

流体饱和多孔介质中热发展强迫 对流的熵产分析*

K·霍曼¹, A·伊济拉利², F·霍曼³

(1. 昆士兰大学 工程学院, 布里斯班, 澳大利亚;

2. 纳马瓦让德尔瓦工程和结构公司, 德黑兰, 伊朗;

3. 夏瑞夫工业大学 化学工程系, 德黑兰, 伊朗)

(周哲玮推荐)

摘要: 利用 Darcy 流动模型, 同时考虑粘性耗散效应, 分析研究了以两等温平板为边界的多孔介质中, 热发展强迫对流的熵产. 参数研究表明, 组参数和 Péclet 数减小, 而 Brinkman 数增大时, 熵产增大. 形象化的热线表示方法着重应用于 $Br < 0$ 的情况, 在这种情况下, 在顺流的某些位置上, 存在热传递方向的改变, 即从原来的壁面向外传热变为向壁面传热.

关键词: 熵产; 多孔介质; 热线; 能通量矢量; 强迫对流

中图分类号: O357.3 文献标识码: A

引 言

任何热力学系统熵产的最小化, 都使放热能力得到有效的利用, 作为热力学第二定律的一个结果, 放热能力会局部或整体损失. 熵产与流体流动和传热的不可逆性有关. 不同的介质和设计特征, 在对各个不可逆项的影响上, 是相互制约的. 因此, 可通过优化设计来使总熵产最小化, 从而实现功损失最小^[1]. Bejan^[2]详细研究了(不含固体材料的)纯流体中的热和流体流动问题, 并推广到多孔介质情况. 由于熵产是热和流体通过多孔介质流动而引起的, 已为许多工业所应用, 成为广泛研究的领域, 可参见文献[3-14]. 这些文献的观点有助于我们更好地理解文献[15-17].

据作者所知, 目前为止, 还没有发表过多孔介质中(不是纯流体), 热发展强迫对流第二定律的分析文章. 本文的目的是填补这一方面的空白. 由于是采用 Darcy 流动模型来处理一个强迫对流问题, 速度场通常是已确定的, 并知道是一个缓动流(slug)问题, 通过求解传导类能量方程得到温度分布. 因此, 它可以根据不可逆传热系数 N_{HTI} 和不可逆流动参数 N_{FFI} , 求解熵产问题, 找到局部的熵产源, 并沿管道研究总熵产.

1 分 析

假设有充分发展的流体动力学流动, 沿顺流方向存在一个单向流动, 同时流动是热发展

* 收稿日期: 2007-08-01; 修订日期: 2008-01-07

作者简介: K. Hooman, 硕士(联系人, E-mail: k.hooman@yahoo.co.uk).

本文原文为英文, 由吴承平译, 张禄坤校.

的,如图 1 所示.

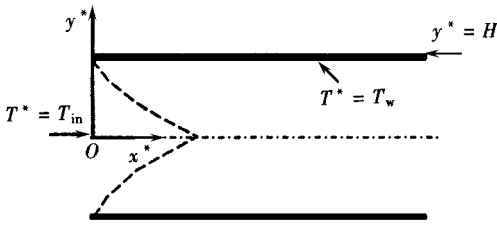


图 1 分析示意图

1.1 热和流体流动分析

Darcy 流动模型设为

$$-\frac{\mu}{K}u^* + P = 0, \quad (1)$$

其中 u^* 为过滤速度, μ 为流体粘度, K 为渗透率, P 为作用的压力梯度.

不考虑非均匀性、各向异性、轴向传热和熵变化时,热能方程为

$$\rho c_p u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = k \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\mu u^{*2}}{K}, \quad (2)$$

其中 k 为多孔介质导热率, ρ 为流体密度, c_p 为常压下的比热比.

无量纲形式的能量方程为

$$\hat{u} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + Br \hat{u}^2, \quad (3)$$

其中

$$x = x^* \frac{\mu \alpha}{PKH^2}, \quad y = \frac{y^*}{H}, \quad \theta = \frac{T - T_w}{T_{in} - T_w}, \quad \hat{u} = u \sqrt{\left(\int_0^1 u dy \right)}. \quad (4)$$

Brinkman 数定义为

$$Br = \frac{\mu U^2 H^2}{Kk(T_{in} - T_w)}. \quad (5)$$

求解能量方程的适当的边界条件为

$$\theta(0, y) = 1, \quad \frac{\partial \theta(x, 0)}{\partial y} = 0, \quad \theta(x, 1) = 0. \quad (6)$$

在上述边界条件下,利用分离变量法,直接求解方程(3),得

$$\theta(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \cos(\lambda_n y) \exp(-\lambda_n^2 x) + 0.5 Br (1 - y^2), \quad (7)$$

其中常数 b_n 为

$$b_n = 2(-1)^n \left[1 - \frac{Br}{\lambda_n^2} \right] \sqrt{\lambda_n}, \quad (8)$$

其中 $\lambda_n = (2n + 1)\pi/2$.

利用 Darcy 动量方程求得速度分布,利用式(7)求解温度分布,便可开始第二定律的分析.

1.2 熵产分析

大家知道,熵是通过热和流体流动产生的,并且总容积熵产可以利用不可逆传热参数 N_{HTI} 和不可逆流动参数 N_{FFI} 求得:

$$S_{gen} = N_{HTI} + N_{FFI} \quad (9)$$

其中 N_{HTI} 为

$$N_{HTI} = k \left(\frac{\dot{Q} T}{T} \right)^2 = \frac{k}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y^*} \right)^2 \right], \quad (10)$$

N_{FFI} 为

$$N_{FFI} = \frac{\mu u^{*2}}{TK}. \quad (11)$$

无量纲形式的 N_{HTI} 为

$$N_{HTI} = \frac{k \Omega^2}{H^2} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 \frac{1}{Pe^2} + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right] \sqrt{(1 + \Omega)^2}. \quad (12)$$

无量纲形式的 N_{FFI} 为

$$N_{FFI} = \frac{k \Omega^2}{H^2} \frac{\mu U^2 H^2}{Kk \Omega (T_i - T_w)(1 + \Omega)} = \frac{k \Omega^2}{H^2} \frac{Br}{\Omega (1 + \Omega)}. \quad (13)$$

因此, 无量纲熵产为

$$S_{gen} = \frac{k \Omega^2}{H^2 (1 + \Omega)^2} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 \frac{1}{Pe^2} + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 + \frac{Br}{\Omega} (1 + \Omega) \right], \quad (14)$$

其中 Peclet 数定义为 $Pe = \rho c_p H U / k$, U 为进口速度. 特别地, 由方程(12)~(14), 熵产又变为

$$\frac{S_{gen}}{k \Omega^2 / H^2} = \left\{ \left(\sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n^2 b_n Pe^{-1} \cos(\lambda_n y) \exp(-\lambda_n^2 x) \right)^2 + \left(\sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n b_n \cos(\lambda_n y) \exp(-\lambda_n^2 x) + Br y \right)^2 + \left(\frac{Br}{\Omega} + Br \sum_{n=0}^{\infty} b_n \cos(\lambda_n y) \exp(-\lambda_n^2 x) + 0.5 Br^2 (1 - y^2) \right)^2 \right\} \sqrt{1 + \Omega \sum_{n=0}^{\infty} b_n \cos(\lambda_n y) \exp(-\lambda_n^2 x) + 0.5 Br \Omega (1 - y^2)}. \quad (15)$$

本文以无量纲温差作为组参数 (group parameter, 简称为 GP), 定义为

$$\Omega = (T_{in} - T_w) / T_w. \quad (16)$$

请读者注意, 我们的定义不同于以往组参数的定义 Br / Ω .

对大的 x , 温度不随 x 变化, 温度分布退化为一条抛物线 (级数部分消失), 在充分发展区域, 熵产变为

$$S_{gen} = \frac{2k}{H^2} \frac{G + y^2}{(G - y^2)^2}, \quad (17)$$

其中 G 定义为

$$G = 1 + 2 / (\Omega Br). \quad (18)$$

修正的 Brinkman 数 Br^* 定义为

$$Br^* = \Omega Br = \frac{\mu U^2 H^2}{Kk T_w}. \quad (19)$$

修正的 Brinkman 数说明, 热产是作为粘性耗散除以最大管壁传热得到一个结果. 关于 Br^* 分母中的 T_w , 是用 Kelvin 量度的温差 ($T_w - 0$), 其中 0K 假定为工程应用中的最低温度, 因此这一温差是最大温差, 在系统的管道壁温度 T_w 中偶尔才出现.

1.3 热线显示法

Bejan^[2] 引入了热函数 (heatfunction) 的概念, 详细显示了对流问题中热的传导, 为方便计, 给出了一个由扩散和平流量两个因素引起的二维对流 (强迫或自然) 问题, 热流动结果的直观演示. Bejan^[2] 认为, 等温线显示了对流传热问题的信息, 就像动量传递问题中的等压线, 因此需要有一个像热函数这样的新定义来描述能量方程的本质. 热线就是沿热流动的线. 在该问题中应用如下方程组:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad \frac{\partial H}{\partial y} = \theta - Br x. \quad (20)$$

解此方程组, 得

$$H(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{\lambda_n} \sin(\lambda_n y) \exp(-\lambda_n^2 x) + Br \left[\frac{1}{2} - \frac{y^2}{6} - x \right] y. \quad (21)$$

根据 Bejan 的文献[2], 为获取更多的热线分布信息, 选定系统的最低温度为参考温度(参见文献[18]). 当 $T_{in} < T_w$ 时, 方程(20) 中的 θ 应用 $\theta - \theta_{in}$ 替换.

2 结果和讨论

我们发现, 通道长宽比为 5 时, 对于流动的充分发展已足够大了. 由于通道的对称性, 只需取一半区域来研究(图 2~ 图 5). 图 2 示出当 $Br = 1, Pe = 1$ 时的热线和能通量矢量(见 Hooman 等人的文献[19]). 我们观察到能通量矢量与热线是相切的.

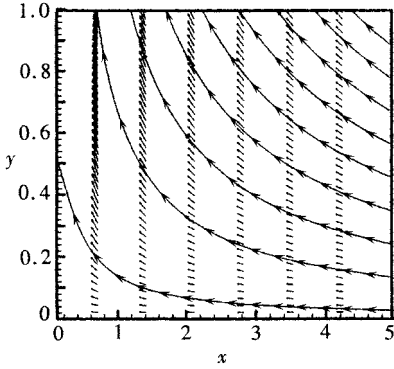
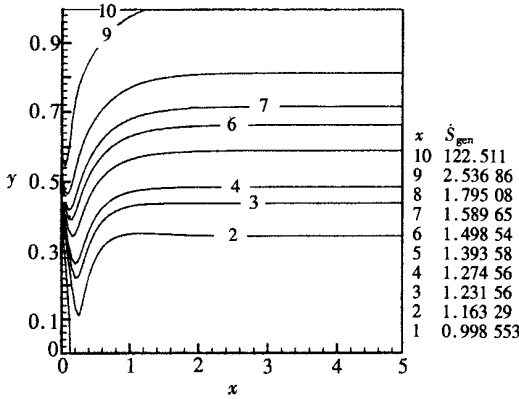


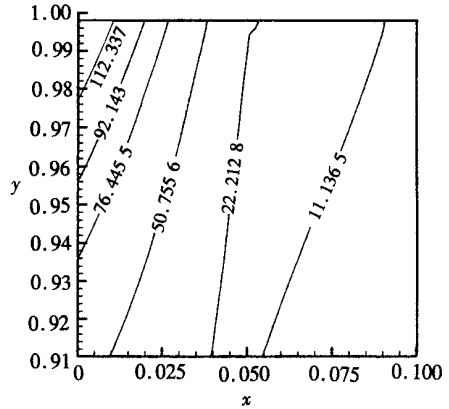
图 2 $Br = 1, Pe = 1$ 时的热线和能通量矢量

从热线转到熵产研究, 图 3(a) 示出了局部无量纲熵产的等值线图. 图 3(a) 表明, 最高熵产率仅出现在流动进入通道之后. 在该区域中, 最大熵产偶尔也会出现在壁面邻近区域. 这一结果与文献[9] 的结论吻合. 图 3(b) 示出了图象局部区域的放大图形. 在图 3(a)、图 3(b) 中, $Br = 1, Pe = 1$. 还可得出如下结论: 在通道顶部左角, 来流的大部分放热能力将消失, 在恒温 T_{in} 下, 来流接触壁面的不同温度 T_w , 其结果是造成与下游区域相比 N_{HTI} 的增大.

图 4 示出管道中熵产的面积加权平均 \dot{S}_{gen} . 这一平均值是就整个横截面, 对局部熵产积分计算得到的. 看来, Pe 和组参数的作用相对于 Br 来说是类似的. 当质量流率固定时, Pe 增大, 则热传递率减小. 热传递率的减小, 使与之相关的熵产率线性下降. 此时, 组参数的增大, 由于 N_{FFI} 较小, 造成无量纲熵产率的下降. 反之, Br 增大, N_{HTI} 也增大, 造成总熵产率上升.



(a) 全域图



(b) 局部放大图

图 3 局部熵产

图 5 示出当 Br 取某些值时, 发展的 Nusselt 数. 可以看出, 充分发展的 Nu 与 Br 无关, 而发展中的 Nu 的情况就不相同了, 即 Br 越大, 发展中的 Nu 也越大, 这类似于文献[20-22] 在类似情况下的结果.

当 Br 为负数时, 问题要复杂得多: 冷的通道壁与内部热流间产生一个对抗效应. 图 6 示出对两种不同的 Br 值, Nusselt 数随 x 的变化.

在图 6(a)、图 6(b) 中都观察到一个跳跃现象. 显然, 在更低的 Br 值时, 产生的跳跃更靠

近管道进口, 这类似于 Hooman 等人在文献[23]中的结果. 注意到 Br 的绝对值愈小, 进口段的长度愈长, 较大的 Br 有助于粘性耗散更快地克服壁通量(加热或冷却), 并且即使在非常小的 x 时, 就能达到充分发展区域. 甚至在小粘性耗散(非零 Br), 引起跳跃的充分发展的 Nu 与 Br

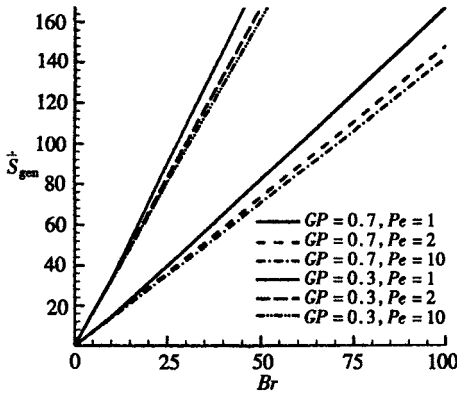


图4 平均熵产 \dot{S}_{gen}^+ 随 Br 的变化

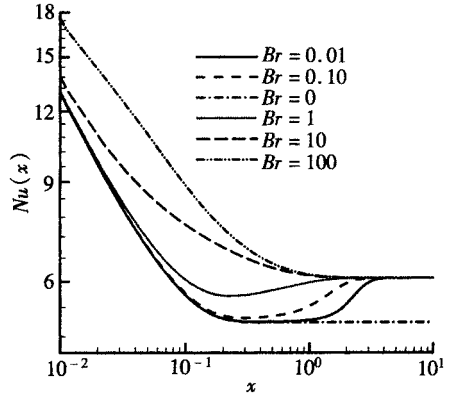
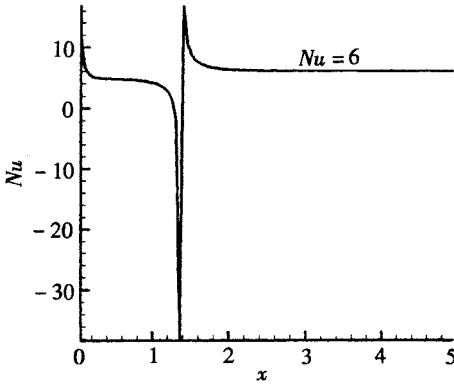
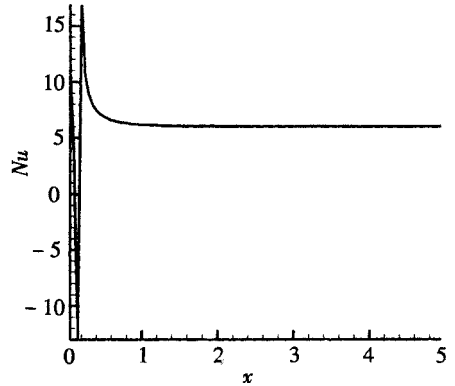


图5 对某些 Br 值, Nusselt 数随 x 的变化

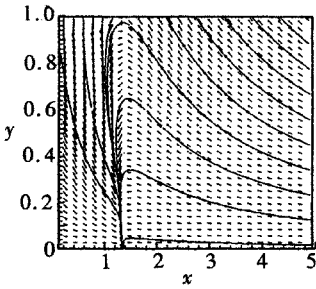


(a) $Br = -0.1$

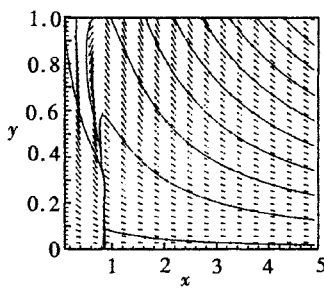


(b) $Br = -5$

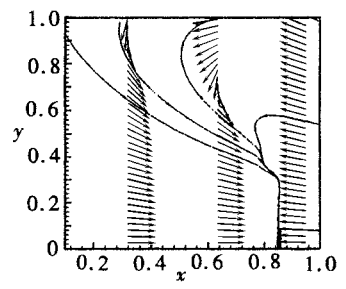
图6 Nusselt 数随 x 的变化



(a) 全域图 ($Br = -0.1$)



(b) 全域图 ($Br = -5$)



(c) 局部放大图 ($Br = -5$)

图7 $Pe = 5$ 时的热线和能量通量

无关. 正值 Br 和负值 Br 的作用, 差别非常悬殊. $Br > 0$ 时, 来流在壁面被加热. 粘性耗散产生了一个正的热源分布, 并且流体流向下流的热效应也被增强了. Nusselt 数随 x 的增大经历了一个极小值. 当 Br 值非常大时, Nu 值仅随 x 缓慢变化, 而且当 Br 值充分大时, 曲线不会

经历一个极小值。 $Br < 0$ 时, 来流在壁面被冷却。 该冷却与流体团中的粘性耗散产生的热相抵消。 上述结论在某些文章中已有报道, 但没有一篇文章能这样直观地表达出来。

热线表示有直观上的优点, 无需借助于等温情况。 因此, 我们将热线表示于图 7。 入口区域值得重视。 在该区域中, 热线从壁面延伸到流体团中。 流向下游时, 又可看到热线改变方向由流体向壁面流。

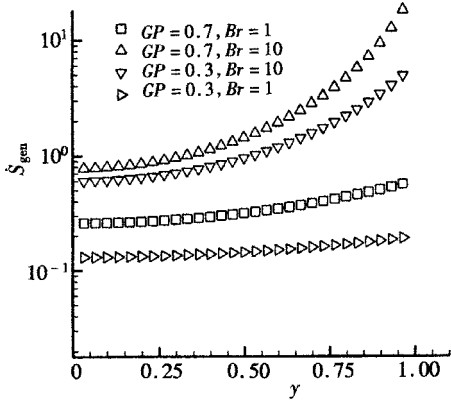


图 8 充分发展域中的熵产

N_{HTI} 较大时, 熵产率增大(由于对称性, 与管道中心线处的零热通量正相反)。 在管道中心线, 与纯流体情况不同, 由于存在非零的 N_{FFI} , 熵产不会消失。 由于假定是缓流的, 管道横截面为均匀的速度分布, 允许 N_{FFI} 仅随局部温度呈反线性变化。

3 结 论

利用 Darcy 流动模型, 考虑粘性耗散效应, 分析研究了平板通道入口段热发展强迫对流问题。 作为对问题更全面的研究, 给出了热线和能通量的表示。 根据热力学第二定律, 影响熵产的参数为 Pe 、 Br 和 Ω , 因此, 利用上述参数的适当组合, 可以用使放热能力损失最小来设计系统。

致谢 本文第一作者, 奖学金受益人, 非常感谢昆士兰大学按照 UQILAS, Endeavor IPRS 和学院奖学金提供的资助。

[参 考 文 献]

- [1] Bejan A. Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow [M]. New York Wiley, 1982.
- [2] Bejan A. Convection Heat Transfer [M]. Hoboken, N J: Wiley, 1984.
- [3] Mahmud S, Fraser R A. Free convection and irreversibility analysis inside a circular porous enclosure[J]. Entropy, 2003, 5(5): 358-365.
- [4] Mahmud S, Fraser R A. Vibrational effect on entropy generation in a square porous cavity[J]. Entropy, 2003, 5(5): 366-376.
- [5] Hooman K, Ejlali A. Entropy generation for forced convection in a porous saturated circular tube with uniform wall temperature[J]. Internat Commun Heat Mass Transf, 2007, 34(4): 408-419.
- [6] Hooman K. Entropy-energy analysis of forced convection in a porous-saturated circular tube considering temperature dependent viscosity effects[J]. Internat J Exergy, 2006, 3(4): 436-451.

- [7] Hooman K, Gurgenci H, Merrikh A A. Heat transfer and entropy generation optimization of forced convection in porous saturated ducts of rectangular cross section[J]. *Internat J Heat Mass Transf*, 2007, **50**(11/12): 2051-2059.
- [8] Hooman K, Haji-Sheikh A. Analysis of heat transfer and entropy generation for a thermally developing Brinkman-Brinkman forced convection problem in a rectangular duct with isoflux walls[J]. *Internat J Heat Mass Transf*, 2007, **50**(21/22): 4180-4194.
- [9] Hooman K, Hooman F, Mohebpour S R. Entropy generation for forced convection in a porous channel with isoflux or isothermal walls[J]. *Internat J Exergy*, 2008, **5**(1): 78-96.
- [10] Baytas A C. Entropy generation for natural convection in an inclined porous cavity[J]. *Internat J Heat Mass Transf*, 2000, **43**(12): 2089-2099.
- [11] Baytas A C. Entropy generation for thermal nonequilibrium natural convection with a non-Darcy flow model in a porous enclosure filled with a heat-generating solid phase[J]. *J Porous Media*, 2007, **10**(3): 261-275.
- [12] Liu H D, Narusawa U. Endothelial surface reorganization: Effects of a porous surface layer[J]. *J Porous Media*, 2006, **9**(2): 93-107.
- [13] Ahmadi G, Mazaheri A R, Smith D H. A model for multiphase flows through poroelastic media[J]. *J Porous Media*, 2003, **6**(4): 243-256.
- [14] K·霍曼, H·戈金西. 多孔饱和矩形管中粘性随温度变化对熵产、热和流体流动的影响[J]. *应用数学和力学*, 2007, **28**(1): 61-69.
- [15] Nield D A, Hooman K. Comments on "Effects of viscous dissipation on the heat transfer in forced pipe flow—Part 1: Both hydrodynamically and thermally fully developed flow [Energy Conv Manage, 2005, **46**: 757-769]; Part 2: Thermally developing flow [Energy Conv Manage, 2005, **46**: 3091-3202]" by O. Aydın[J]. *Energy Conv Manage*, 2006, **47**(18/19): 3501-3503.
- [16] Hooman K, Merrikh A A, Ejlali A. Comments on "Flow, thermal, and entropy generation characteristics inside a porous channel with viscous dissipation" by S Mahmud and R A Fraser [International Journal of Thermal Sciences, 2005, **44**: 21-32][J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2007, **46**(6): 614-616.
- [17] Hooman K, Ejlali A. Second law analysis of laminar flow in a channel filled with saturated porous media: a numerical solution[J]. *Entropy*, 2005, **7**(4): 300-307.
- [18] Hooman K, Gurgenci H. Heatline visualization of natural convection in a porous cavity occupied by a fluid with temperature dependent viscosity[J]. *J Heat Transf-Trans ASME*, 2008. (in press)
- [19] Hooman K, Gurgenci H, Dincer I. Heatline visualization of natural convection in a porous cavity occupied by a fluid with temperature-dependent viscosity[A]. In: Vafai K, Ed. *Second International Conference on Porous Media and Its Applications in Science, Engineering and Industry*, 2007[C]. Kauai, Hawaii 2007.
- [20] K·霍曼, M·哥济·邦德培. 恒温平行板间多孔介质通道中的分层耗散流动[J]. *应用数学和力学*, 2005, **26**(5): 541-546.
- [21] Ranjbar-Kari A A, Hooman K. Viscous dissipation effects on thermally developing forced convection in a porous medium: Circular duct with isothermal wall[J]. *Internat Commun Heat Mass Transf*, 2004, **31**(6): 897-907.
- [22] Nield D A, Kuznetsov A V, Xiong M. Thermally developing forced convection in a porous medium: parallel plate channel with walls at uniform temperature, with axial conduction and viscous dissipation effects[J]. *Internat J Heat Mass Transf*, 2003, **46**(4): 643-651.
- [23] Hooman K, Haji-Sheikh A, Nield D A. Thermally developing Brinkman-Brinkman forced convection

in rectangular ducts with isothermal walls[J]. Internat J Heat Mass Transf, 2007, **50**(17/18): 3524-3533.

Entropy Generation Analysis of Thermally Developing Forced Convection in a Fluid-Saturated Porous Medium

K. Hooman¹, A. Ejlali², F. Hooman³

(1. School of Engineering, The University of Queensland, Brisbane, Australia;

2. Fix Equipment Lead Engineer, Namavaran Delvar Engineering and Construction Company, Tehran, Iran;

3. Chemical Engineering Department, Sharif University of Technology, Tehran, Iran)

Abstract: Entropy generation for thermally developing forced convection in a porous medium bounded by two isothermal parallel plates was investigated analytically on the basis of the Darcy flow model where the viscous dissipation effects had also been taken into account. A parametric study showed that decreasing the group parameter and the Peclet number increases the entropy generation while for the Brinkman number the converse is true. Heatline visualization technique is applied with an emphasis on Br is less than 0 case where there is somewhere that heat transfer changes direction at some streamwise location to the wall instead of its original direction, i. e. from the wall.

Key words: entropy generation; porous media; heatline; energy flux vectors; forced convection