

卫星编队飞行轨道和姿态控制研究^{*}

张治国, 李俊峰

(清华大学 航天航空学院, 北京 100084

(陈立群推荐

摘要: 卫星编队飞行是一种卫星应用的新概念, 通过一系列造价更便宜的小卫星的分布式合作, 代替大卫星实现复杂功能. 在编队飞行一些应用中, 要求受控卫星对目标卫星保持要求的相对位置和姿态以观察目标卫星的特定面, 特别的, 目标卫星可能是失效的. 研究在近地轨道如何控制追踪星在失效的目标卫星附近飞行以追踪目标卫星特定面的问题, 给出了相对姿态和一阶近似的相对轨道动力学方程. 基于线性反馈和 Liapunov 稳定性理论设计了控制策略. 进一步的, 考虑目标卫星转动惯量的不确定性, 通过自适应控制的方法, 获得正确的转动惯量比率. 数值仿真算例验证了该控制方法的有效性.

关键词: 卫星编队飞行; 相对轨道; 相对姿态; 动力学和控制

中图分类号: V412.4 **文献标识码:** A

引 言

卫星编队飞行是由美国空军、NASA 和 ESA 等组织提出的一种卫星应用新概念, 并被认为是未来 21 世纪的太空任务中的一项关键技术^[1], 并且随着小卫星技术的发展, 它越来越成为重要的研究热点. 编队卫星是由两个或更多的相对小的、造价相对便宜的卫星构成, 这些卫星具有特定的相对位置和姿态关系, 以往单个卫星完成的功能或任务被分派到各个编队卫星执行, 用于分布式观测或各星同时采集科学数据. 编队卫星相比于传统的单一大卫星有更多的益处, 尤其是应用于三维立体成像、合成孔径雷达和空间干涉仪^[2-3]等远程遥感领域. 近年来, 许多的编队飞行计划得以提出或实施, 诸如 earth orbit^[4]、space technology 3 & 5、cluster^[5]、laser interferometer space antenna (LISA^[6]) 以及 discoverer II^[7].

至今已有大量的关于编队飞行的文献出现. 这些文献多数集中于研究相对轨道运动学、动力学以及控制, 主要包括以下方面: 相对轨道构型^[8]、编队队形初始化^[9-11]、编队状态保持和队形重构^[12-14]. 卫星间的相对运动常用的描述方法有 Hill 方程^[15]、Lawden 方程^[16]、高斯变分方程^[17]和相对轨道根数法^[18-19]等. 最初, 为了卫星可以携带更少的燃料而有更长的寿命, 一些研究者在设计相对轨道时, 采用了没有主动控制的自然编队, 每颗编队卫星考虑使用自然

* 收稿日期: 2007-01-17; 修订日期: 2007-11-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10672084); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20060003097)

作者简介: 张治国(1979—, 男, 湖南常德人, 博士生(联系人. Tel: + 86-10-62773402; Fax: + 86-10-62781824; E-mail: zzg7979@126.com .

轨道. 进一步的, 各种摄动对编队的影响也被加以考虑, 其中最主要的因素是地球 J2 项引力摄动. 已知在 800 km 高度以内的近地轨道, J2 项引力摄动的影响要远大于大气阻力摄动、太阳光压摄动以及磁场摄动^[20]. 编队队形初始化包含编队轨道的设计过程. 编队队形保持是要在考虑摄动因素影响的情况下保持卫星的相对状态和相对几何关系. 编队队形重构适用于在飞行器任务状态改变时对编队队形进行调整和改变.

对于编队飞行而言, 不仅对相对位置有要求, 也可能要求相对姿态满足一定的关系. 但现在只有少量的文献对此有研究^[21-25], 并且研究往往关注于多卫星系统的协同控制.

进一步发展上述编队飞行的思想, 更多的编队飞行应用也被提出. 其中之一是, 利用受控的追踪卫星在接近目标物体的附近绕飞或者伴飞, 以对目标卫星进行观测或者执行更多的操作. 目标可能是编队卫星星群中的一颗卫星, 也可能是空间站、太空垃圾或者小行星等. 最早的这样的实际应用的例子是, 由俄罗斯和德国联合设计制造的名为 Inspector 的小卫星, 它在 1997 年在和平号空间站周围绕飞两周, 最后由于控制系统的失效而停止工作^[26].

对于上述的这种应用, 如果仅仅要求追踪卫星朝向目标, 而不要求能对目标特定面进行观测或操作, 那么仅对追踪卫星实行姿态控制即可实现要求, 控制需要达到的期望姿态由追踪和目标两颗星的相对位置关系决定^[25]. 如果要求对特定面进行观测, 需要同时进行相对轨道和姿态的跟踪控制. 对于这种情况, 文献[27]针对深空中的编队飞行做了研究. 本文在此基础上, 进一步针对近地轨道做了研究, 基于反馈线性化和 Liapunov 稳定性定律改进了反馈控制律. 本文考虑了目标卫星可能是有故障或者失效的, 它的惯性主轴和转动惯量可能是不确定的. 所有的控制输入假定为追踪卫星上测量原件测量所得的相对信息. 基于相对测量信息的指令和控制系统, 可以大大提高卫星自治的能力, 减少对地面控制的需求, 有利于对各种情况作出迅速及时的控制响应.

1 系统模型 System model

为了描述卫星运动, 首先需要定义一些坐标系, 如图 1 所示, 惯性系记为 $Ox_0y_0z_0$. 按右手原则定义追踪卫星本体坐标系 $Cx_cy_cz_c$, 原点在追踪卫星质心, 坐标轴与惯性主轴重合. 定义目标卫星本体坐标系 $Tx_1y_1z_1$, 其中 x_1 轴沿目标体的被观斥表面的法线方向.

为简化分析, 本文做了如下一些假设. 首先, 在追踪卫星上的观测仪器, 如相机等, 其视线轴沿本体坐标系的 x_c 轴负方向. 其次, 假定追踪卫星能够测量到所需的相对状态, 包括相对距离、相对速度、相对姿态和相对姿态角速度.

忽略地球引力摄动和重力梯度力矩的影响, 卫星在惯性系下的动力学方程可以写为

$$m_c \ddot{\mathbf{r}}_c = -\frac{\mu m_c}{r_c^3} \mathbf{r}_c + \mathbf{f}_c \quad (1)$$

$$\mathbf{J}_c \dot{\boldsymbol{\omega}}_c + \boldsymbol{\omega}_c \times \mathbf{J}_c \boldsymbol{\omega}_c = \mathbf{t}_c \quad (2)$$

$$m_t \ddot{\mathbf{r}}_t = -\frac{\mu m_t}{r_t^3} \mathbf{r}_t \quad (3)$$

$$\mathbf{J}_t \dot{\boldsymbol{\omega}}_t + \boldsymbol{\omega}_t \times \mathbf{J}_t \boldsymbol{\omega}_t = \mathbf{0} \quad (4)$$

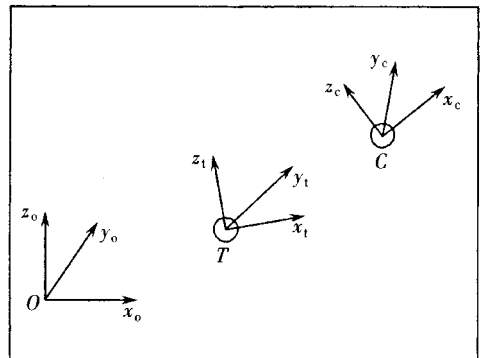


图 1 坐标系示意图

在这些表达式中, 下标 c 和 t 分别代表追踪卫星和目标卫星. 符号 m 是飞行器的质量, J 是转动惯量. 变量 r 是轨道半径, ω 是相对于惯性系 $Ox_0y_0z_0$ 的姿态角速度, μ 是地球引力常数.

采用四元数来描述卫星姿态, 四元数对时间的导数与角速度之间有如下关系:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{q_4 \omega - \omega \times q}{2}, \quad (5)$$

$$\frac{dq_4}{dt} = -\frac{\omega \cdot q}{2}, \quad (6)$$

其中 $q = [q, q_4]$ 表示四元数, q 是四元数向量部分, q_4 是标量部分.

定义相对量 r_e 、 ω_e 为

$$r_e = r_c - r_t, \quad \omega_e = \omega_c - \omega_t. \quad (7)$$

追踪卫星上的测量元件测量所得的相对速度和相对角速度是相对于旋转坐标系 $Cx_cy_cz_c$ 的相对导数. 本文用在变量上加符号 \circ 表示上述相对导数. 相对导数和惯性系下的绝对导数有如下关系

$$\dot{r}_e = \overset{\circ}{r}_e + \omega \times r_e. \quad (8)$$

惯性系下的绝对加速度和旋转坐标系下的相对加速度之间的转换关系可以由下式导出

$$\ddot{r} = \ddot{r}_t + 2\omega_c \times \dot{r}_t + \omega_c \times (\omega_c \times r) + \dot{\omega}_c \times r. \quad (9)$$

联合式(1)、式(3)和式(9), 得到相对轨道动力学方程如下

$$\ddot{r}_e = -2\omega_c \times \overset{\circ}{r}_e - \omega_c \times (\omega_c \times r_e) - \dot{\omega}_c \times r_e - \frac{\mu}{r_c^3} r_c + \frac{\mu}{r_t^3} r_t + \frac{1}{m_c} f_c. \quad (10)$$

在编队飞行中, 卫星间的相对距离大小 $|r_e|$, 相比于追踪星和目标星的轨道半径大小 $|r_c|$ 、 $|r_t|$ 是一个小量. 因此, 令 $g(r) = -\mu/r^3$, $g(r_t)$ 可以在 r_c 附近泰勒展开, 取一阶近似为

$$g(r_t) = g(r_c) + \left. \frac{\partial g}{\partial r} \right|_{r=r_c} (-r_e) + o\left(\frac{r_e}{r_c}\right), \quad (11)$$

其中

$$\frac{\partial g}{\partial r} = -\frac{\mu}{r^3} I_{3 \times 3} + \frac{3\mu}{r^5} r r^T, \quad (12)$$

$I_{3 \times 3}$ 是单位矩阵.

将式(11) ~ (12) 代入式(10), 取一阶近似后方程写为

$$\ddot{r}_e = -2\omega_c \times \overset{\circ}{r}_e - \omega_c \times (\omega_c \times r_e) - \dot{\omega}_c \times r_e - \left[\frac{\mu}{r_c} I_{3 \times 3} - \frac{3\mu}{r_c} r_c r_c^T \right] r_e + \frac{1}{m_c} f_c. \quad (13)$$

式(5)对时间求导, 得到姿态相对运动的动力学方程如下:

$$\ddot{q}_e = \frac{1}{2} (q_e I_{3 \times 3} + q_e^\times) \dot{q}_e - \frac{1}{4} \omega_e^T \omega_e q_e. \quad (14)$$

在本文中, 向量符号右上角加一个标记 \times , 表示该向量对应的叉乘矩阵, 即:

$$q_e = [q_{ex}, q_{ey}, q_{ez}]^T, \quad (15)$$

$$q_e^\times = \begin{bmatrix} 0 & -q_{ez} & q_{ey} \\ q_{ez} & 0 & -q_{ex} \\ -q_{ey} & q_{ex} & 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

将式(2)和式(4)代入上述的式(14), 有

$$\ddot{q}_e = \frac{1}{2} (q_e I_{3 \times 3} + q_e^\times) (J_c^{-1} \dot{t}_c - J_c^{-1} \omega_c \times J_c \omega_c + J_t^{-1} \omega_t \times J_t \omega_t) -$$

$$\omega_e^T \omega_e \mathbf{q} / 4. \quad (17)$$

2 控制器设计

本文提出基于反馈线性化和 Liapunov 稳定性理论的一种控制器设计. 首先考虑目标卫星的转动惯量确定的情况. 控制力 f_c 和控制力矩 t_c 设计为

$$\begin{cases} t_c = J_c \left[2(q_e^4 I_{3 \times 3} + \mathbf{q}_e^\times)^{-1} \left(\mathbf{u}_1 + \frac{1}{4} \omega_e^T \omega_e \mathbf{q}_e \right) + \right. \\ \left. J_c^{-1} \omega_c \times J_c \omega_c - J_c^{-1} \omega_t \times J_t \omega_t \right], \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \mathbf{u}_1 = -b\dot{\mathbf{q}}_e - d\sigma - h\mathbf{q}_e, \\ f_c = m_c \left[(J_c^{-1} t_c - J_c^{-1} \omega_c \times J_c \omega_c) \times \mathbf{r}_e + \right. \\ \left. \left(\frac{\mu}{r_c} I_{3 \times 3} - \frac{3\mu}{r_c^3} \mathbf{r}_c \mathbf{r}_c^T \right) \mathbf{r}_e + \omega_c \times (\omega_c \times \mathbf{r}_e) + 2\omega_c \times \dot{\mathbf{r}}_e + \mathbf{u}_f \right], \\ \mathbf{u}_f = -a\dot{\mathbf{r}}_e - c\boldsymbol{\eta} - g\mathbf{0}, \end{cases} \quad (19)$$

这里, a, b, c, d, g 和 h 是正的标量常数, $\boldsymbol{\eta}$ 和 σ 分别定义为 $\boldsymbol{\eta} = a\rho + \dot{\mathbf{r}}_e$ 和 $\sigma = b\mathbf{q}_e + \dot{\mathbf{q}}_e$. ρ 是一个向量且它在旋转坐标系 $Cx_c y_c z_c$ 中的投影为 $\rho = [r_{ex} - r_{ref} \quad r_{ey} \quad r_{ez}]^T$, r_{ref} 是所期望的目标星和追踪星之间的距离. 注意这里存在着这样的关系: $\dot{\rho} = \dot{\mathbf{r}}_e$.

定义一个 12 维状态变量 $\alpha = [\rho^T \quad \mathbf{q}_e^T \quad \dot{\mathbf{r}}_e^T \quad \dot{\mathbf{q}}_e^T]^T$, 并结合控制输入表达式(18)、(19), 可以得到如下形式的反馈线性化的系统:

$$\dot{\alpha} = A\alpha + Bu, \quad (20)$$

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \end{bmatrix}^T, \quad (22)$$

$$\mathbf{u} = [\mathbf{u}_f^T \quad \mathbf{u}_1^T]^T. \quad (23)$$

如果目标卫星处于失效或者不能工作的状态, 它的转动惯量和惯性主轴可能是不确定的. 为了在控制中考虑这些不确定性, 引入一个物理量 k 表示转动惯量的比值, 定义为

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{J_{33} - J_{22}}{J_{11}} & \frac{J_{11} - J_{33}}{J_{22}} & \frac{J_{22} - J_{11}}{J_{33}} \end{bmatrix}^T. \quad (24)$$

从而有如下关系式被导出:

$$J^{-1} \omega \times J \omega = \text{diag}(\omega_y \omega_z \quad \omega_z \omega_x \quad \omega_x \omega_y) \mathbf{k} = D(\omega) \mathbf{k}. \quad (25)$$

在本文接下来的部分, 用 \hat{k} 来表示对 k 的估计值, 用 k 表示准确值 k 与估计值 \hat{k} 之间的差值:

$$\mathbf{k} = \hat{\mathbf{k}} - \mathbf{k}. \quad (26)$$

控制系统输入量修改为:

$$\begin{cases} t_c = J_c \left[2(q_e^4 I_{3 \times 3} + \mathbf{q}_e^\times)^{-1} \left(\mathbf{u}_1 + \frac{1}{4} \omega_e^T \omega_e \mathbf{q}_e \right) + \right. \\ \left. D(\omega_c) \mathbf{k}_c - D(\omega_t) \hat{\mathbf{k}}_t \right], \\ \mathbf{u}_1 = -b\dot{\mathbf{q}}_e - d\sigma - h\mathbf{q}_e, \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \mathbf{f}_c = \mathbf{m}_c \left[(\mathbf{J}_c^{-1} \mathbf{t}_c \times \mathbf{r}_e - \mathbf{D}(\omega_c) \mathbf{k}_c \times \mathbf{r}_e + \right. \\ \left. \begin{matrix} \left(\frac{\mu}{r_c^3} \mathbf{I}_{3 \times 3} - \frac{3\mu}{r_c^5} \mathbf{r}_c \mathbf{r}_c^T \right) \mathbf{r}_e + \omega_c \times (\omega_c \times \mathbf{r}_e) + 2\omega_c \times \dot{\mathbf{r}}_e + \mathbf{u}_f \right], \\ \mathbf{u}_f = -a\dot{\mathbf{r}}_e - c\dot{\boldsymbol{\eta}} - g\dot{\boldsymbol{\rho}}, \end{matrix} \right. \end{cases} \quad (28)$$

$$\dot{\mathbf{k}} = \mathbf{Q} \left[\frac{1}{2} (q_{e4} \mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{q}_e^{\times}) \mathbf{D}(\omega_t) \right]^T \boldsymbol{\sigma}, \quad (29)$$

这里, \mathbf{Q} 是正定的常对角矩阵. 在控制系统工作的过程中, 对变量 \mathbf{k} 任意给定一个初值, 然后令它按照式(29) 给定的规律变化, 最终这个估计值 \mathbf{k} 将渐进地收敛于准确值.

3 稳定性证明

3.1 转动惯量确定的情况

研究稳定性最有效的方法之一是 Liapunov 直接方法^[28]. 选择 Liapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma} + g \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho} + h \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e), \quad (30)$$

这个函数是正定的, 当且仅当 $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\rho} = \mathbf{q}_e = \mathbf{0}$, 也就是 $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{q}_e = \dot{\boldsymbol{\rho}} = \dot{\mathbf{q}}_e = \mathbf{0}$ 时, 函数值为 0.

V 函数对时间的全导数为

$$\dot{V} = \boldsymbol{\eta}^T \dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{\sigma}} + g \boldsymbol{\rho}^T \dot{\boldsymbol{\rho}} + h \mathbf{q}_e^T \dot{\mathbf{q}}_e. \quad (31)$$

将式(13)、(17)至(19)代入式(31), 得到如下 \dot{V} 的表达式

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (a \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho})^T (a \boldsymbol{\rho} + \mathbf{u}_f) + (b \mathbf{q}_e + \dot{\mathbf{q}}_e)^T (b \dot{\mathbf{q}}_e + \mathbf{u}_t) + g \boldsymbol{\rho}^T \dot{\boldsymbol{\rho}} + h \mathbf{q}_e^T \dot{\mathbf{q}}_e = \\ &= (a \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho})^T (-c \boldsymbol{\eta} - g \boldsymbol{\rho}) + (b \mathbf{q}_e + \dot{\mathbf{q}}_e)^T (-d \boldsymbol{\sigma} - h \mathbf{q}_e) + g \boldsymbol{\rho}^T \dot{\boldsymbol{\rho}} + h \mathbf{q}_e^T \dot{\mathbf{q}}_e = \\ &= (c \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} + d \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma} + a g \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho} + b h \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e). \end{aligned} \quad (32)$$

显然, 这个函数是负定的, 当且仅当 $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\rho} = \mathbf{q}_e = \mathbf{0}$ 时取 0 值. 于是我们可以得到结论, 控制系统是渐进稳定的.

3.2 转动惯量不确定的情况

另选择正定的 Liapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma} + g \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho} + h \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e + \mathbf{k}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{k}), \quad (33)$$

此 V 函数对时间的全导数为:

$$\dot{V} = \boldsymbol{\eta}^T \dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{\sigma}} + g \boldsymbol{\rho}^T \dot{\boldsymbol{\rho}} + h \mathbf{q}_e^T \dot{\mathbf{q}}_e + \mathbf{k}^T \mathbf{E}^{-1} \dot{\mathbf{k}}. \quad (34)$$

注意到有关系式 $\dot{\mathbf{k}} = \dot{\mathbf{k}}$, 再将式(13)、(17)、(27)至式(29)代入式(31), 得到如下 \dot{V} 的表达式:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (a \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho})^T (a \boldsymbol{\rho} + \mathbf{u}_f) + \\ &= (b \mathbf{q}_e + \dot{\mathbf{q}}_e)^T \left[b \dot{\mathbf{q}}_e + \mathbf{u}_t + \frac{1}{2} (q_{e4} \mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{q}_e^{\times}) (\mathbf{D}(\omega_t) \mathbf{k}_t - \mathbf{D}(\omega_t) \dot{\mathbf{k}}_t) \right] + \\ &= g \boldsymbol{\rho}^T \dot{\boldsymbol{\rho}} + h \mathbf{q}_e^T \dot{\mathbf{q}}_e + \mathbf{k}^T \mathbf{Q}^{-1} \dot{\mathbf{k}} = \\ &= (c \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} + d \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma} + g \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho} + h \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e) - \boldsymbol{\sigma}^T \frac{1}{2} (q_{e4} \mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{q}_e^{\times}) \mathbf{D}(\omega_t) \mathbf{k} + \\ &= \mathbf{k}^T \left[\frac{1}{2} (q_{e4} \mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{q}_e^{\times}) \mathbf{D}(\omega_t) \right]^T \boldsymbol{\sigma} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (c\eta^T \eta + d\sigma^T \sigma + g\rho^T \rho + hq_e^T q_e) - \sigma^T \frac{1}{2}(q_e I_{3 \times 3} + q_e^x) D(\omega_t) k + \\
& \sigma^T \frac{1}{2}(q_e I_{3 \times 3} + q_e^x) D(\omega_t) k = \\
& - (c\eta^T \eta + d\sigma^T \sigma + g\rho^T \rho + hq_e^T q_e). \quad (35)
\end{aligned}$$

根据前面的分析,可知此控制系统是渐进稳定的,而且转动惯量比值的估计值 k 在控制过程中渐进地收敛于准确值 k .

4 数值仿真

在本文仿真算例中,假定任务要求追踪卫星观测目标的特定面,并且保持相对距离为 $r_{ref} = 100$ m. 控制系统开始工作时,各卫星的轨道根数在下面列出. 为了保证编队飞行的周期运动,设定了所有的飞行器具有相同的半长轴. 这是因为编队中所有的飞行器必须有相同的飞行周期,而周期仅仅决定于轨道半长轴. 如果没有相同的周期,飞行器会逐渐的分离而不能保持编队飞行状态.

$$\begin{aligned}
a_t &= 7500 \text{ km}, \quad e_t = 0.02, \quad \Omega_t = \frac{\pi}{4} \text{ rad}, \quad i_t = \frac{\pi}{6} \text{ rad}, \quad \omega_t = \frac{\pi}{6} \text{ rad}, \quad t_{pt} = 0 \text{ s}, \\
a_c &= 7500 \text{ km}, \quad e_c = 0.02001, \quad \Omega_c = \left[\frac{\pi}{4} - 0.00003 \right] \text{ rad}, \\
i_c &= \left[\frac{\pi}{6} - 0.00001 \right] \text{ rad}, \quad \omega_c = \left[\frac{\pi}{6} + 0.00002 \right] \text{ rad}, \quad t_{pc} = 0 \text{ s}.
\end{aligned}$$

设定追踪卫星的质量和转动惯量为 $m_c = 50$ kg 和 $J_c = \text{diag}[30, 40, 30]/\text{kg} \cdot \text{m}^2$. 目标卫星的转动惯量为 $J_t = \text{diag}[50, 80, 40]/\text{kg} \cdot \text{m}^2$. 目标卫星的转动惯量比值

$$k_t = [-0.8, 0.125, 0.075]^T.$$

再设定以下初始状态,追踪卫星相对于惯性系的姿态欧拉角为 $[\pi/6, \pi/6, \pi/6]$ rad. 目标卫星的姿态欧拉角是 $[\pi/12, \pi/4, \pi/9]$, 初始角速度分别 $\omega_{t0} = [0.01, 0.01, 0.01]^T$ 和 $\omega_{c0} = [0.005, -0.005, 0.006]^T$. 选取转动惯量比值的估计值 k 为 $k = [1.3, -0.2, 2.1]^T$.

如果目标卫星转动很快,追踪卫星为了保持和它的相对位置关系,相比于卫星质量而言,将要花费很大推力和燃料、能量代价. 因此,本文的算例只考虑了目标卫星姿态转动较慢的情况.

控制系统的系数设计为 $a = b = c = d = 0.1$, $g = h = 0.001$, 以及 $Q = \text{diag}[1, 1, 1] \times 10^6$.

图2至图3显示了位置误差和四元数误差随时间的变化规律,可以看出所有的曲线都渐进地收敛于期望值. 图4表明了转动惯量比值的估计值随着控制过程收敛于准确值的历程.

5 结论

本文研究的是卫星编队飞行的一种应用,该应用利用一颗受控卫星去观测目标卫星的特定面. 它可以通过令两颗卫星保持相同的姿态且追踪卫星轨道机动到适当的相对位置来实现. 为了完成这样的任务,需要已知追踪卫星和目标卫星之间的相对信息,以及追踪卫星相对于惯

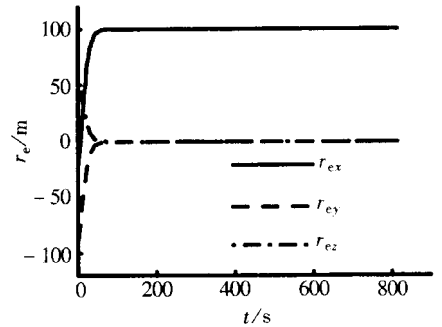
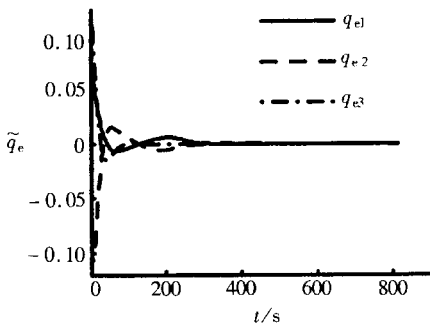
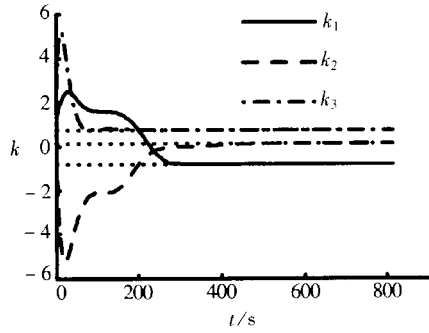


图2 r_e 随时间变化规律

图3 q_e 随时间变化规律图4 k 随时间变化规律

性系的角速度. 本文给出了编队飞行中相对位置和相对姿态的动力学方程, 讨论了一种可能的对位置和姿态的跟踪控制方法. 因为相对距离相比于轨道半径是小量, 相对轨道动力学方程作了一阶近似. 这样处理后, 对于相对位置控制而言, 卫星和地球之间的距离是不需要的, 并且控制精度可以接受. 为了简化姿态控制研究, 采用了外力矩模型, 这样的处理方式不会影响结果分析, 而且很容易推广到使用 3 个反作用动量轮的 dynamics 模型. 控制律的有效性通过数值仿真得到了验证.

[参 考 文 献]

- [1] Vicram Kapila, Andrew G, Sparks, James M. Buffington, et al. Spacecraft formation flying: dynamics and control[A]. In: Proceedings of American Control Conference [C]. San Diego, California: June, 1999, 4137-4141.
- [2] Bo J Naasz. Classical element feedback control for spacecraft orbital maneuvers[D]. America: the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2002.
- [3] Steven P Hughes. Formation flying performance measures for Earth-pointing missions[D]. America: the Virginia Polytechnic Institute and State University, 1999.
- [4] Folta D C, Newman L K, Gardner T. Foundations of formation flying for mission to planet earth and the new millenium[A]. In: Proceedings of the AIAA/AAS Astrodynamics Conference [C]. AIAA, Reston, VA: 1996, 656-666.
- [5] Roux A. Cluster regroupes for relaunch[J]. Aerospace America, 1998, 36(8): 48-51.
- [6] Folkner W M, Hechlerz F, Sweetser T H, et al. LISA orbit selection and stability[J]. Classical and Quantum Gravity, 1997, 14(6): 1405-1410.
- [7] Koss J, Pohligh S, Trichel M, et al. Precision radar surveillance and mapping with discovererII [A]. In: Proceedings of the AIAA Space Technology Conference and Exposition [C]. Albuquerque, NM: 1999, AIAA 99-4570.
- [8] LI Jun-feng, MENG Xin, GAO Yun-feng, et al. Study on relative orbital configuration in satellite formation flying[J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 21(1): 87-94.
- [9] Atkins E, Pennecot Y. Autonomous satellite formation assembly and reconfiguration with gravity fields[J]. IEEE, 2002, 296(2): 783-796.
- [10] Beard R, Stirling W, Frost R. A hierarchical coordination scheme for satellite formation initialization [A]. In: AIAA Guidance, Navigation and Control Conference [C]. Boston, MA: August, 1998. AIAA 98-4225: 677-685.

- [11] Vadali S, Vaddi S. Orbit establishment for formation flying satellites[J]. *Advances in the Astronautical Sciences*. 2000, **105**(I): 181-194.
- [12] Schaub H, Alfriend K T. Impulsive feedback control to establish specific mean orbit elements of spacecraft formations[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, **24**(4): 739-745.
- [13] De Queiroz M S, Kapila V, Yan Q. Adaptive nonlinear control of satellite formation flying[A]. In: *Proc AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf [C]*. AIAA 99-4270, Portland, OR: 1999, 99-4270, 1596-1604.
- [14] Roberto Armellin, Massari Mauro, Amalia Ercoli Finzi. Optimal formation flying reconfiguration and station keeping maneuvers using low-thrust propulsion[A]. In: *18th International Symposium on Space Flight Dynamics [C]*. Munich, Germany: Oct, 2004.
- [15] Clohessy H, Wiltshire R S. Terminal guidance system for satellite rendezvous[J]. *Journal of the Aerospace Science*, 1960, **27**(9): 653-674.
- [16] Inalhan G, Tillerson M, How Jonathan P. Relative dynamics and control of spacecraft formations in eccentric orbits[J]. *Journal of Guidance Control, and Dynamics*, 2002, **25**(1): 48-59.
- [17] Breger Louis, How Jonathan P. Gauss's variational equation-based dynamics and control for formation flying spacecraft[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, **30**(2): 437-448.
- [18] BAOYIN He-xi, LI Jun-feng, GAO Yun-feng. Dynamical behaviors and relative trajectories of spacecrafts formation flying[J]. *J Aerospace Science and Technology*, 2002, **4**(6): 295-301.
- [19] 高云峰, 宝音贺西, 李俊峰. 卫星编队飞行中 G-W 方程与轨道根数法的比较[J]. *应用数学和力学*, 2003, **24**(8): 799-804.
- [20] Koon W S, Marsden J E, Masdemont J, et al. J2 dynamics and formation flight[A]. In: *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference [C]*. Montreal: August, AIAA 2001, 4090.
- [21] KANG Wei, YEH Hsi-han, Sparks Andrew. Coordinated control of relative attitude for satellite formation[R]. Aug. 2001, AIAA 2001, 4093.
- [22] KANG Wei, Sparks Andrew. Coordinated attitude and formation control of multi-satellite systems[R]. Aug. 2002, AIAA 2002, 4655.
- [23] KANG Wei, YEH Hsi-han. Coordinated attitude control of multisatellite system[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2002, **12**(2/3): 185-205.
- [24] 苏罗鹏, 李俊峰, 高云峰. 卫星编队飞行相对姿态控制[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2003, **43**(5): 28-36.
- [25] 张治国, 李俊峰, 宝音贺西. 卫星编队飞行指向跟踪姿态控制[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2006, **46**(11): 32-39.
- [26] 林来兴. 微小卫星绕飞空间站的动力学和控制[J]. *航天控制*, 1999, **17**(3): 26-33.
- [27] Hirohisa Kojima. Fly-around motion control based on exact linearization with adaptive law[J]. *J Guidance, Control and Dynamics*, 2005, **28**(1): 167-169.
- [28] David R Merkin. *Introduction to the Theory of Stability [M]*. New York: Springer, 1996.

Study on the Orbit and Attitude Control of Spacecraft Formation Flying

ZHANG Zhi-guo, LI Jun-feng

(School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing 100084, P. R. China)

Abstract: Formation flying is a novel concept of distributing the functionality of large spacecraft among several smaller, less expensive, cooperative satellites. Some applications require that a controllable satellite keep relative position and attitude to observe a specific surface of another satellite among the cluster. Specially, the target space vehicle is malfunctioning. The problem of how to control a chaser satellite to fly around an out-of-work target satellite closely in earth orbit and to track a specific surface is focused on. Relative attitude and first approximate relative orbital dynamics equations are presented. Control strategy is derived based on feedback linearization and Lyapunov theory of stability. Further, the uncertainty of inertia being considered, an adaptive control method is developed to obtain the correct inertial ratio. The numerical simulation is given to verify the validity of proposed control scheme.

Key words: satellite formation flying; orbit; attitude; dynamics and control