

微通道周期流动电位势及电粘性效应^{*}

龚磊, 吴健康, 王蕾, 晁侃

(华中科技大学 力学系; 武汉国家光电实验室, 武汉 430074)

(林建忠推荐)

摘要: 求解了双电层的 Poisson-Boltzmann 方程和流体运动的 Navier-Stokes 方程, 得到在周期压差作用下, 二维微通道的周期流动电位势, 流动诱导电场和液体流动速度的解析解. 量纲分析表明, 流体电粘性力与以下 3 个参数有关: 1) 电粘性数, 它表示定常流动时, 通道最大电粘性力与压力梯度的比; 2) 形状函数, 它表示电粘性力在通道横截面的分布形态; 3) 耦合系数, 它表示电粘性力的振幅衰减特征和相位差. 分析结果表明, 微通道周期流动诱导电场、流动速度与频率 Reynolds 数有关. 在频率 Reynolds 数小于 1 时, 流动诱导电场随频率 Reynolds 数变化很慢. 在频率 Reynolds 数大于 1 时, 流动诱导电场随频率 Reynolds 数的增加快速衰减. 在通道宽度与双电层厚度比值较小情况下, 电粘性效应对周期流动速度和流动诱导电场有重要影响.

关键词: 流动电位势; 流动诱导电场; 频率 Reynolds 数; 电粘性效应

中图分类号: O363.2 **文献标识码:** A

引 言

微流控系统是当前生物、化学、微机电和流体力学等学科交叉研究的前沿领域. 作为微流控系统最基本的流动单元, 微通道流动对微流控系统的功能实现和工作效率至关重要^[1,2]. 由于尺寸缩小带来的“尺度效应”及“表面效应”^[3], 微通道液体流动受表面力及电场力影响更大, 产生电动流如电泳^[4]、电渗^[5,6]、电粘性效应^[7]等现象.

压力驱动是微流控系统中常用的驱动方式之一. 实验证实压差驱动的微通道内液体流动阻力比理论预测的要大^[8], 该现象被认为是由于固液界面双电层存在所带来的电粘性效应^[7,9]. 大多数固体与电解质溶液接触时, 固壁面会带上净电荷. 该净电荷吸引溶液中的反电荷离子, 排斥同电荷离子, 造成壁面附近离子重排形成双电层, 其结构如图 1 所示. 当液体受到压力差驱动流动时, 双电层内的净电荷随液体运动, 电荷的运动在微通道两端形成电位差, 称之为流动电位势, 其负梯度称为流动诱导电场^[10]. 流动诱导电场作用在微通道双电层的净电荷上, 使其向流动反方向运动, 并通过粘性力带动液体一起反向流动, 使得微通道流动速度及流量小于传统流体动力学的预测值, 这就是“电粘性效应”^[1]. 当微通道尺寸缩小到微米尺度时, 微通道流动电粘性效应更加明显^[7,9].

* 收稿日期: 2007-12-18; 修订日期: 2008-03-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10472036)

作者简介: 龚磊(1981—), 男, 湖北人, 博士(联系人. Tel: + 86-27-87543338; E-mail: leis.gong@hotmail.com).

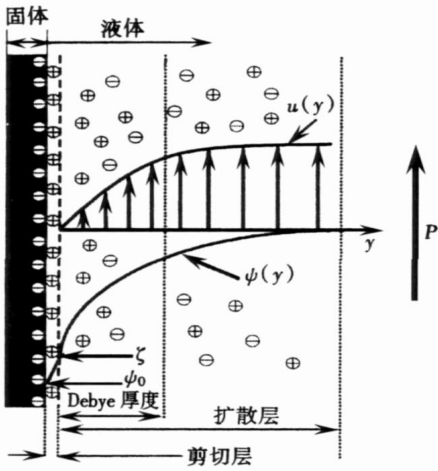


图 1 双电层结构示意图

流动分析中,电粘性效应的估算取决于流动电位势.长期以来,流动电位势一直受到生物、物理、化学和地球科学等领域的关注.流动电位势可以利用来测量微通道表面 Zeta 电位和电导率^[11],周期流动电位势可以反推在矿石中的地震波的声波信号,确定岩石渗透性和多孔率^[12].目前,定常流动电位势的研究已经有不少成果^[13-14],相应的,定常流动电粘性效应研究已有不少理论^[15]及实验结果^[16].

周期流动是微流体系统中常见的一种流动状态,很多机械式微流体驱动器(如无阀压电微流体泵等),依靠产生周期性的压差,输出周期流量.然而,目前关于周期流动电位势和电粘性效应的研究甚少.

Packard^[17]率先提出了周期流动电位势的临界频率模型,然后 Pride^[18]发展了多孔介质内的周期流动电位

势理论,接着 Philip 等^[19]将周期流动电位势的测量频率由 200 Hz 扩展到 500 Hz.然而,以上研究均未考虑电粘性对流动速度及流动电位势的影响.故本文目的是通过求解线性化的 Poisson-Boltzmann 方程、Navier-Stokes 方程获得二维微通道周期流动电位势、流动诱导电场和流动速度的解析解,期望更好地了解微流体系统电粘性效应对流动诱导电场和周期流动速度的影响特性.

1 微通道周期压差电动流控制方程及边界条件

二维均匀微通道如图 2 所示,这里 h 是通道半宽.由于对称性,只考虑通道的一半区域即可.

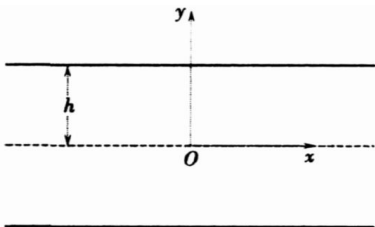


图 2 二维微通道示意图

双电层电位势 ϕ 和电荷密度 ρ_e 满足以下 Poisson-Boltzmann 方程:

$$\nabla^2 \phi = \frac{2n_0ze}{\epsilon} \sinh\left(\frac{ze\phi}{k_bT}\right), \quad (1)$$

$$\rho_e = -\epsilon \nabla^2 \phi = -2n_0ze \sinh\left(\frac{ze\phi}{k_bT}\right), \quad (2)$$

这里, n_0 为溶液离子浓度, e 为电子基本电荷, z 为溶液离子价, ϵ 为溶液的介电常数, k_b 为 Boltzmann 常数, T 为绝对温度.对二维对称微通道,方程(1)、(2)的边界条件为

$$\phi = \zeta, \quad y = h; \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \quad y = 0, \quad (3)$$

这里, ζ 是固壁面 Zeta 电位.粘性不可压缩流体运动的 Navier-Stokes 方程表示如下:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \rho f_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho_e E, \quad (4)$$

这里, u 为通道方向的速度, ρ , μ 为液体密度和动力粘性系数, E , ρ_e 是流动诱导电场强度和双电层电荷密度.压差驱动的二维均匀微通道内只有一个方向的流动速度分量,不可压缩流体的连续方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

不考虑电场力以外的体积力, 方程(4)简化为

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \rho_e E, \quad (6)$$

右边第3项 $\rho_e E$ 是作用于流体的电粘性力.

方程(6)的边界条件为

$$u = 0, y = h; \frac{\partial u}{\partial y} = 0, y = 0. \quad (7)$$

由于流动方程(6)是线性方程, 在周期压差作用下的流动速度、诱导电场是同频率的周期变量, 但振幅和相位可以不同. 故它们可以用复变量表示如下:

$$p = \operatorname{Re}[p_0 e^{i\omega t}], u = \operatorname{Re}[u_0 e^{i\omega t}], E = \operatorname{Re}[E_0 e^{i\omega t}], \quad (8)$$

其中, $\operatorname{Re}[\]$ 表示复数的实部, p_0, u_0, E_0 分别为周期流体压强、速度和诱导电场的复数振幅, ω 为圆频率. 把(8)式代入(6)式得到

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} - \frac{i\omega\rho}{\mu} u_0 = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial p_0}{\partial x} - \rho_e E_0 \right]. \quad (9)$$

方程(9)的边界条件为

$$u_0 = 0, y = h; \frac{\partial u_0}{\partial y} = 0, y = 0. \quad (10)$$

双电层内的电荷随着流体一起运动, 在微通道产生流动电流 I_s :

$$I_s = 2 \int_0^h u_0 \rho_e dy. \quad (11)$$

流动诱导电场使得带电流体运动, 产生反方向的传导电流 I_c :

$$I_c = 2h\sigma E_0, \quad (12)$$

其中, σ 为溶液和通道壁面的总电导率. 双电层平衡时, 微通道净电流为零, 即, $I_c + I_s = 0$, 于是有

$$E_0 = -\frac{1}{h\sigma} \int_0^h u_0 \rho_e dy. \quad (13)$$

为了简便分析, 对流动变量进行如下的无量纲化:

$$y = \frac{y}{h}, \quad \phi = \frac{\phi}{\zeta}, \quad \rho_e = \frac{\rho_e}{-\varepsilon\zeta k^2}, \quad u_0 = \frac{u_0}{u_{\max}}, \quad E_0 = \frac{E_0}{E},$$

$$\text{其中 } \frac{1}{k} = \lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_b T}{2n_0 e^2 z^2}}$$

为双电层的特征厚度, 特征速度 u_{\max} 是定常流动时, 不考虑电粘性效应, 通道内的最大速度:

$$u_{\max} = -\frac{h^2}{2\mu} \frac{dp_0}{dx}. \quad (14)$$

特征电场 E 是由 Helmholtz-Smoluchowski 等式^[20] 给出. 它表示定常流动时, 不考虑电粘性效应的流动诱导电场:

$$E = -\frac{\varepsilon\zeta}{\mu\sigma} \frac{dp_0}{dx}. \quad (15)$$

对于双电层方程(1), 采用 Debye-Hückel 线性化近似, 双电层方程(1)、(2)无量纲化为

$$\frac{d^2 \phi}{dy^2} = (k_h)^2 \phi = (k_h)^2 \rho_e. \quad (16)$$

双电层方程的线性化需要低表面能的条件, 即 $|ze\zeta/(k_b T)| < 1$, 对应 $|\zeta| < 25 \text{ mV}$, 实际上在 $|\zeta| \approx 100 \text{ mV}$ 时, Debye-Hückel 线性化的误差仍然可以忽略^[21]. 方程(16)的边界条件为

$$\phi = 1, y = 1; \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, y = 0. \quad (17)$$

流动方程 (9) 无量纲化为

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} - B^2 u_0 = -2 + 2\lambda \rho_e E_0, \quad (18)$$

其中, $B^2 = iRe$, $Re = \omega h^2 / \nu$, ν 为液体运动粘性系数, $\lambda = \varepsilon^2 \zeta^2 \kappa^2 / (\mu \sigma)$ 定义为电粘性数.

这里, 无量纲参数 Re 表示周期流动惯性力(频率相关)与粘性力之比, 不是传统意义上的对流惯性力与粘性力之比. 在本文研究中对流惯性力(即非线性对流项)为零. 在本文中, Re 定义为频率 Reynolds 数, 有别于传统意义的 Reynolds 数. 方程(18)的边界条件为

$$u_0 = 0, y = 1; \frac{du_0}{dy} = 0, y = 0. \quad (19)$$

从方程(13), 无量纲电场表示为

$$E_0 = \frac{(\kappa h)^2}{2} \int_0^1 u_0 \rho_e dy. \quad (20)$$

2 微通道周期压差流动的解析解

由双电层方程(16)可解得

$$\phi = \rho_e = \frac{\cosh(\kappa y)}{\cosh(\kappa h)}. \quad (21)$$

流动方程(18)有如下形式的通解:

$$u_0 = u_{oc} + u_{op}, \quad (22)$$

其中, 对应齐次方程的通解 u_{oc} 为

$$u_{oc} = C_1 e^{By} + C_2 e^{-By}. \quad (23)$$

根据常数变易法, 方程(22)的特解 u_{op} 表示为

$$u_{op} = D_1(y) e^{By} + D_2(y) e^{-By}, \quad (24)$$

这里, $D_1(y)$ 、 $D_2(y)$ 是待求函数, 并满足如下条件:

$$\frac{dD_1(y)}{dy} e^{By} + \frac{dD_2(y)}{dy} e^{-By} = 0. \quad (25)$$

从式(24)、(25)得到

$$\frac{du_{oc}}{dy} = B e^{By} D_1(y) - B e^{-By} D_2(y), \quad (26)$$

$$\frac{d^2 u_{op}}{dy^2} = B^2 u_{op} + B \left[\frac{dD_1(y)}{dy} e^{By} - \frac{dD_2(y)}{dy} e^{-By} \right]. \quad (27)$$

把方程(25)、(26)、(27)代入方程(18), 得到

$$\frac{dD_1(y)}{dy} e^{By} - \frac{dD_2(y)}{dy} e^{-By} = \frac{-2 + 2\mathcal{E}_0 \rho_e}{B}. \quad (28)$$

从方程(25)和(28)解得

$$\frac{dD_1(y)}{dy} = \frac{-1 + \mathcal{E}_0 \rho_e}{B} e^{-By}, \quad (29)$$

$$\frac{dD_2(y)}{dy} = -\frac{-1 + \mathcal{E}_0 \rho_e}{B} e^{By}. \quad (30)$$

积分式(29)、(30)得到

$$D_1(y) = \frac{1}{B} \left\{ \frac{e^{-By}}{B} + \frac{\mathcal{E}_0}{2 \cosh(\kappa h)} \left[\frac{e^{(\kappa h - B)y}}{\kappa h - B} - \frac{e^{-(\kappa h + B)y}}{\kappa h + B} \right] \right\}, \quad (31)$$

$$D_2(y) = -\frac{1}{B} \left\{ -\frac{e^{-By}}{B} + \frac{\mathcal{M}_0}{2\cosh(\kappa h)} \left[\frac{e^{(\kappa h + B)y}}{\kappa h + B} - \frac{e^{-(\kappa h - B)y}}{\kappa h - B} \right] \right\}. \quad (32)$$

根据边界条件(19)确定常数 C_1 和 C_2 , 得到

$$C_1 = C_2 = -\frac{D_1(1)e^B + D_2(1)e^{-B}}{2\cosh(B)} = -\frac{1 + \mathcal{M}_0 B^2 / ((\kappa h)^2 - B^2)}{B^2 \cosh(B)}. \quad (33)$$

将 $C_1, C_2, D_1(y), D_2(y)$ 代入(22)式, 则速度可表达为

$$u_0 = u_0^* - \frac{2\mathcal{M}_0 \varrho \cosh(By) \cosh(\kappa h) - \cosh(B) \cosh(\kappa h y)}{[(\kappa h)^2 - B^2] \cosh(B) \cosh(\kappa h)}, \quad (34)$$

其中, u_0^* 为不考虑电粘性影响时的周期流动速度. 当电粘性数 $\lambda = 0$, 方程(34)右边第2项为0, 则 u_0 简化为 u_0^* :

$$u_0^* = \frac{2}{B^2} \left[1 - \frac{\cosh(By)}{\cosh(B)} \right]. \quad (35)$$

将速度 u_0 (式(34))及电荷密度 ρ_e (式(21))带入式(20), 得到

$$E_0 = E^* \left\{ 1 - \lambda \frac{(\kappa h)^2}{2[(\kappa h)^2 - B^2] \cosh^2(\kappa h)} \left[1 + \frac{\sinh(2\kappa h)}{2\kappa h} - \frac{\cosh(\kappa h)}{\cosh(B)} \left(\frac{\sinh(\kappa h + B)}{\kappa h + B} + \frac{\sinh(\kappa h - B)}{\kappa h - B} \right) \right] \right\}, \quad (36)$$

其中, E^* 为不考虑电粘性效应情况下的周期流动诱导电场. 当电粘性数 $\lambda = 0$, 则 E_0 简化为 E^* :

$$E^* = \frac{(\kappa h)^2}{2B^2 \cosh(\kappa h)} \left[\frac{2\sinh(\kappa h)}{\kappa h} - \frac{1}{\cosh(B)} \left(\frac{\sinh(\kappa h + B)}{\kappa h + B} + \frac{\sinh(\kappa h - B)}{\kappa h - B} \right) \right]. \quad (37)$$

把流动诱导电场强度 E_0 (式(36))带入速度 u_0 (式(34)), 即可得到微通道周期压差驱动电动流包含电粘性效应的速度解析解.

3 结果及分析

无量纲流动解(34)~(37)包含3个无量纲参数: 频率 Reynolds 数 Re , 电粘性数 λ 和微通道半宽与双电层厚度之比 κh . 图3表示周期流动速度振幅在通道截面的分布形态.

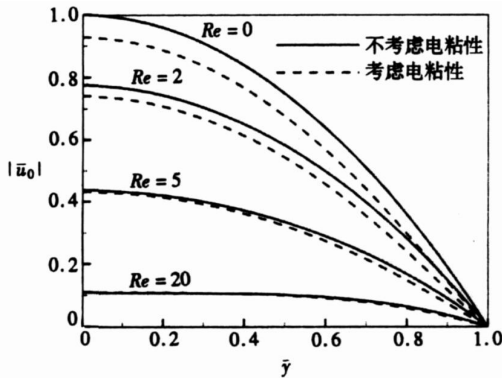


图3 不同 Re 下周期流动速度振幅在通道截面的分布形态 ($\kappa h = 10, \lambda = 5$)

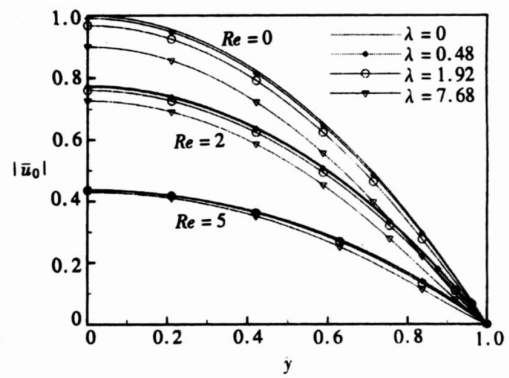


图4 微通道截面速度幅值形态 ($\kappa h = 10$)

从图3中可以看出, 电粘性数和频率 Reynolds 数均对周期流动速度有很大影响, 在小频率 Reynolds 数时(如 $Re \rightarrow 0$), 流动接近定常状态. 电粘性效应很明显. 随着频率 Reynolds 数的

增加, 电粘性的影响下降. 在大频率 Reynolds 数时 ($Re = 20$), 电粘性对流动速度几乎没有影响, 这时周期流动惯性力起着主导作用. 无量纲的电粘性力表示为 $f_e = \rho_e E_0$ (见方程(18)), 其中 $0 \leq \rho_e \leq \cosh(\kappa h_y) / (\cosh(\kappa h)) \leq 1$, 电场强度 E_0 在通道为常数, 且 $|E_0| \leq 1$. 在大 κh 值情况下, 忽略电粘性效应, 得到 $E_0 = 1$. 考虑壁面处 $y = 1$, 有 $\rho_e = 1$. 所以在通道壁面处, 有 $f_e = \lambda$, λ 表示壁面处的电粘性力, 无量纲压力梯度 $dp_0/dx = -1$, 所以 $\lambda = |f_e| / |dp_0/dx|$, 表示定常状态时, 壁面电粘性力(最大电粘性力)与压力梯度的比值, 它可以表示微通道电粘性效应对流动的影响程度. 图 4 表示不同电粘性数对周期流动速度的影响.

电粘性力主要集中在固壁面附近. 离开通道壁面, 电粘性力迅速衰减. 定义分布函数 $x = \rho_e E_0$. 在大 κh 值通道的定常流动, 不考虑电粘性情况下, 得到 $E_0 = 1$, 则 $x = \rho_e = \cosh(\kappa h_y) / (\cosh(\kappa h))$, 它只与 κh 相关, 称之为形状函数, 图 5 表示 ρ_e 与 κh 的关系.

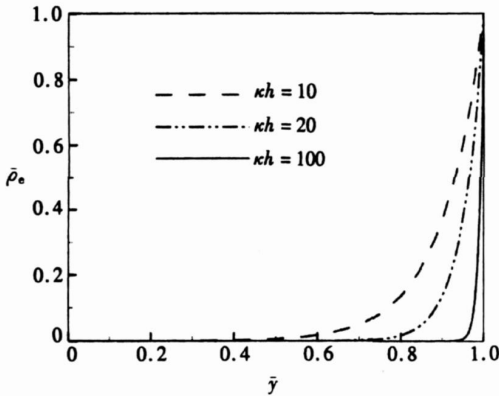


图 5 形状函数 ρ_e 在通道截面的分布

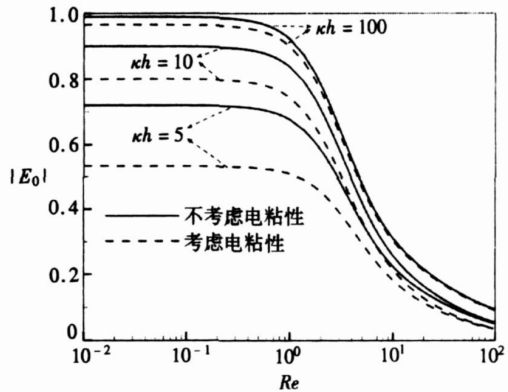


图 6 流动诱导电场幅值 $|E_0|$ 随 Re 变化特性 ($\lambda = 5$)

从图 5 可以看出, 在大 κh 值时(双电层相对很薄), 电粘性力主要集中在固壁面附近, 离开壁面就没有作用. 在小 κh 值时(双电层相对较厚), 电粘性力可以影响到通道流动较宽广的区域. 流动诱导电场 E_0 在通道为常数, 包含电场振幅衰减率和相角差. 与文献[19]类似, 周期的 Helmholtz-Smoluchowski 等式可写为

$$C_f = \frac{\Delta\psi}{\Delta p} = \frac{E_0}{-dp_0/dx} = \frac{E_0}{1} = E_0, \tag{38}$$

这里, C_f 是通道压差与流动电位势之间的无量纲的耦合系数. 流动接近定常时, $E_0 = 1$. 当考虑电粘性效应的周期流动时, C_f 即代表由于周期流动和电粘性效应对流动电位势带来的综合影响. 耦合系数 E_0 是频率 Reynolds 数和电粘性数的函数. 图 6、7 表示了 E_0 幅值和相位差随 Re 变化特性.

从图 6 可以看出, 诱导电场 E_0 从定常过渡到周期流动, 有个临界频率 Reynolds 数. 在 $Re < 1$ 时, E_0 随 Re 变化非常缓慢. 在 $Re > 1$ 时, 随着 Re 的增加, 诱导电场幅值迅速减小, 相位差迅速增加. 在 Packard 的模型中, 他认为流动过渡临界参数是频率, 随 κh 值变化. 本文研究得到该临界参数为 Re , 不同 κh 值时的临界 Re 都为 1. 而电粘性力对相位差的影响在 $Re < 1$ 时, 不很重要, 在 $Re > 1$ 时比较明显, 如图 7 所示. 同时发现, 电粘性对流动诱导电场的影响在小 κh 值时(双电层较厚)比在大 κh 值时(双电层较薄)更为重要.

图 8 表示周期流动的瞬时速度在某一时刻在截面的分布形态. 当 Re 很小时(如 $Re = 0$), 速度形态分布呈抛物线型. 随着频率 Reynolds 数增加, 速度的峰值下降. 当频率 Reynolds

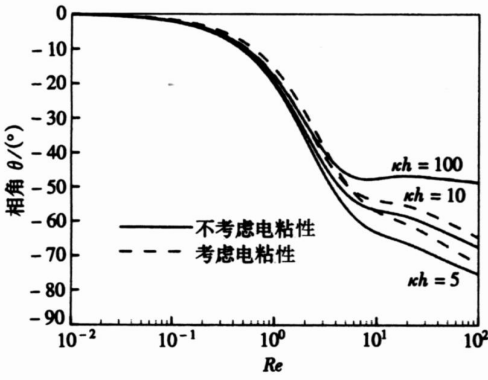


图7 诱导电场强度的相位角随 Re 的变化特性 ($\lambda = 5$)

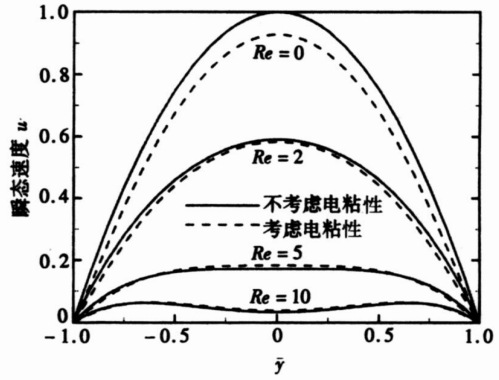


图8 不同 Re 下通道截面的瞬时速度分布形态特性 ($k\lambda = 10, \lambda = 5$)

数继续增大, 流动速度分布会呈现波浪型(如 $Re = 10$)。电粘性效应随着 Re 的增加逐渐减弱。当 $Re > 10$ 时, 电粘性效应几乎可忽略。

4 结 论

本文研究包含电粘性效应的二维微通道周期流动诱导电场和速度解析解。量纲分析表明, 微通道周期流动的电粘性力与电粘性数、形状函数、耦合系数相关。电粘性数表示定常流动时最大电粘性力与压力梯度之比, 与双电层和液体特性相关。形状函数表示流体电粘性力在微通道截面的分布形态, 与通道宽对双电层厚度的比相关。耦合系数表示周期流动电粘性力相对于定常流动时的电粘性力的衰减率和相位差特性, 它与频率 Reynolds 数和电粘性数相关。在微通道周期流动时, 电粘性效应随着频率 Reynolds 数的增大而减弱。在频率 Reynolds 数小于 1 时, 流动诱导电场大小和相位差变化缓慢。当频率 Reynolds 数大于 1 时, 流动诱导电场的振幅迅速衰减, 相位差迅速增加。在通道宽与双电层厚度之比很小时, 电粘性效应对诱导电场和周期流动速度有较大影响。

[参 考 文 献]

- [1] LI Dong-qing. Electrokinetics in Microfluidics [M]. New York: Elsevier, 2004.
- [2] Clayton Julie. Go with the microflow [J]. Nature Methods, 2005, 2(8): 621-627.
- [3] Mohamed Gad-el-Hak. The MEMS Handbook [M]. New York: CRC Press, 1999.
- [4] 李志华, 林建忠, 聂德明. 消除毛细管电泳槽道中弯道导致的扩散效应的新方法 [J]. 应用数学和力学, 2005, 26(6): 631-636.
- [5] 张凯, 林建忠, 李志华. 电渗驱动微通道流中的扩散 [J]. 应用数学和力学, 2006, 27(5): 512-518.
- [6] WANG Xian-ming, WU Jian-kang. Flow behavior of periodical electroosmosis in microchannel for biochips [J]. J Colloid Interface Sci, 2006, 293(3): 483-488.
- [7] Ren Carolyn L, LI Dong-qing. Improved understanding of the effect of electrical double layer on pressure-driven flow in microchannels [J]. Analytica Chimica Acta, 2005, 531(1): 15-23.
- [8] Mala G M, LI D. Flow characteristics of water in microtubes [J]. Internat J Heat Fluid Flow, 1999, 20(2): 142-148.
- [9] 龚磊, 吴健康. 微通道液体流动双电层主力效应 [J]. 应用数学和力学, 2006, 27(10): 1219-1225.
- [10] Hunter R J. Zeta Potential in Colloid Science [M]. London: Academic Press, 1981.
- [11] Erickson David, LI Dong-qing, Werner Carsten. An improved method of determining the zeta poten-

- tial and surface conductance[J]. *J Colloid Interface Sci*, 2001, **232**(1): 186-197.
- [12] Mikhailov O V, Haartsen M W. Electrostatic investigation of the shallow subsurface: field measurements and numerical modeling[J]. *Geophysics*, 1997, **62**(1): 97-105.
- [13] Mansouri Ali, Scheuerman Carl, Bhattacharjee Subir, et al. Transient streaming potential in a finite length microchannel[J]. *J Colloid Interface Sci*, 2005, **292**(2): 567-580.
- [14] Frank H J, Van der Heyden, Derek Stein, et al. Streaming currents in a single nanofluidic channel [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, **95**(11): 116104.
- [15] Rice C L, Whitehead R. Electrokinetic flow in narrow cylindrical capillary[J]. *J Phys Chem*, 1965, **69**(11): 4017-4024.
- [16] Li Dong-qing. Electro-viscous effects on pressure-driven liquid flow in microchannels[J]. *Colloids and Surfaces Physicochemical and Engineering Aspects*, 2001, **195**(1): 35-37.
- [17] Packard Robert Gay. Streaming potential across glass capillaries for sinusoidal pressure[J]. *J Chem Phys*, 1953, **21**(2): 303-307.
- [18] Pride Steve. Governing equations for coupled electromagnetics and acoustics of porous media[J]. *Phys Rev B*, 1994, **50**(15): 678-696.
- [19] Philip M Reppert, Frank Dale Morgan, David P Lesmes. Frequency-dependent streaming potentials [J]. *J Colloid Interface Sci*, 2001, **234**(1): 194-203.
- [20] Overbeek J Th. *Irreversible Systems* [M]. New York Elsevier, 1952.
- [21] Erickson D, Li D. Analysis of alternating current electroosmotic flows in a rectangular microchannel [J]. *Langmuir*, 2003, **19**(13): 5421-5430.

Periodical Streaming Potential and Electro-Viscous Effects in Microchannel Flow

GONG Lei, WU Jian-kang, Wang Lei, CHAO Kan

(Wuhan National Laboratory for Optoelectronics; Department of Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, P. R. China)

Abstract: An analytical solution of periodical streaming potential, flow-induced electric field and velocity of periodical pressure-driven flows in two-dimensional uniform microchannel based on Poisson-Boltzmann equations for electric double layer and Navier-Stokes equation for liquid flow was presented. Dimensional analysis indicates that electric-viscous force depends on three factors: 1) Electric-viscous coefficient representing a ratio of maximum of electric-viscous force to pressure gradient in steady state; 2) Profile function describing distribution profile of electric-viscous force in channel section; 3) Coupling coefficient reflecting behavior of the amplitude damping and the phase offset of electro-viscous force. Analytical results indicate that flow-induced electric field and flow velocity depend on frequency Reynolds number. Flow-induced electric field varies very slowly when frequency Reynolds number is less than 1, and rapidly decreases when frequency Reynolds number is larger than 1. Electro-viscous effect on flow-induced electric field and flow velocity are very significant when the rate of the channel width to the thickness of electric double layer is small.

Key words: steaming potential; flow-induced electric field; frequency Reynolds number; electro-viscous effect