

粘弹层合板的自由振动和横向应力

胡明勇, 王安稳

(海军工程大学 理学院, 武汉 430033)

摘要: 基于 Reddy 分层理论并在板厚方向取二次位移插值函数来推导出粘弹层合板的动力学方程, 得到了简支粘弹夹层合板的振动频率, 其数值与已知文献数据吻合较好, 且能够计算出协调的横向应力。在低频自由振动时, 横向剪应力是造成粘弹层合板脱层的主要原因; 高频时, 横向正应力在脱层破坏中起主要作用。分析了粘弹材料模量对层合板横向应力的影响以及横向应力最大值与面内应力最大值的比值。结果表明所采用的算法、算式及所编写的程序是可靠的。

关键词: 粘弹性; 分层理论; 横向应力; 层合板

中图分类号: O661.44 **文献标识码:** A

引 言

关于粘弹层合结构的弯曲振动的研究起始于 20 世纪 50 年代, 从已有的文献来看研究层合结构的方法主要有经典板的理论 (CLT)、一阶剪切变形理论 (SDT)、三维理论、高阶剪切变形理论、各种分层理论、有限元方法。经典板理论是基于 Kirchhoff 假定, 它在计算复合材料层合板时是不精确的, 主要是由于忽略了层合板的横向剪切变形和横向正应变^[1]; 一阶剪切变形理论^[2-3]把沿厚度方向的剪切变形表示为常数, 可以计算出振动频率, 但不能得到协调的横向应力; 三维理论^[4-5]能计算横向应力, 但不易于实际形状的层合板。高阶剪切变形理论^[6-9]把位移表示成厚度方向坐标的二次或高次多项式进行求解, 虽然具有更高的精确度, 但仅适合于特殊的边界条件, 否则求解将非常困难, 因此各种数值方法被提出来, 例如有限元方法^[10-12]。本文采用分层理论^[13], 在板的厚度方向取二次插值函数来描述每个数值层内位移沿厚度方向的变化规律, 推导出粘弹层合板的动力学方程, 并得出简支粘弹层合板自由振动的解。并对一夹层粘弹层合板进行了数值计算, 得到了与文献[14]吻合的振动频率和损耗因子, 且能计算出协调的层间剪应力和层间正应力, 对粘弹材料的模量对横向应力的影响进行了分析, 计算了面内应力和层间应力的幅值比。

1 位移场

采用直角坐标系 x, y, z 分别表示板长、板宽、板的法线方向的坐标。 u, v, w 表示相应的位移分量。其层合板的力学模型如图 1 所示。假设板的位移分量沿板厚满足位移连续条

收稿日期: 2007-11-21; 修订日期: 2008-10-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10572150)

作者简介: 胡明勇 (1977), 男, 博士生 (联系人, E-mail: shuai_humingyong@163.com)。

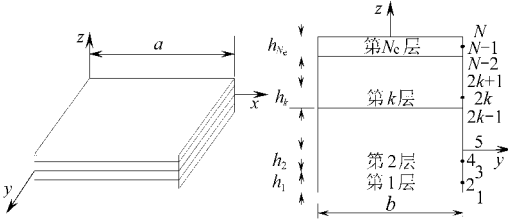


图 1 粘弹层合板的几何图形和坐标系

件 假定板沿厚度方向被分成 N_e 个数值层, 将位移 u, v, w 写成:

$$\begin{cases} u = \sum_{i=1}^N U_i(x, y, t) \cdot i(z), \\ v = \sum_{i=1}^N V_i(x, y, t) \cdot i(z), \\ w = \sum_{i=1}^N W_i(x, y, t) \cdot i(z), \end{cases} \quad (1)$$

其中, (U_i, V_i, W_i) 为 (u, v, w) 的节点值, $i(z)$ 为位移在板厚度方向上的二次插值函数 N 表示沿板厚方向总的节点数, $N = 2N_e + 1$

$$\begin{cases} 1(z) = \begin{cases} 1^{(1)}(z), & z_1 \leq z \leq z_3, \\ 2^{(i)}(z), & z_{2i-1} \leq z \leq z_{2i+1}, \\ 2^{i+1}(z) = \begin{cases} 3^{(i)}(z), & z_{2i-1} \leq z \leq z_{2i+1}, \\ 1^{(i+1)}(z), & z_{2i+1} \leq z \leq z_{2i+3}, \end{cases} \\ N(z) = 3^{(N_e)}(z), & z_{N-2} \leq z \leq z_N, \end{cases} \\ \begin{cases} 1^{(k)} = \left(1 - \frac{z}{h_k}\right) \left(1 - \frac{2z}{h_k}\right), \\ 2^{(k)} = 4 \frac{z}{h_k} \left(1 - \frac{z}{h_k}\right), \\ 3^{(k)} = -\frac{z}{h_k} \left(1 - \frac{2z}{h_k}\right), \end{cases} & 0 \leq z \leq h_k, \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中, h_k 表示第 k 层的厚度, $z = z - z_b^k$, 并且 z_b^k 表示第 k 个数值层的底部坐标 把式(1)代入几何关系中得

$$\begin{cases} x = \sum_{i=1}^N \frac{U_i}{x} \cdot i, \\ y = \sum_{i=1}^N \frac{V_i}{x} \cdot i, \\ z = \sum_{i=1}^N W_i \frac{d}{dz} \cdot i, \\ yz = \sum_{i=1}^N V_i \frac{d}{dz} \cdot i + \sum_{i=1}^N \frac{W_i}{y} \cdot i, \\ zx = \sum_{i=1}^N U_i \frac{d}{dz} \cdot i + \sum_{i=1}^N \frac{W_i}{x} \cdot i, \\ xy = \sum_{i=1}^N \frac{U_i}{y} \cdot i + \sum_{i=1}^N \frac{V_i}{x} \cdot i \end{cases} \quad (3)$$

2 动力学方程的推导

假定材料的主方向和坐标轴的方向一致 则第 i 层正交各向异性材料的应力-应变关系为

$$\begin{Bmatrix} (i) \\ x \\ (i) \\ y \\ (i) \\ z \\ (i) \\ yz \\ (i) \\ zx \\ (i) \\ xy \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^{(i)} & C_{12}^{(i)} & C_{13}^{(i)} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21}^{(i)} & C_{22}^{(i)} & C_{23}^{(i)} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31}^{(i)} & C_{32}^{(i)} & C_{33}^{(i)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^{(i)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (i) \\ x \\ (i) \\ y \\ (i) \\ z \\ (i) \\ yz \\ (i) \\ zx \\ (i) \\ xy \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

其中, $C_{ij}^{(k)}$ 表示第 k 层材料的弹性常数。粘弹性体的模量通常表现为复模量, 是频率的函数。忽略粘弹性材料的损耗因子随温度和频率的变化, 用复刚度作为表征阻尼材料的特性参数, 则第 r 层粘弹性材料的模量为弹性常数应乘以系数 $[C_{ij}^{(r)}] = [C_{ij}^{(r)}](1 + i \nu)$, 其中 ν 为粘弹性材料的阻尼因子。

粘弹性层合板的动力方程和边界条件, 可由下式所表示的 Hamilton 变分原理导出:

$$\int_0^T (U - V - K) dt = 0, \quad (5)$$

其中, U 是应变能的变分, V 和 K 分别表示外力功的变分以及动能的变分

$$\begin{cases} U = \int_V (u_x u_x + u_y u_y + u_z u_z + u_{xy} u_{xy} + u_{yz} u_{yz} + u_{zx} u_{zx}) dx dy dz, \\ V = \int_V F_i u_i dx dy dz + \int_S \bar{T}_i u_i ds, \\ K = \int_V \dot{u}_i \dot{u}_i dx dy dz, \end{cases} \quad (6)$$

其中, F_i 表示体力分量, \bar{T}_i 表示表面力分量, u_i 表示位移分量。忽略体力影响, 把式(1)~式(4)代入式(6), 再代入式(5)可得到粘弹性层合板的动力方程:

$$\begin{aligned} & C_{11}^{(i)} \int_{k=1}^3 \frac{2U_{2(i-1)+k} A_{jk}^{(i)}}{x^2} + C_{12}^{(i)} \int_{k=1}^3 \frac{2V_{2(i-1)+k} A_{jk}^{(i)}}{x y} + C_{13}^{(i)} \int_{k=1}^3 \frac{W_{2(i-1)+k} B_{jk}^{(i)}}{x} + \\ & C_{66}^{(i)} \int_{k=1}^3 \left[\frac{2U_{2(i-1)+k}}{y^2} + \frac{2V_{2(i-1)+k}}{x y} \right] A_{jk}^{(i)} - \\ & C_{55}^{(i)} \int_{k=1}^3 \left[\frac{W_{2(i-1)+k} B_{jk}^{(i)}}{x} + U_{2(i-1)+k} D_{jk}^{(i)} \right] + \\ & q_x^b i_1 j_1 + q_x^1 i_N e j_3 - \int_{k=1}^3 \frac{(i)}{jk} U_{2(i-1)+k} = 0, \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} & C_{21}^{(i)} \int_{k=1}^3 \frac{2U_{2(i-1)+k} A_{jk}^{(i)}}{x y} + C_{22}^{(i)} \int_{k=1}^3 \frac{2V_{2(i-1)+k} A_{jk}^{(i)}}{y^2} + C_{23}^{(i)} \int_{k=1}^3 \frac{W_{2(i-1)+k} B_{jk}^{(i)}}{y} + \\ & C_{66}^{(i)} \int_{k=1}^3 \left[\frac{2U_{2(i-1)+k}}{x y} + \frac{2V_{2(i-1)+k}}{x^2} \right] A_{jk}^{(i)} - \\ & C_{44}^{(i)} \int_{k=1}^3 \left[\frac{W_{2(i-1)+k} B_{jk}^{(i)}}{y} + V_{2(i-1)+k} D_{jk}^{(i)} \right] + \\ & q_y^b i_1 j_1 + q_y^1 i_N e j_3 - \int_{k=1}^3 \frac{(i)}{jk} V_{2(i-1)+k} = 0, \end{aligned} \quad (7b)$$

$$- C_{31}^{(i)} \int_{k=1}^3 \frac{U_{2(i-1)+k} B_{jk}^{(i)}}{x} - C_{32}^{(i)} \int_{k=1}^3 \frac{V_{2(i-1)+k} B_{jk}^{(i)}}{y} - C_{33}^{(i)} \int_{k=1}^3 W_{2(i-1)+k} D_{jk}^{(i)} +$$

$$\begin{aligned}
 & C_{44}^{(i)} \left\{ \frac{2W_{2(i-1)+k}}{y^2} A_{jk}^{(i)} + \frac{V_{2(i-1)+k}}{y} B_{jk}^{(i)} \right\} + \\
 & C_{55}^{(i)} \left\{ \frac{2W_{2(i-1)+k}}{x^2} A_{jk}^{(i)} + \frac{U_{2(i-1)+k}}{x} B_{jk}^{(i)} \right\} + \\
 & q_z^b \delta_{il} \delta_{j1} + q_z^t \delta_{iN_e} \delta_{j3} - \sum_{k=1}^3 \delta_{jk}^{(i)} W_{2(i-1)+k} = 0 \tag{7c}
 \end{aligned}$$

在式(7)中, i 表示数值层编号, i 的取值范围为 $i = 1, 2, 3, \dots, N_e$; j 表示在每个数值层中节点的编号, $j = 1, 2, 3$ 。当层号为 i 且 $j = 3$ 时和层号为 $i + 1$ 且 $j = 1$ 时, 其表示为同一节点, 但分别属于相邻的两个数值层, 此时需将式(7)中对应此同一节点的一对方程两边分别相加, 变换成一个方程。 $q_x^t, q_x^b, q_y^t, q_y^b, q_z^t, q_z^b$ 表示作用在板上、下表面分布载荷分量, 自由振动计算时取为 0。 $A_{jk}^{(i)}, B_{jk}^{(i)}, D_{jk}^{(i)}, \delta_{jk}^{(i)}$ 由下式导出:

$$\begin{cases}
 A_{jk}^{(i)} = \int_0^{h^{(i)}} \delta_j^{(i)} \delta_k^{(i)} dz, & B_{jk}^{(i)} = \int_0^{h^{(i)}} \delta_j^{(i)} \frac{d}{dz} \delta_k^{(i)} dz, \\
 D_{jk}^{(i)} = \int_0^{h^{(i)}} \frac{d}{dz} \delta_j^{(i)} \frac{d}{dz} \delta_k^{(i)} dz, & \delta_{jk}^{(i)} = \int_0^{h^{(i)}} \delta_j^{(i)} \delta_k^{(i)} dz
 \end{cases} \tag{8}$$

3 方程求解及横向应力计算

分析四边简支矩形粘弹层合板(长 宽 = a b)的自由振动, 如图 1 所示。采用 Navier 解法求解方程(7):

$$\begin{cases}
 U_{2(i-1)+k} = X_{2(i-1)+k} \cos \frac{m}{a} x \sin \frac{n}{b} y e^{i t}, \\
 V_{2(i-1)+k} = \delta_{2(i-1)+k} \sin \frac{m}{a} x \cos \frac{n}{b} y e^{i t}, \\
 W_{2(i-1)+k} = \delta_{2(i-1)+k} \sin \frac{m}{a} x \sin \frac{n}{b} y e^{i t},
 \end{cases} \tag{9}$$

其中, $X_{2(i-1)+k}, \delta_{2(i-1)+k}, \delta_{2(i-1)+k}$ 表示第 i 层中第 k 个节点的位移幅值。 m 和 n 分别表示沿 x 和 y 方向的半波数。把式(9)代入式(7)中得到一个代数特征值方程:

$$\mathbf{K} = \sum_{mn}^2 \mathbf{M} \tag{10}$$

其中, \mathbf{K} 表示刚度矩阵; \mathbf{M} 表示质量矩阵; δ_{mn} 表示位移特征向量:

$$\delta_{mn} = [X_1, \delta_1, \delta_1, X_2, \delta_2, \delta_2, \dots, X_N, \delta_N, \delta_N] \tag{11}$$

方程(10)是 $3N$ 阶的, 对应每一个 (m, n) 的值, 可以解出 $3N$ 个特征值 \sum_{mn}^2 及特征向量 δ_{mn} 。编写程序计算出方程(10)的全部复特征值 \sum_{mn} 和复特征向量, 则可以由公式(12)计算出粘弹层合板的频率以及损耗因子:

$$\omega_{mn} = \sqrt{\text{Re}(\sum_{mn})^2}, \quad \eta_{mn} = \text{Im}(\sum_{mn}) / \text{Re}(\sum_{mn})^2 \tag{12}$$

将求解得到的特征值和特征向量代入平衡方程式(13)并进行积分运算就能得到横向应力:

$$\begin{cases}
 \frac{\delta_x^{(i)}}{x} + \frac{\delta_y^{(i)}}{y} + \frac{\delta_z^{(i)}}{z} = \delta^{(i)} u^{(i)}, \\
 \frac{\delta_y^{(i)}}{y} + \frac{\delta_x^{(i)}}{x} + \frac{\delta_z^{(i)}}{z} = \delta^{(i)} v^{(i)}, \\
 \frac{\delta_z^{(i)}}{z} + \frac{\delta_x^{(i)}}{x} + \frac{\delta_y^{(i)}}{y} = \delta^{(i)} w^{(i)}
 \end{cases} \tag{13}$$

4 数值结果及分析

为了验证本文算法和算式以及程序的可靠性,用编写的程序计算了文献[14]中简支3层粘弹层合板的自由振动问题:

$$a = 0.348 \text{ 0 m}, b = 0.304 \text{ 8 m}, h_1 = h_3 = 0.762 \text{ mm}, h_2 = 0.254 \text{ mm},$$

$$E_1 = E_3 = 68.9 \text{ GPa}, \nu_1 = \nu_3 = 0.3, \rho_1 = \rho_3 = 2740 \text{ kg/m}^3,$$

$$\rho_2 = 999 \text{ kg/m}^3, G_2 = 0.869 \text{ MPa}, \nu_2 = 0.4, \nu = 0.5$$

其振动自然频率及损耗因子和文献[14]分析结果进行了对比,具体数据见表1,其前六阶的横向应力如图2~图12

表1 粘弹性层合板的自然频率和损耗因子

模态 m/n	自然频率			损耗因子		
	文献[14] / Hz	本文 / Hz	误差 $e/(\%)$	文献[14] / Hz	本文 / Hz	误差 $e/(\%)$
1/1	60.3	60.24	0.9	0.190	0.1901	0.5
2/1	115.4	115.22	1.5	0.203	0.2034	1.9
1/2	130.6	130.43	1.3	0.199	0.1991	0.5
2/2	178.7	178.46	1.3	0.181	0.1806	2.2
3/1	195.7	195.42	1.4	0.174	0.1737	1.7

从表1可以看出本文的计算结果和文献[14]吻合,说明本文所用的算法的准确性以及所编程序的可靠性

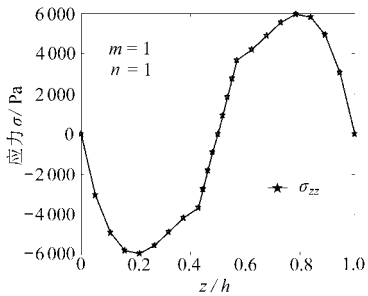


图2 一阶模态横向正应力沿板厚方向的变化

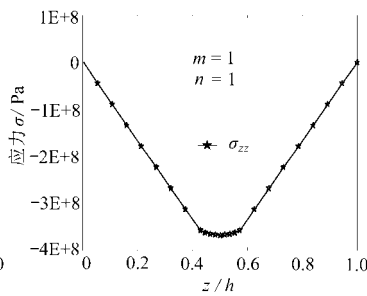


图3 二阶模态横向正应力沿板厚方向的变化

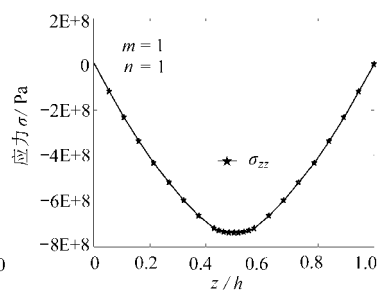


图4 三阶模态横向正应力沿板厚方向的变化

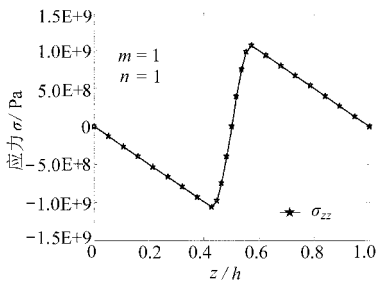


图5 四阶模态横向正应力沿板厚方向的变化

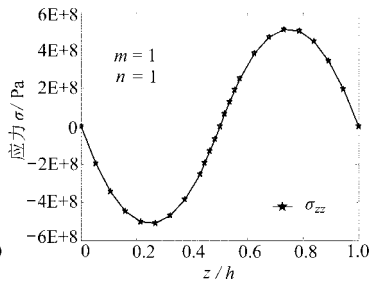


图6 五阶模态横向正应力沿板厚方向的变化

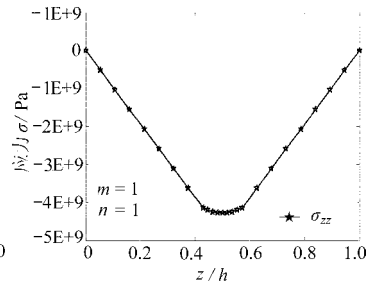


图7 六阶模态横向正应力沿板厚方向的变化

当取 $m = 1, n = 1$ 时,计算了粘弹层合板前六阶模态下横向应力随板厚的变化 图2~

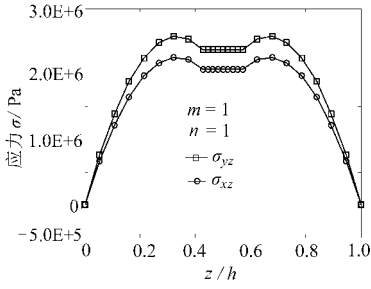


图 8 一阶模态横向剪应力沿板厚方向的变化

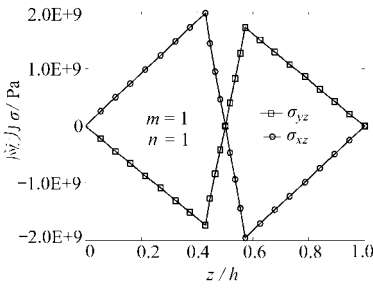


图 9 二阶模态横向剪应力沿板厚方向的变化

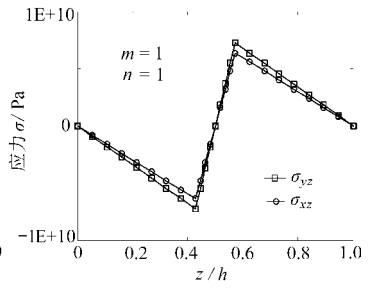


图 10 三阶模态横向剪应力沿板厚方向的变化

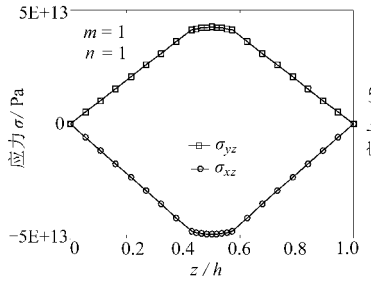


图 11 四阶模态横向剪应力沿板厚方向的变化

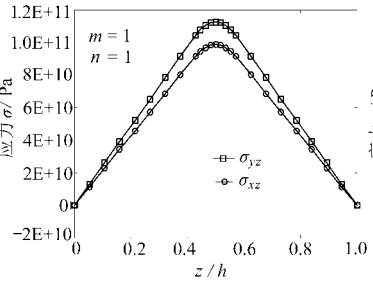


图 12 五阶模态横向剪应力沿板厚方向的变化

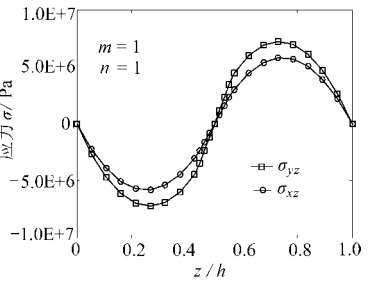


图 13 六阶模态横向剪应力沿板厚方向的变化

图 7 可以看出, 粘弹板在振动中 R_z 值会交替出现正值和负值(即拉、压应力); 对应六阶模态下法向正应力 R_z 在粘弹层的跨中位置出现了最大值 1。图 8 ~ 图 13 可以看出, 横向剪应力的峰值大都在粘弹层和弹性层接合处出现; 粘弹板在振动中 R_{xz} , R_z 值会交替出现正值和负值(即拉、压应力)。图 2 ~ 图 13 可以得出: 在低阶模态下, 横向剪应力幅值显著高于横向正应力的幅值。而在六阶模态即高阶模态下, 则横向正应力幅值显著高于横向剪应力的幅值, 主要由于板在振动过程中的惯性力主要由层间正应力来平衡, 在高频振动时, 其加速度大使得惯性力大, 故导致层间正应力增大。

取 $m = 1, n = 1$, 表 2 给出了层合板前六阶振动模态横向应力最大值和面内应力 R_{yy} 最大值的比 1。

取粘弹材料 \tilde{N} 的弹性模量 $E_2 = 6.89 @ 10^5$, 粘弹材料 $\hat{0}$ 的弹性模量 $E_2 = 6.89 @ 10^7$, 除粘弹材料模量外, 其它材料参数同上 1。计算结果如表 3。从表 3 可以看出当粘弹层的弹性模量越小时, 其横向应力越低; 当半波数增加时, 横向应力也增加 1。

表 2 横向应力的最大值和 R_{yy} 的最大值的比

	$(R_{xz} _{\max} / R_{yy} _{\max}) / (\%)$	$(R_z _{\max} / R_{yy} _{\max}) / (\%)$	$(R_z _{\max} / R_{yy} _{\max}) / (\%)$
一阶模态	0.000 13	0.40	0.35
二阶模态	0.003	0.036	0.041
三阶模态	0.008	292	333
四阶模态	0.007	0.067	0.059
五阶模态	0.037	0.64	0.56
六阶模态	150	0.26	0.22

表 3

粘弹层合板的横向应力

m/n	$ R_{xz} / \text{Pa}$		$ R_{xz} / \text{Pa}$		$ R_{xz} / \text{Pa}$	
	粘弹材料 \bar{N}	粘弹材料 \bar{O}	粘弹材料 \bar{N}	粘弹材料 \bar{O}	粘弹材料 \bar{N}	粘弹材料 \bar{O}
1/1	5 880.6	14 376	2.2037×10^6	4.8884×10^6	2.3966×10^6	5.5812×10^6
2/1	13 885	74 611	7.5241×10^6	2.2048×10^7	4.2953×10^6	1.2586×10^7
2/2	33 698	2.1917×10^5	1.1370×10^7	3.7300×10^7	1.2981×10^7	4.2585×10^7
3/1	70 645	2.72×10^5	1.8617×10^7	6.2106×10^7	7.0853×10^6	2.3635×10^7
3/2	1.1098×10^5	5.0404×10^5	2.4161×10^7	8.3471×10^7	1.8390×10^7	6.3533×10^7
3/3	1.9235×10^5	1.0266×10^6	3.3293×10^7	1.1667×10^8	3.8012×10^7	1.3321×10^8

5 结 论

采用分层理论推导出粘弹层合板的控制方程, 不仅得到了准确的振动频率和损耗因子, 还得到了协调的横向应力值。对应于低阶模态, 横向剪应力显著高于横向正应力, 因而在低阶模态下横向剪应力是造成脱层的主要原因; 对应于高阶模态, 横向正应力显著高于横向剪应力, 较高的横向正应力是层合板脱层的主要原因。此外, 当粘弹层的弹性模量增加时, 其横向应力的值也增加。

[参 考 文 献]

- [1] Bose P, Reddy J N. Analysis of composite plate using various plate theories, Part I-Formulation and analytical solution[J]. Structural Engineering and Mechanics, 1998, 6(6): 583-612.
- [2] Reissner E. The effect of transverse shear deformations on the bending of elastic plates[J]. Journal of Applied Mechanics, 1945, 12(2): 69-77.
- [3] Mindlin R D. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motion of isotropic elastic plates[J]. Journal of Applied Mechanics, 1951, 18(1): 31-38.
- [4] Awrejcewicz J, Krysko V A. 3-D theory versus 2-D approximate theory of free orthotropic (isotropic) plate and shell vibrations, part I: derivation of governing equations[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 226(5): 807-829.
- [5] Reddy J N. Theories and computational models for composite laminate[J]. Applied Mechanics Reviews, 1994, 47(6): 147-169.
- [6] Reddy J N. A simple higher-order theory for laminated composite shells[J]. Journal of Applied Mechanics, 1984, 51(12): 745-752.
- [7] Reddy J N. A refined nonlinear theory of plates with transverse shear deformation[J]. International Journal of Solids and Structures, 1984, 20(9): 881-896.
- [8] Reddy J N. A general nonlinear third-order theory of plates with moderate thickness[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 1990, 25(4): 677-686.
- [9] Reddy J N. Mechanics of Laminated Composite Plates[M]. New York: CRC Press, 1997.
- [10] Yand H T Y, Saigal S, Masud A, et al. A survey of recent shell finite elements[J]. International Journal of Numerical Method in Engineering, 2000, 47(1): 101-127.
- [11] Hughes T J R, Tezduyar T E. Finite elements based upon mindlin plate theory with particular reference to the four node bilinear isoparametric element[J]. Journal of Applied Mechanics, 1981, 48(10): 587-596.
- [12] Xiao C Z, Lin D X, Ju F. Finite element analysis of modal parameters on anisotropic laminated plates

Journal of Vibration, Acoustics Stress and Reliability in Design, 1988, 110(4): 473-477.

- [13] Reddy J N. Theories and computational models for composite laminate[J]. Applied Mechanics Reviews, 1994, 47(6): 147-169.
- [14] Cupial P, Nizioł J. Vibration and damping analysis of a three-layered composite plate with a viscoelastic mid-layer[J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 183(1): 99-114.

F r e e V i b r a t i o n a n d T r a n s v e r s e S t r e s s e s o f
V i s c o e l a s t i c L a m i n a t e d P l a t e s

H U M i n g - y o n g , W A N G A n - w e n

(College of Science, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, P. R. China)

Abstract: Based on Reddy's layerwise theory, the governing equations for dynamic response of viscoelastic laminated plate were derived by using the quadratic interpolation function for displacement in the direction of plate thickness. And the vibration frequencies and loss factors were calculated for free vibration of simply supported viscoelastic sandwich plate, which shows a good agreement with the data in the reference. And harmonious transverse stresses can be obtained. The transverse shear stresses are the main factor that leads to the delamination of viscoelastic laminated plate in lower frequency free vibration and the transverse normal stress in higher frequency free vibration. The relationship of the modulus of viscoelastic materials to transverse stress was analyzed. The ratio of transverse stress max-value to in-plane stress max-value was obtained. The results show that the method, equations and programs are reliable.

Key words: viscoelastic; layerwise theory; transverse stress; laminated plate