounding rocks of soil tunnel[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, 27(10): 1968-1980.(in Chinese))
- [15] 郑颖人, 孔亮. 岩土塑性力学[M]. 北京:中国建筑工业出版社, 2010: 303-331.(ZHENG Yingren, KONG Liang. *Geotechnical Plastic Mechanics*[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2010: 303-331.(in Chinese))

## Analysis of Circular Tunnel Stability Based on the Limit Strain Method

ABI Erdi<sup>1,2</sup>, ZHENG Ying-ren<sup>1,2</sup>, FENG Xia-ting<sup>1</sup>, XIANG Yu-zhou<sup>2</sup>

(1. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, P.R.China;

2. Department of Civil Engineering, Logistical Engineering University of PLA, Chongqing 400041, P.R.China)

(Contributed by ZHENG Ying-ren, M. AMM Editorial Board)

**Abstract**: The material yield and failure bear different mechanisms. There have been substantial research on yield criteria, but few strict rules about failure criteria. The ideal elastic-plastic model in the expression of stress was difficult to be used to differ between yield and failure, so the limit strain failure criterion was put forward, which was intended to predict the material local and overall failure. Compared with the slip-line field theory and the model experiment, the limit strain method was applied to a circular tunnel to analyze the damage process of the tunnel, including the damage depths of surrounding rock and the related safety coefficients. The work shows that the limit strain method helps to successfully predict the failure process and ultimate state of the circular tunnel, and obtain accurate safety coefficients. The present results are in good agreement with those out of the slip-line field method and the model experiment, which verifies the feasibility and effectiveness of this limit strain method. The limit strain criterion with clear mechanical meanings reflects the holistic process of material failure, and provides a promising method for the geotechnical material limit analysis.

Key words: circular tunnel; failure criterion; limit strain; slip-line field; safety factor Foundation item: The National Basic Research Program of China (973 Program) (2011CB013600;2011CB710606)