

# 各向异性粘弹性多孔介质中平面波的传播<sup>\*</sup>

A·K·瓦西什, M·D·夏玛

(库鲁克西察大学 数学系, 136119, 印度)

(郭兴明推荐)

**摘要:** 讨论了弹性多孔介质中波的传播的(或许是)最一般的模型. 考虑的介质是粘弹性的、各向异性的、多孔固体骨架, 其各向异性可渗透的孔隙中充满着粘性液体. 考虑一般类型的各向异性, 并且介质中的衰减波作为非均质波处理. 对介质中 4 种衰减波中的每一种, 将复慢矢量分解定义为相速度、均质衰减、非均质衰减和衰减角. 用一个无量纲参数来度量非均质波与其均质波的区别. 利用北海沙岩的数值模型, 分析传播方向、非均质参数、频率范围、各向异性对称性、骨架滞弹性和孔隙流体粘度, 对该类介质中波传播特性的影响.

**关键词:** 非均质波; 各向异性; 多孔粘弹性固体; 相速度; 衰减

**中图分类号:** O357.3; O343.8 **文献标识码:** A

## 引 言

很多地壳岩石的实际地球物理模型, 可能是含饱和粘性流体的各向异性多孔固体. 一般说来, 岩石的各向异性是由岩性和晶体的排列、应力诱导效应、裂纹和含液孔隙的排列引起的. 孔隙分布和裂纹排列无对称性可言, 造成了不同类型的各向异性. 复合材料是由含饱和粘性流体的粘弹性多孔基中的纤维组成的. 由纤维引起的各向异性, 激起了对各向异性介质中波传播的研究. 孔隙流体的粘滞性和多孔骨架的滞弹性产生的耗散, 造成了各向异性衰减. 这样一种运动可以也只能用复相矢量和复速度来描述, 并看作非均质波在实际弹性材料中的传播.

Biot<sup>[1]</sup> 最先将饱和流体多孔介质中波传播的动力学理论作了拓展, 并在多孔介质力学广泛的范围内稍作简化<sup>[2]</sup>. 文献[3] 讨论了耗散多孔介质的弹性常数. 近年来, 多孔介质中传播的研究主要局限于弹性骨架构成的多孔固体. Sharma 和 Cogna<sup>[4]</sup> 在含饱和粘性流体的各向同性粘弹性多孔固体中, 研究了平面谐波传播时的复反射系数. Carcione 和 Cavallini<sup>[5]</sup> 讨论了耗散多孔介质中衰减波的传播. 他们的研究表明, 性能因数是流体充满多孔固体的一个好指标, 各向异性衰减是材料对称性的一个指标. Carcione 等人<sup>[6]</sup> 研究了衰减和各向异性对反射系数的影响. Pham 等人<sup>[7]</sup> 将波速和衰减与孔隙压力和多孔弹性固体饱和度联系起来研究. Gurevich<sup>[8]</sup> 研究了粘性对多孔岩石中弹性波衰减的影响.

一般认为, 储液岩石和其它流体-饱和多孔材料中, 孔隙流体的粘性是弹性波衰减的主要

\* 收稿日期: 2008-04-16; 修订日期: 2008-07-02

作者简介: A. K. Vashishth(联系人, E-mail: anil\_vashishth@yahoo.co.in).

本文原文为英文, 吴承平译, 张禄坤校.

原因之一. 近年来, Sharma<sup>[9]</sup> 利用 Biot 理论<sup>[1]</sup>, 研究了一般各向异性多孔固体中衰减波的传播, 多孔固体具有各向异性渗透性, 并且孔隙中有粘性流体流动. 在该研究中, 仅用均质波来说明衰减. Sharma 在另一篇论文<sup>[10]</sup> 中, 利用 Biot 理论<sup>[2]</sup> 研究各向异性耗散多孔固体介质中非均质波的传播. 所考虑的多孔骨架是弹性的, 耗散是由于孔隙流体的粘性引起的. 他提出了一种新的方法, 将复慢矢量引入相速度和非均质波的衰减系数. 在该新方法中, 对传播方向和衰减波有某些限制. 在各向异性粘弹性介质中, Sharma<sup>[11]</sup> 提出了一种更好的方法, 利用一个等效的无量纲的有限参数, 来度量非均质波的强度. 该方法可以确定任意传播方向和衰减矢量的复慢矢量.

本文在研究粘性流体充满各向异性粘弹性多孔固体骨架的复合材料中, 提出了非均质(衰减)波的传播. 就文献<sup>[11]</sup> 各向异性粘弹性介质提出的第二种方法, 计算了各向异性粘弹性多孔介质中, 所有 4 种衰减波的相速度和衰减系数. 将总衰减分解为均质衰减(平行于传播方向)和非均质衰减(正交于传播方向). 研究了各向异性对非均质波速度和衰减的影响, 考虑了传播方向、非均质参数和频率诸参数. 介质的各向异性和非均质参数, 对波衰减的影响比其它因素更大.

## 1 各向异性粘弹性多孔介质

考虑一个具有各向异性粘弹性的多孔固体骨架, 粘性流体充满了该可渗透的各向异性骨架的孔隙. 按照 Biot 的文献<sup>[2-3]</sup>, 不计体力, 介质中流体和固体颗粒的运动, 由如下一组微分方程控制:

$$\begin{cases} c_{ijkl}u_{k,jl} + m_{ij}w_{k,jk} = \rho\ddot{u}_i + \rho_f\ddot{w}_i, \\ m_{ij}u_{k,ij} + R w_{k,ik} = \rho_f\ddot{u}_i + q_{ij}\ddot{w}_j + \mu r_{ij}w_j, \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $c_{ijkl}$  为多孔骨料的弹性常数,  $u_i$  为固体平均位移分量,  $w_i$  为流体相对于固体的位移分量. 下角标取值 1, 2, 3; 按惯例重复指标表示求和.  $(\ )$ , 和  $(\dot{\ })$  分别表示对空间变量和对时间的微分.  $\rho$  和  $\rho_f$  分别表示多孔骨料和孔隙流体的密度. 弹性常数  $R$  表示孔隙流体在多孔固体中达到饱和时的压力; 对称矩阵  $M = [m_{ij}]$  和  $q = [q_{ij}]$  分别表示粘弹性和惯性参数, 它们控制着流相和固相间各向异性的耦合. 另一个对称张量  $[r_{ij}]$  表示 Darcy 定律的流-固耦合, 同时表示各向异性渗透率张量  $[x_{ij}]$  的逆. 用耗散矩阵表示流体粘性对波运动的影响, 即

$$d = i \frac{\mu}{\omega \rho_f} [x_{ij}]^{-1}, \quad (2)$$

根据特征频率  $\omega_c^{[1]}$ , 式(2)中的耗散矩阵  $d$  可写为

$$d = i \frac{1}{f} \frac{\omega_c}{\omega} [x_a]^{-1}, \quad (3)$$

其中, 无量纲矩阵  $x_a$  表示固体基中孔隙渗透的各向异性.  $d$  的这个表达式仅在低频时, 即当孔隙流动为 Poiseuille 型流动时成立. 当高频(即  $\omega \gg \omega_c$ ) 时, 粘性项要乘上一个复因子<sup>[12]</sup>, 在复因子渐近逼近基础上<sup>[10]</sup>, 建立两个不同的频率区域(HF1, HF2).

### 1.1 平面波的传播

为了求得方程(1)的谐和解, 当平面波在各向异性耗散介质中传播时, 记

$$\begin{cases} u_j = S_j \exp\{i\omega(p_k x_k - t)\}, \\ w_j = F_j \exp\{i\omega(p_k x_k - t)\}. \end{cases} \quad (4)$$

利用复相速度  $V$ , 慢矢量表示为  $(p_1, p_2, p_3) = N/V$ , 复行矢量  $(N_1, N_2, N_3)$  就是相矢量  $N$ , 则

$N \cdot N = 1$ .

按照 Shama 的文献[10], 各向异性多孔耗散介质中, 波的传播可用两个系统描述, 一个系统与流体和固体颗粒的位移有关, 而另一个系统为介质中平面波传播的修正 Christoffel 方程. 后一个系统的非平凡解, 由  $h(= V^2)$  的一个 4 次方程得到, 即

$$h^4 + c_1 h^3 + c_2 h^2 + c_3 h + c_4 = 0, \quad (5)$$

其中, 复系数  $c_i (i = 1, 2, 3, 4)$  是各种介质常数和复相矢量  $N$  的函数. 这一方程的 4 个复根, 意味着介质中存在 4 种衰减波. 设  $h_j (j = 1, 2, 3, 4)$  为该方程的根, 按照实部递减的顺序沿着一个(选择的, 任意的)固定方向传播. 衰减波的复相速度为  $V_j (= \sqrt{h_j})$ , 是相矢量  $N$  的函数. 因为极化不可能恰好在径向或横向<sup>[13]</sup>, 所以, 这些波不能被定义为纵波或横波. 类似于各向同性弹性多孔介质中波的传播, 这些波可以用  $h_1, h_2, h_3, h_4$  来描述, 分别称为 qP1 波、qS1 波、qS2 波和 qP2 波. 采用记号 qP 和 qS 分别表示这些波有接近于纵波和横波的颗粒运动<sup>[13]</sup>.

## 2 各向异性介质中的非均质波

在 Shuvalov 的研究<sup>[14]</sup>中, 可得到各向异性弹性介质中, 非均质平面波传播的详尽理论. 他阐明了两种不同的基本方法: 化为 Stroh 特征值问题的波方程, 或者化为广义 Christoffel 特征值问题的波方程. 基于这些方法, Cervený 和 Psencik<sup>[15]</sup> 在一个无边界各向异性粘弹性介质中, 建立了平面波传播复慢矢量的两种不同的(方向的和混合的)规则. Shama<sup>[11]</sup> 阐明了这些规则中几个值得注意的难点.

Shama<sup>[10]</sup> 利用不同的方法, 研究了含粘性流体的各向异性饱和多孔固体中的非均质波. 导出了分解各向异性多孔介质中复慢矢量的新步骤. 该步骤就是波规则(wave-specific), 并且无需求解 8 阶代数方程(或特征方程组). 事实上, 该方法是一个方向规则的选择法. 文献[11]提出了另一种混合规则选择法. 后一种方法利用一个无量纲参数来定义非均质波的强度. 在一个无边界各向异性耗散介质中, 平面波的传播可以沿着一个一般方向进行. 主要步骤说明如下.

设传播矢量和衰减矢量构成 1 个平面, 给定 2 个正交的单位矢量  $\hat{n}$  和  $\hat{m}$ , 则复慢矢量可表达为

$$p = \frac{1}{C} [\hat{n} + i\beta \hat{n} + i\delta \hat{m}]. \quad (6)$$

$\delta$  为无量纲非均质参数, 其非零值用来度量非均质波,  $\delta$  的零值表示均质波. 对于给定的传播方向( $\hat{n}$ )、正交方向( $\hat{m}$ )和非均质参数  $\delta$ , 衰减系数  $\beta$  和传播速度  $C$  是 2 个待定的未知实数.

当  $P = N/V$ , 对 4 个衰减波的每一个, 复速度  $V = V(N)$  可能是 4 次方程(5)的一个根. 数学上, 我们有一组 10 个实方程来给定每一个波:

$$\frac{N}{V} = \frac{1}{C} [\hat{n} + i\beta \hat{n} + i\delta \hat{m}], \quad N \cdot N = 1; \quad V = V(N), \quad (7)$$

10 个未知实数为  $N, V, C, \beta$ . 利用这些关系, 解得

$$N = [\hat{n} + (1 + i\beta) + i\delta \hat{m}] / \sqrt{(1 + i\beta)^2 - \delta^2}, \quad \frac{C^2}{V^2} = (1 + i\beta)^2 - \delta^2. \quad (8)$$

考虑到, 相矢量  $N$  仅是未知量  $\beta$  的矢量函数, 这说明, 复速度  $V = V(N)$  也变成了  $\beta$  的一个标量函数, 则  $V^2 = h(\beta) = h_R + ih_I$ . 因此有

$$C^2 = (1 - \delta^2 - \beta^2 + 2i\beta)(h_R + ih_I), \quad (9)$$

导得一个利用数值方法求解  $\beta$  的方程:

$$0 = (1 - \delta^2 - \beta^2)h_1 + 2\beta h_R. \quad (10)$$

由方程(10)得到  $\beta$  后,接着计算  $C^2$ :

$$C^2 = (1 - \delta^2 - \beta^2)h_R - 2\beta h_1. \quad (11)$$

方程(11)的另一种形式为

$$C^2 = [(1 - \delta^2 - \beta^2)^2 + 4\beta^2]h_R / (1 - \delta^2 - \beta^2), \quad (12)$$

确保  $C^2$  为正值,且  $\beta^2 < 1 - \delta^2$ . 用对分方法求解方程(10)时,要用到  $\beta$  的这些限制. 对于介质中的非均质波,利用  $C$  和  $\beta$  值,进一步定义均质衰减  $\beta/C$ , 非均质衰减  $\delta/C$ , 以及衰减角

$$\gamma = \arccos[\beta / \sqrt{\beta^2 + \delta^2}].$$

### 3 数值算例

设  $C_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, 6$ ) 为各向异性介质 4 阶弹性张量  $c_{ijkl}$  取两个下标时的记号. 粘弹性多孔固体基的复弹性常数记为  $C_{ij}(1 - i\varepsilon)$ ,  $\varepsilon$  表示衰减率.  $C_{ij}$  的实部给出北海砂岩(即一般各向异性多孔储液岩石)的弹性常数<sup>[6]</sup>. 假定多孔骨料的密度为  $2216 \text{ kg/m}^3$ , 多孔骨架含 15.7% 的充液孔隙, 其中的液体密度为  $980 \text{ kg/m}^3$ ,  $R = 5(1 - i\varepsilon)$  (GPa). 北海砂岩的弹性常数(单位 GPa)为

$$\begin{aligned} C_{11} &= 17.77, C_{12} = 3.78, C_{13} = 3.76, C_{14} = 0.24Z_1, C_{15} = -0.28Z_1, \\ C_{16} &= 0.03Z_2; C_{22} = 19.45, C_{23} = 4.13, C_{24} = -0.41Z_1, \\ C_{25} &= 0.07Z_1, C_{26} = 1.13Z_2; C_{33} = 21.79, C_{34} = -0.12Z_1, \\ C_{35} &= -0.01Z_1, C_{36} = 0.38Z_2; C_{44} = 8.30, C_{45} = 0.66Z_2, C_{46} = 0.06Z_1, \\ C_{55} &= 7.62, C_{56} = 0.52Z_1, C_{66} = 7.77. \end{aligned}$$

各向异性渗透率的对称张量为

$$x_a = \left\{ 0.81, 0.28Z_2, -0.04Z_1; 0.28Z_2, 0.52 - 0.1Z_1; -0.04Z_1, -0.1Z_1, 0.73 \right\}.$$

用一个各向异性矩阵  $M_a = \left\{ 1, -0.1Z_2, 0.2Z_1; -0.1Z_2, 1.1, 0.15Z_1; 0.2Z_1, 0.15Z_1, 0.9 \right\}$ , 来表达耦合的各向异性, 即, 弹性耦合矩阵  $M = RM_a$  和惯性耦合矩阵  $q = (\rho/f)M_a$ . 参数  $Z_1$  和  $Z_2$  表示各向异性的对称性, 例如,  $Z_1 = Z_2 = 1$  表示三斜对称(TCS);  $Z_1 = 0, Z_2 = 1$  表示单斜对称(MCS);  $Z_1 = Z_2 = 0$  表示正交对称(ORS). 一般方向  $(\theta, \phi)$  定义传播方向  $\hat{n} = (\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta)$ . 传播-衰减平面按  $\phi = \pi/4$  固定的竖直平面.

第 1 节在各向异性粘弹性耗散介质中, 导出了非均质波传播的一般数学模型的解析表达式. 数值计算的目的是, 验证粘性流体耗散性、各向异性对称性和多孔骨架的滞弹性, 对非均质波传播特征的影响. 这些传播特征包括: 相速度  $C$ 、均质衰减  $\beta/C$ 、非均质衰减  $\delta/C$  和衰减角  $\gamma$ . 非均质参数  $\delta$  和传播方向  $\theta$  轮番变化. 利用上面得到的各种参数值, 对衰减率  $\varepsilon$ 、各向异性类型、频率范围和骨架滞弹性的各种特定情况, 计算传播特征. 数值计算分两组进行. 一组固定非均质波 ( $\delta = 0.1$ ), 而传播方向  $\theta$  由  $0^\circ$  变化到  $90^\circ$ . 另一组非均质波参数  $\delta$  由  $-0.5$  变化到  $0.5$ , 而传播方向不变 ( $\theta = \pi/4$ ). 详细计算如下.

#### 3.1 频率范围的影响

在一般各向异性 ( $Z_1 = Z_2 = 1$ ) 粘弹性 ( $\varepsilon = 0.01$ ) 多孔介质中, 孔隙流体为粘性流体时, 研究不同频率段中波的传播. 当  $\omega/\omega_c = 0.1$  时, 孔隙中 Poiseuille 流动 ( $\omega \ll \omega_c$ ) 在低频段 (LF) 内传播. 当  $\omega/\omega_c = 10$  时, 在高频段 (HF1, HF2) 内传播: 当参数  $\kappa^{[10]}$  取  $0.1$  (高粘度, 细孔隙) 时, 对应 HF1; 而当  $\kappa$  取  $10$  (低粘度, 宽孔隙) 时, 对应 HF2. 对 3 种频率段 (LF, HF1, HF2), 计算了非均质波的传播特征.

图1示出各参数随传播方向  $\theta$  的变化.

所有衰减波的相速度在 LF 段最小,而在 HF2 段最大. 频率对  $C$  的影响,最快波(qP1)时最小,最慢波(qP2)时最大. 在低频段传播时,最慢波速非常小(约 0.3 km/s). 3 个较快波的总衰减由非均质衰减控制,均质衰减的贡献率约占 10% 到 25%. 当传播频率由 LF、HF1、HF2 依次变化时,这 3 种波的均质(非均质)衰减增大(减小),而衰减角  $\gamma$  一般随此频率变化而减小.  $\gamma$  的值在  $90^\circ$  附近时,这 3 种波呈现强非均质特征. 对于最慢波(qP2),均质衰减约占总衰减的 90%. 与高频段相比,低频(LF)段波的衰减大得多. 孔隙尺寸或粘度的变化(即 HF1 或 HF2)对波的衰减影响很小. 在 LF 段中,当衰减角较小(如  $5^\circ$ )时,常相平面和常幅平面与波几乎平行,这时传播方向的影响很小. 在 HF 段中,波的非均质特征随频率和粘度的增大而增强.

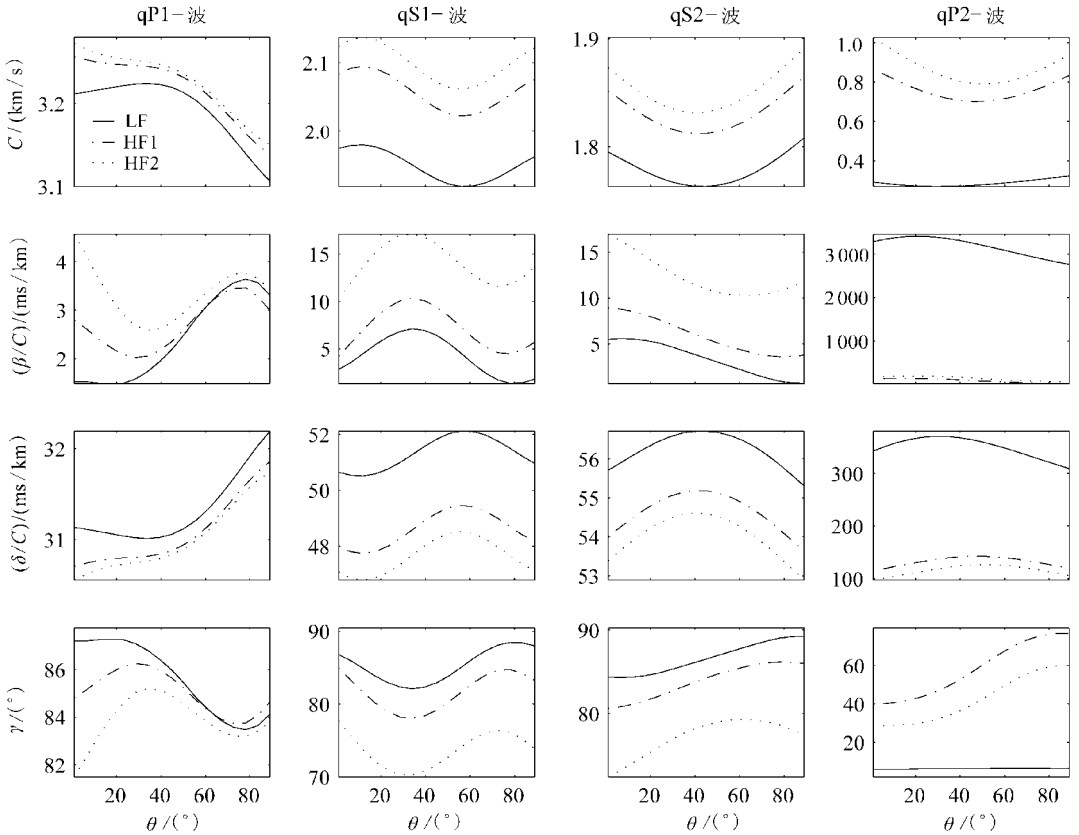


图1 在不同频率范围(LF、HF1、HF2),相速度  $C$ 、均质衰减  $\beta/C$ 、非均质衰减  $\delta/C$  和衰减角  $\gamma$  随传播方向  $\theta$  的变化 ( $\delta = 0.1, Z_1 = Z_2 = 1, \varepsilon = 0.01$ )

图2示出各种参数随非均质参数  $\delta$  的变化.

频率范围对非均质波传播特征的影响随  $\delta$  而变化,在  $\delta = 0$  附近变化最大,这表明弱非均质波对传播频率、流体粘度和孔隙尺寸更敏感. 对任意强度的非均质波,频率对最快波(qP1)的影响最小,而对最慢波(qP2)的影响最大. 当传播范围随非均质波强度的增大而减小时,传播速度增大. 在各个频率段,3 种较快波的均质和非均质衰减,对非均质参数都相当敏感. 与高频段相比,qP2 波在低频段的衰减,对  $\delta$  更敏感. 在均质波情况( $\delta = 0$ )下,每种波的衰减角都变为 0,但是这 4 种波的衰减都是强非均质的. 衰减角对于  $\delta = 0$  是非对称的,特别是 qS1 波. 并且随着非均质波强度的增大,衰减角增大到非常接近  $\pi/2$ .

### 3.2 各向异性对称性的影响

在粘弹性 ( $\varepsilon = 0.01$ ) 耗散多孔介质中, 对 3 种类型的各向异性(TCS、MCS、ORS), 研究高频(HF1) 段波的传播. 假定流- 固耦合、弹性性质和水力学性质具有相同的各向异性.

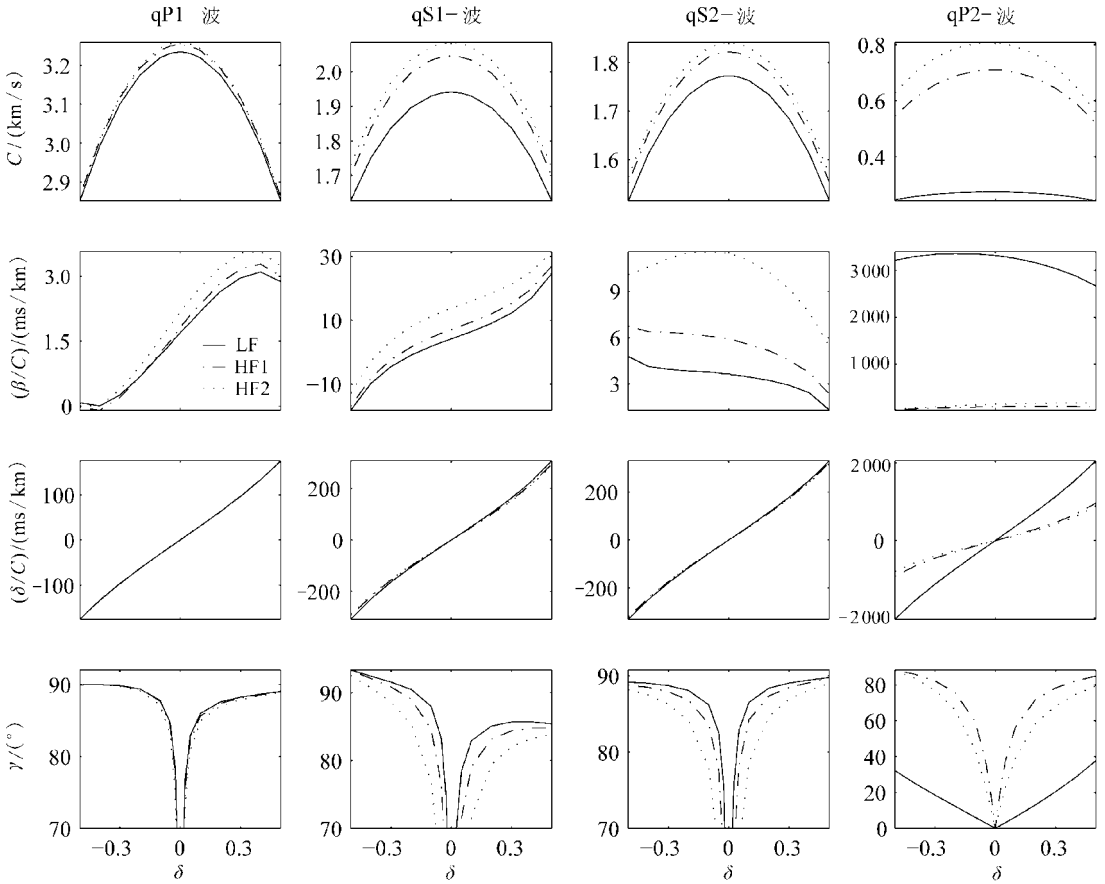


图 2 在不同频率范围(LF、HF1、HF2), 相速度  $C$ 、均质衰减  $\beta/C$ 、非均质衰减  $\delta/C$  和衰减角  $\gamma$  随非均质参数  $\delta$  (沿着固定传播方向  $\theta = \pi/4$ ) 的变化 ( $Z_1 = Z_2 = 1, \varepsilon = 0.01$ )

图 3 示出各参数随传播方向  $\theta$  的变化.

两种较快波( $qP1$ 、 $qS1$ ) 的传播速度, 随着各向异性对称性的增大而减小, 而其余两种波在强各向异性介质中慢速传播. 各向异性类型对所有波的衰减都有影响, 但对均质衰减的影响不明显. 当  $\delta$  取固定值( $= 0.1$ ) 时, 各向异性类型对非均质衰减的影响与对传播速度  $C$  的影响相反. 在正交各向异性介质中, 传播特征随  $qP1$  波传播方向的变化比较大; 三斜各向异性介质中, 其余 3 种波的变化比较大. 总之, 非均质波的传播和衰减是高度各向异性的.

图 4 示出各参数随非均质参数  $\delta$  的变化.

对弱非均质波(即  $\delta = 0$  附近), 重点讨论各向异性类型对传播速度的影响. 当波为均质(即  $\delta = 0$ ) 时, 各向异性类型对衰减没有影响. 甚至对强非均质波, 各向异性类型也只对均质衰减有影响, 对总衰减的影响极微. 最快波( $qP1$ ) 的速度会随对称的出现而减小.  $qS1$  波速度曲线出现交叉, 说明各向异性类型对特殊的非均质  $qS1$  波没有影响. 然而, 对所有强度的非均质波, 各向异性类型对传播特征的影响是相当明显的, 但是缺少任何明显的趋势.

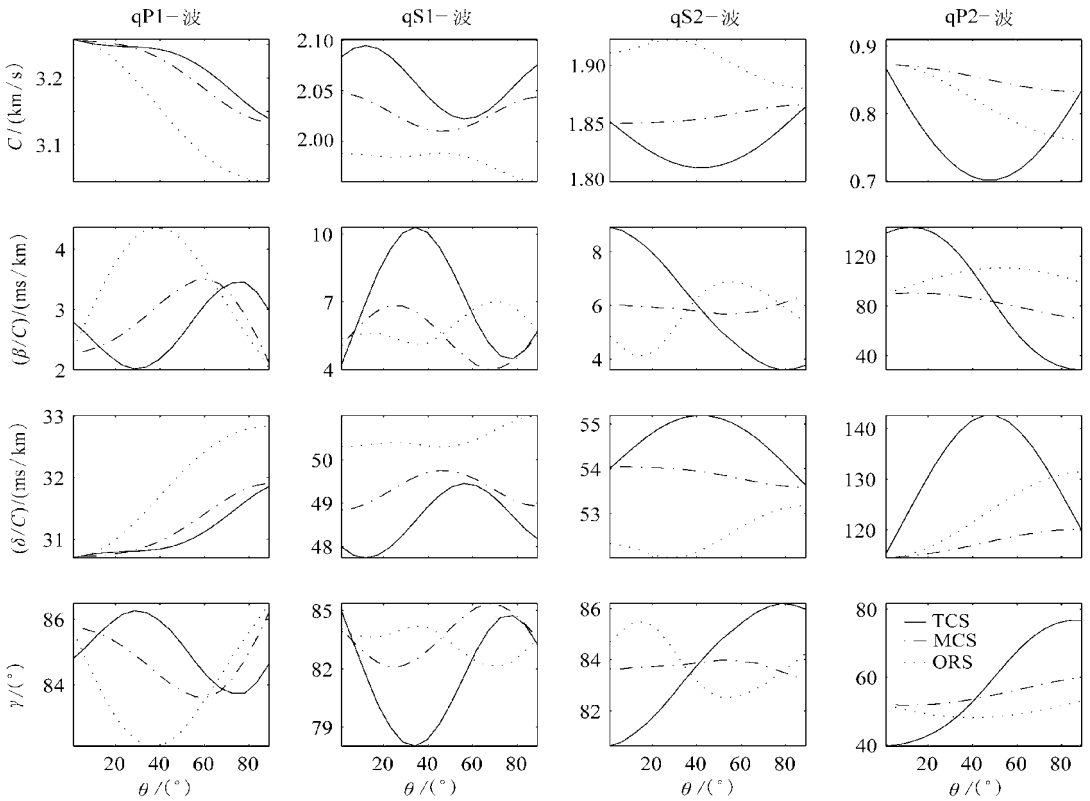


图3 在不同各向异性(TCS、MCS、ORS), 相速度  $C$ 、均质衰减  $\beta/C$ 、非均质衰减  $\delta/C$  和衰减角  $\gamma$  随传播方向  $\theta$  的变化 ( $\delta = 0.1$ ,  $\varepsilon = 0.01$ , 频率范围:HF1)

### 3.3 固体骨架滞弹性的影响

在一般各向异性 ( $Z_1 = Z_2 = 1$ ) 耗散多孔介质中, 当  $\varepsilon = 0.002, 0.01, 0.02$  时, 讨论高频 (HF1) 段波的传播. 对多孔骨架的粘弹性衰减率参数  $\varepsilon$  假设弹性常数 ( $c_{ijkl}, R$ ) 及耦合常数  $m_{ij}$  是相同的.

图5 示出各参数随传播方向  $\theta$  的变化.

令人意外的是, 多孔固体骨架粘弹性的变化, 对所有4种波的传播速度几乎没有影响, 而对3种较快波的均质衰减和衰减角的影响相当显著. 但均质衰减的影响仅占总衰减影响很小的比例, 说明粘弹性的变化不会引起一般方向上衰减总量的显著变化. 这3种波的衰减角随衰减率  $\varepsilon$  的减小而增大. 然而最慢波的衰减角, 几乎不受  $\varepsilon$  变化的影响.

图6 示出各参数随非均质参数  $\delta$  的变化.

$\varepsilon$  的变化对所有4种非均质波在介质中的传播速度没有什么影响.  $\delta$  从  $-0.5$  到  $0.5$  变化时, 讨论任意强度的非均质波.  $\varepsilon$  对均质衰减的影响相当显著, 但对非均质波的总衰减没有什么影响, 这是因为均质衰减只占总衰减的很小一部分. 然而对于最慢波,  $\varepsilon$  增大, 均质衰减减少. 3种较快波的衰减角  $\gamma$  随  $\varepsilon$  增大而减小. 最慢波的衰减角对  $\varepsilon$  的变化不敏感. 除  $qS1$  波外, 衰减角关于  $\delta = 0$  呈对称变化.  $\varepsilon$  在传播特性上的影响, 和任意强度的非均质波相类似.

### 3.4 耗散的影响

孔隙流体的粘性和多孔骨架的滞弹性是两个耗散源. 在三斜各向异性介质中 ( $Z_1 = Z_2$

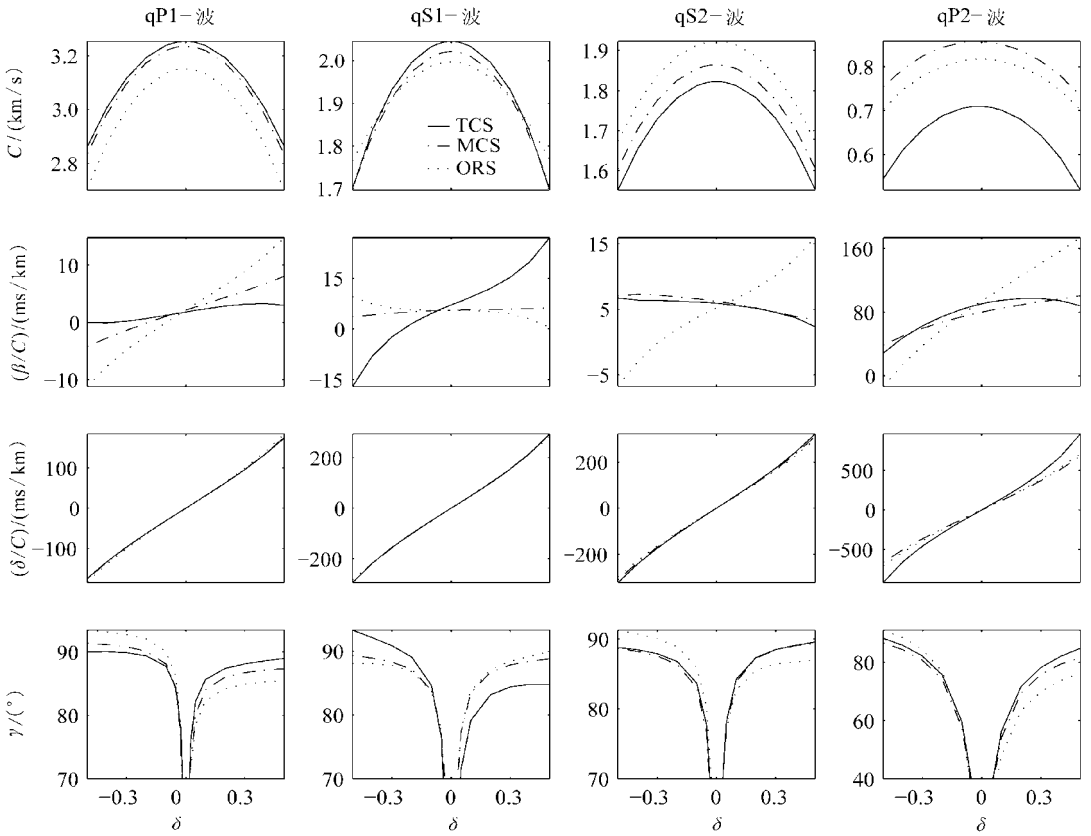


图4 在不同各向异性(TCS、MCS、ORS), 相速度  $C$ 、均质衰减  $\beta/C$ 、非均质衰减  $\delta/C$  和衰减角  $\gamma$  随非均质参数  $\delta$  (沿着固定传播方向  $\theta = \pi/4$ ) 的变化

= 1), 针对如上耗散源, 在 HF1 频率段和  $\varepsilon = 0.01$  时, 计算其传播特征. 我们发现, 由于耗散的存在, 所有波的传播速度减小了, 并且两种耗散源引起的速度减小非常相似. 对于最快波来说, 骨架滞弹性要影响均质衰减, 而孔隙流体粘性的存在, 使  $\gamma$  变化大得多. 对于 3 种较慢波来说, 流体粘性存在引起的衰减, 比骨架滞弹性引起的衰减要大一点.

### 3.5 均质波

耗散介质中的衰减波, 一般作为均质波来研究. 尽管多数情况下都作如上处理, 但我们发现, 均质衰减仅占总体衰减很少一部分. 这样, 我们把兴趣仅放在寻找均质波引起衰减的程度上. 非均质波 ( $|\delta| = 0.5$ ) 和均质波 ( $\delta = 0$ ) 传播速度的变化约为 10%, 但是非均质波的总衰减 (见图 3) 可达均质波的 10 到 30 倍. 3 种较快波的衰减值较小, 而观察到耗散介质中波的衰减大得多, 说明不能仅用均质波的传播来解释. 只有最慢波是个例外, 非均质波的衰减比均质波的衰减大不到 2 倍. 因此出于某些需要, 只有这种最慢波, 可以看作均质波的衰减.

## 4 结果和讨论

本文研究的数学模型是多孔介质的一般模型, 但数值例子仅是一个特殊的数值模型. 因此从数值例子的一般化结果提炼出一般性结论是不可靠的, 但仍有某些值得重视的结论, 现列出如下:

(i) 求得速度和衰减的各向异性性质, 具有大致相同的范围;



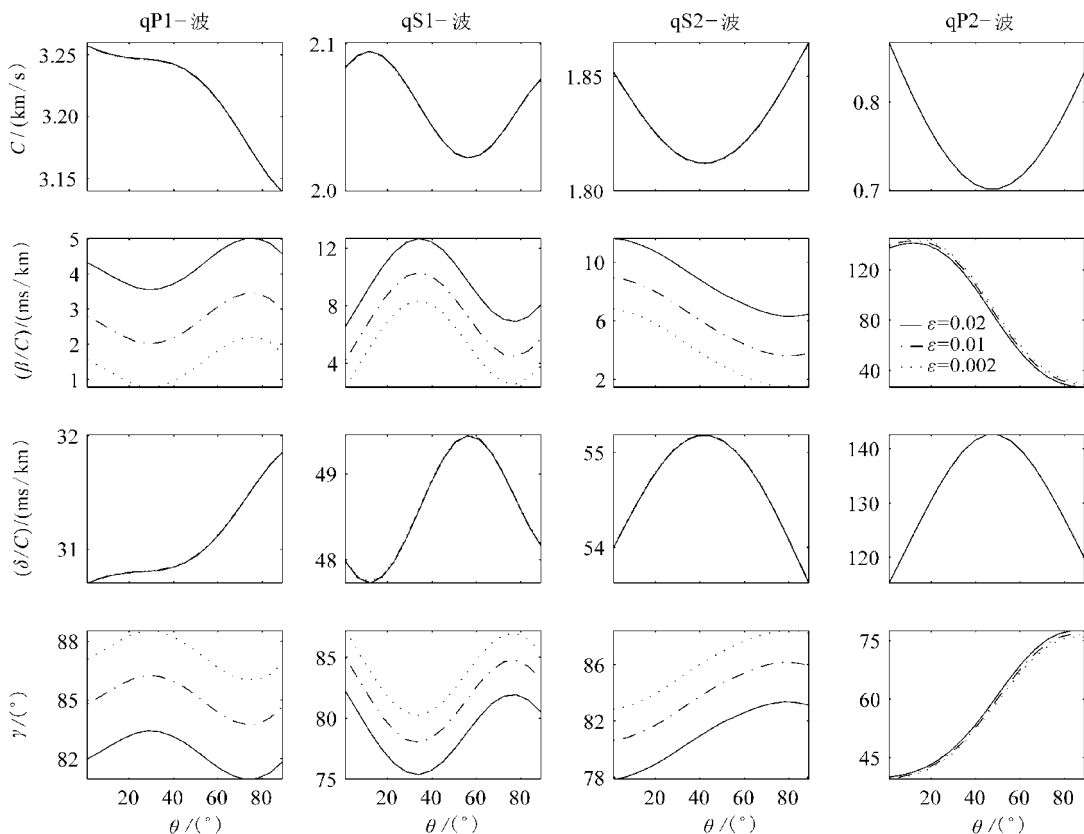


图5 对不同粘弹性骨架 ( $\varepsilon = 0.002, 0.01, 0.02$ ), 相速度  $C$ 、均质衰减  $B/C$ 、非均质衰减  $\delta/C$  和衰减角  $\gamma$  随传播方向  $\theta$  的变化 ( $\delta = 0.1, Z_1 = Z_2 = 1$ , 频率范围: HF1)

(ii) 与速度相比, 衰减对非均质强度(即  $\delta$ ) 敏感得多;

(iii) 3种较快波的速度和均质衰减会随着频率的增大而增大, 而衰减角, 可能正相反;

(iv) 非均质波速度是  $\delta$  关于均质波速度(即  $\delta = 0$ ) 的对称函数;

(v) 各向异性类型与任意强度的非均质波的速度和衰减有关. 但是, 对于一个的特定传播方向, 各向异性类型对非均质波衰减的影响不大;

(vi) 骨架滞弹性的变化, 对任意强度非均质波的传播特性, 没有大的影响. 但对弱非均质波, 衰减角可能对滞弹性变化有特别反应;

(vii) 耗散的存在会使传播速度减小. 换句话说, 衰减波的传播慢于非衰减波;

(viii) 对许多衰减波来说, 骨架滞弹性对较小的衰减角的影响比较大;

(ix) 假设衰减波为均质波, 可以简化分析推导, 但是衰减低于一个小的限度, 就无法解释. 对衰减的主要贡献来自非均质波, 因此, 在耗散介质中, 忽略非均质波并不是一个理想的选择. 然而, 在扩散波较慢的情况下, 将衰减波作为均质波的确有些实质性的简化.

弹性材料的传播性质与其物理性质的关系总是最重要的. 一个正确的地震波传播模型, 应该考虑为非均质波, 研究衰减和各向异性的组合影响<sup>[14]</sup>. 本文使用一个简单明了的方法, 研究实际介质中非均质波的传播. 波的速度和衰减是两个重要的传播特性, 提供了关于就地岩石的饱和度和构造信息. 本文提出的数学模型, 给出了多孔固体骨架的孔隙度、各向异性、滞弹性和渗透率, 孔隙流体的粘度和频率, 对介质中4种波的传播速度、均质衰减、非均质衰减

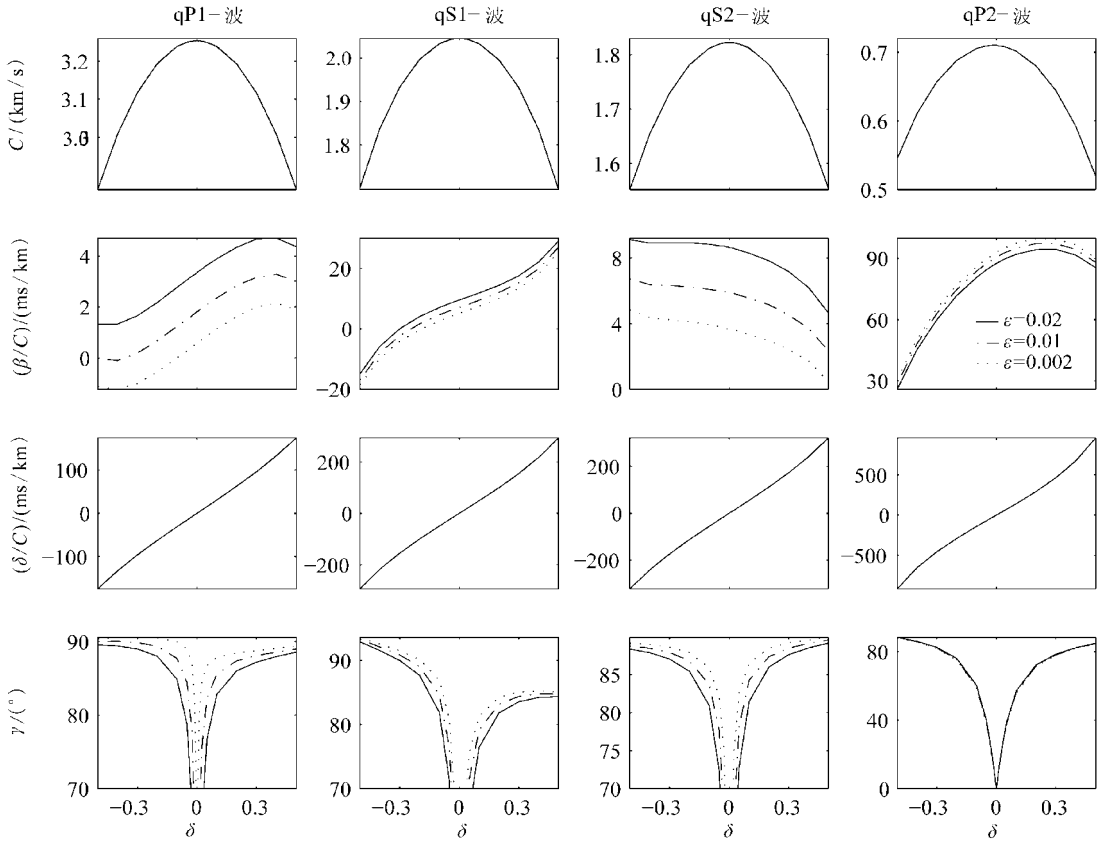


图 6 对不同粘弹性骨架 ( $\varepsilon = 0.002, 0.01, 0.02$ ), 相速度  $C$ 、均质衰减  $\beta/C$ 、非均质衰减  $\delta/C$  和衰减角  $\gamma$  随非均质参数  $\delta$  (沿着固定传播方向  $\theta = \pi/4$ ) 的变化 ( $Z_1 = Z_2 = 1$ , 频率范围: HF1)

和衰减角影响的计算步骤. 一般各向异性粘弹性多孔介质中衰减波的研究, 对于复合材料的无损评估, 无疑十分重要. 在这一领域工作的研究者, 对用这样的实际数学模型来解释他们的复杂数据更感兴趣.

### [参 考 文 献]

- [1] Biot M A. The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid[J]. I—Low-frequency range, II—Higher frequency range[J]. J Acoust Soc Am, 1956, 28(2): 168–191.
- [2] Biot M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media[J]. J Appl Phys, 1962, 33(4): 1482–1498.
- [3] Biot M A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media[J]. J Acoust Soc Am, A, 1962, 34(9): 1254–1264.
- [4] Sharma M D, Gogna M L. Seismic wave propagation in a viscoelastic porous solid saturated by viscous liquid[J]. PAGEOPH, 1991, 135(3): 383–400.
- [5] Carcione J M, Cavallini F. Attenuation and quality factor surfaces in anisotropic viscoelastic media [J]. Mechanics of Materials, 1995, 19(4): 311–327.
- [6] Carcione J M, Helle H B, Zhao T. Effects of attenuation and anisotropy on reflection amplitude versus offset[J]. Geophysics, 1998, 63(5): 1652–58.
- [7] Pham N H, Carcione J M, Helle H B, et al. Wave velocities and attenuation of shaley sandstones as

- a function of pore pressure and partial saturation[J]. *Geophys Prosp*, 2002, **50**(6): 615– 627.
- [8] Gurevich B. Effect of fluid viscosity on elastic wave attenuation in porous rocks[J]. *Geophysics*, 2002, **67**(1): 264– 270.
- [9] Sharma M D. Wave propagation in a general anisotropic poroelastic medium with anisotropic permeability: phase velocity and attenuation[J]. *Internat J Solids Structure*, 2004, **41**(16/17): 4587– 4597.
- [10] Sharma M D. Anisotropic propagation of inhomogeneous waves in dissipative poroelastic solids[J]. *Geophys J Internat*, 2005, **163**(3): 981– 990.
- [11] Sharma M D. Propagation of inhomogeneous plane waves in anisotropic viscoelastic media[J]. *Acta Mech*, 2008, DOI: 10.1007/s00707-008-0034-6.
- [12] Deresiewicz H, Rice J T. The effect of boundaries on wave propagation in a liquid-filled porous solid — III reflection of plane waves at a free plane boundary (general case) [J]. *Bull Seism Soc Am*, 1962, **52**(3): 595– 625.
- [13] Crampin S. Suggestions for a consistent terminology for seismic anisotropy[J]. *Geophys Prospect*, 1989, **37**(7): 753– 770.
- [14] Shuvalov A L. On the theory of plane inhomogeneous waves in anisotropic elastic media[J]. *Wave Motion*, 2001, **34**(4): 401– 429.
- [15] Cerveny V, Psencik I. Plane waves in viscoelastic anisotropic media — I Theory[J]. *Geophys J Internat*, 2005, **161**: 197– 212.
- [16] Rasolofosaon P N J, Zinszner B E. Comparison between permeability anisotropy and elasticity anisotropy of reservoir rocks[J]. *Geophysics*, 2002, **67**(1): 230– 240.

## Propagation of Plane Waves in Poroviscoelastic Anisotropic Media

A. K. Vashishth, M. D. Sharma

(Department of Mathematics, Kurukshetra University, India – 136 119)

**Abstract:** The wave propagation in, perhaps, the most general model of a poroelastic medium is discussed. The medium is considered as a viscoelastic, anisotropic, porous solid frame such that its pores of anisotropic permeability are filled with a viscous fluid. The anisotropy, considered, is of general type and attenuating waves in the medium were treated as inhomogeneous waves. The complex slowness vector was resolved to define the phase velocity, homogeneous attenuation, inhomogeneous attenuation and angle of attenuation for each of the four attenuating waves in the medium. A non-dimensional parameter measures the deviation of an inhomogeneous wave from its homogeneous version. Numerical model of a North-Sea sandstone was used to analyze the effects of propagation direction, inhomogeneity parameter, frequency regime, anisotropy symmetry, anelasticity of frame and viscosity of pore-fluid on the propagation characteristics of waves in such a medium.

**Key words:** inhomogeneous wave; anisotropy; poroviscoelastic solid; phase velocity; attenuation