

# 柔性桥梁颤振导数间的相互关系的参数分析(II)<sup>\*</sup>

徐 旭

(上海大学 土木工程系, 上海 200072)

(钱伟长推荐)

摘要: 在作者先前(徐旭, 曹志远. 柔长结构气固耦合的线性与非线性气动力学理论. 应用数学和力学, 2001, 22(12): 1299-1308.) 给出的柔性结构半解析颤振导数的基础上, 研究了桥梁颤振导数之间的内在联系和相互关系, 并通过两个具体的桥梁颤振导数测量试验数据进行了分析验证. 同时, 也对颤振导数随着桥梁断面的气动中心、转速以及角度变化规律作了参数研究. 数据分析的结果不仅验证了前文半解析颤振导数表达式的正确性, 也进一步验证了半解析颤振导数之间存在一定的必然联系, 同时也表明其文中给出的半解析的颤振导数是适用于流线型断面的桥梁的.

关键词: 颤振导数; 柔性桥梁; 参数分析

中图分类号: TU311.3; O321 文献标识码: A

## 引 言

根据桥梁断面自激励公式, 即 Scanlan 公式<sup>[1-3]</sup> 可知, 要研究桥梁的气动行为, 必须获得桥梁断面沿各方向运动的颤振导数, 而桥梁断面的颤振导数必须通过风洞试验, 并运用参数识别的方法才能得出. 一般来说, 要获得桥梁截断模型在不同攻角下的颤振导数, 只能在此攻角下通过风洞实验才能获得<sup>[4]</sup>. 从文献[1]和前文(I)<sup>[5]</sup>表达式(4a~h)可以看出, 基于薄翼理论的颤振导数只与折减频率有关, 而实际上颤振导数不仅与攻角以及断面的转速有关系, 而且还与断面的气动中心和弹性中心之间的距离  $R_0$  有关系. 而这些影响因素在以往的颤振导数中是没有得到足够的反映的.

在工程实际中, 桥梁断面在不同攻角角度下的颤振导数的测量是必须的. 因此, 有必要分析一下颤振导数随攻角大小的变化. 同时, 在本文中, 还将借助于前文<sup>[6-7]</sup>提出的双方向颤振导数的半解析表达式, 进一步分析颤振导数随着  $R_0$  的变化情况.

在前文<sup>[5]</sup>中, 部分颤振导数及其相互之间的关系已通过两个流线型桥梁节段模型颤振导数的实测数据得到验证. 在本文中, 作者仍以其中的 Messina Straits 桥的基本气动数据<sup>[8]</sup>为依据, 分析柔性桥梁节段模型的颤振导数随角度的变化情况, 并通过实测数据再次验证前文<sup>[5]</sup>中颤振导数半解析表达式的可靠性. 这里要注意的是, 和前文<sup>[6-7]</sup>的相对分析不一样, 本文是颤

\* 收稿日期: 2008-11-28; 修订日期: 2008-01-19

作者简介: 徐旭(1968—), 男, 江苏通州人, 副教授, 博士(E-mail: xxu@mail.shu.edu.cn).

振导数的绝对分析, 而且绝大部分的实验数据是以早期的 Scanlan 公式<sup>[4, 6]</sup>为依据的. 因此, 颤振导数前的系数 1/2 在这里必须计入, 以做到真正吻合实验数据.

## 1 Messina Straits 桥的三分力系数表达式

Messina Straits 桥<sup>[8]</sup>的三分力系数  $C_L$ ,  $C_D$ ,  $C_M$  在不同角度(弧度)时的值, 如图 1a, b, c 所示. 通过曲线拟合, 可以得到三分力系数关于角度的多项式函数(图 1a, b, c). 同样, 还可以得到三分力系数的导数的多项式函数表达式, 它们随角度变化的曲线如图 2a 和图 2b 所示.

三分力系数随角度变化的拟合多项式函数为

$$\begin{cases} C_L(\alpha) = -0.07 + 0.65\alpha + 1.40646\alpha^2 + \\ \quad 20.65226\alpha^3, \\ C_D(\alpha) = 0.09 + 0.24267\alpha + 4.60533\alpha^2 - \\ \quad 6.67156\alpha^3 - 93.82164\alpha^4, \\ C_M(\alpha) = 0.017 + 0.16\alpha - 0.89155\alpha^2 - \\ \quad 4.11767\alpha^3 + 32.88152\alpha^4 + \\ \quad 146.54247\alpha^5, \end{cases}$$

(1a, b, c)

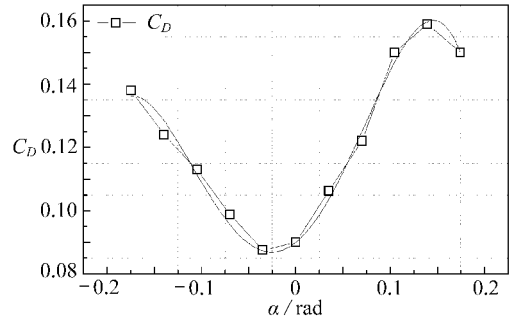


图 1a 阻力系数拟合曲线

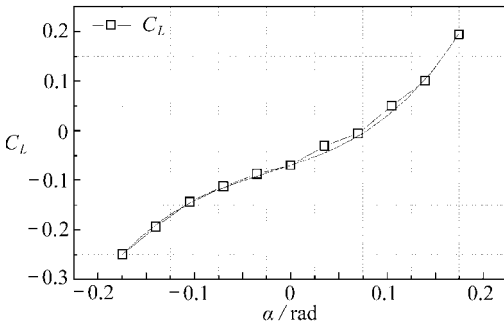


图 1b 升力系数拟合曲线

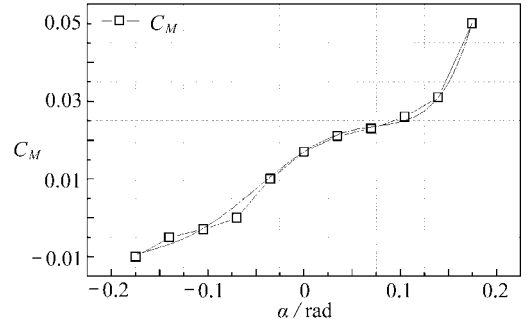


图 1c 扭矩系数拟合曲线

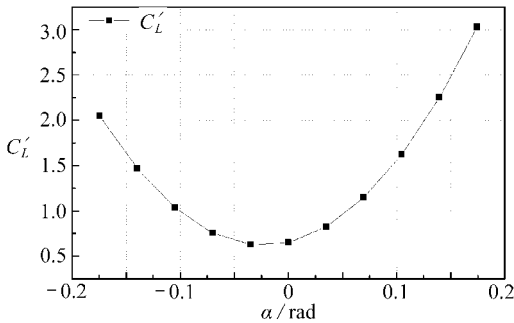


图 2a 升力函数的导数拟合曲线

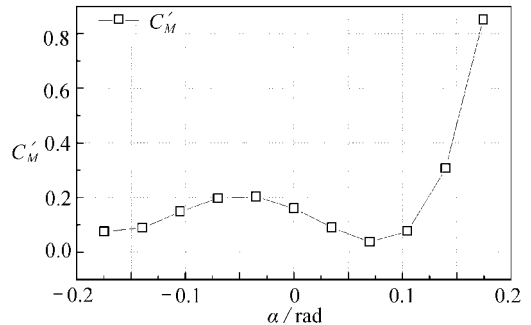


图 2b 扭矩函数的导数拟合曲线

上式中,  $\alpha$  为桥梁断面的攻角, 单位是 rad. 由上式可以计算得到

$$\begin{cases} C_L(0) = -0.07, \dot{C}_L(0) = 0.65, \\ C_D(0) = 0.09, \dot{C}_D(0) = 0.243, \\ C_M(0) = 0.017, \dot{C}_M(0) = 0.16. \end{cases} \quad (2a \sim f)$$

这些通过拟合所得的结果和文献[8]给出的气动数据是非常吻合的。

## 2 气动中心与转速对颤振导数的影响

在式(11b, f)<sup>[5]</sup>中,既考虑了气动中心位置的影响,又考虑到转速的影响.这两项对颤振导数的贡献如何,可以通过其不同的参数值来加以研究.图3a是忽略转速影响时,通过式(11b)<sup>[5]</sup>计算得到的 $A_2^*$ 在不同气动中心位置时的值.图3b则考虑了转速的影响,根据前文<sup>[5]</sup>的分析可取 $b = -0.14$ .图3c则是忽略了气动中心位置的影响,由式(11b)<sup>[5]</sup>计算得到的不同转速时 $A_2^*$ 的值.取 $\dot{C}_M(0) = 0.16$ .

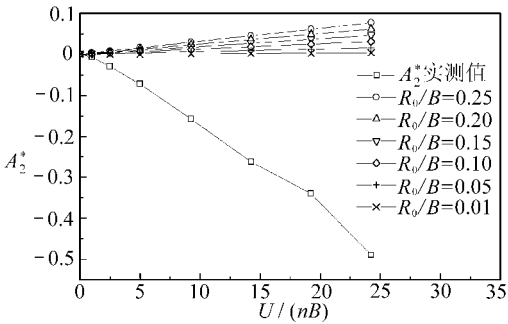


图3a 忽略转速但计入 $R_0$ 的影响

从图3a可以看出,只考虑气动中心位置的影响,而不计入转速对颤振导数 $A_2^*$ 的影响,则会对颤振导数的计算产生较大的误差.从图3b可以看出,在考虑了转速的影响以后,气动中心位置的不同,引起的颤振导数 $A_2^*$ 的偏移是较小的,因此在以后的气动分析中,可以忽略气动中心位置的影响.而图3c则表明,即使转速的影响偏差较小,但引起的 $A_2^*$ 变化却很大,故在 $A_2^*$ 的计算中,一定要计入转速的影响.在下一节中,通过作者提出的颤振导数半解析表达式与经典准静态理论

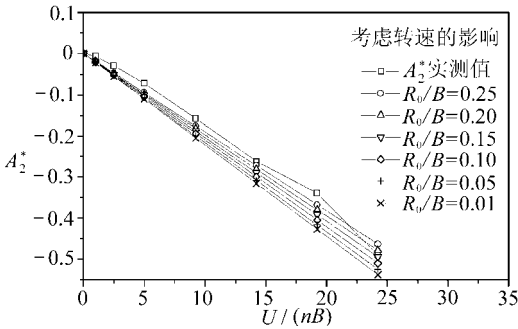


图3b 计入转速及 $R_0$ 的影响

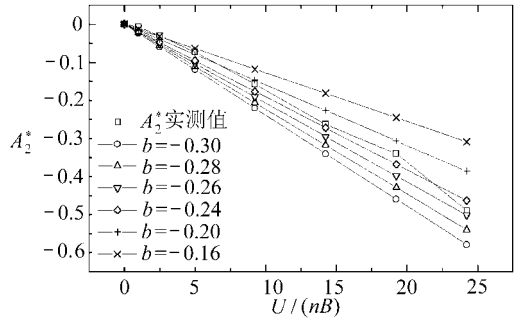


图3c 计入转速但忽略 $R_0$ 的影响

的颤振导数表达式的对比研究,还可以得到进一步验证.对于 $H_2^*$ 的分析,同样也可以得到相似的结论,即在 $H_2^*$ 的计算中也必须计入截断模型的转速对颤振导数的影响.而 $A_2^*$ 和 $H_2^*$ 的大小正好反映单位转动速度所引起的气动力,因此从物理意义上讲,实际测量时转速的变化对它们的影响肯定是存在的.

## 3 截断模型的攻角对其颤振导数的影响

从颤振导数半解析表达式(11)<sup>[5]</sup>,以及从图1和图2中可以发现,对于截断模型不同的攻角角度值,颤振导数会有不同的数值,这在实际的测量中也得到了反映.下面就仅仅以 $A_1^*$ ,

$A_3^*$ ,  $H_3^*$  为例, 来说明角度对它们的影响. 图 4a, b, c 为  $A_1^*$ ,  $A_3^*$ ,  $H_3^*$  在不同角度时的变化曲线.

从以上 3 图中可以看出, 颤振导数并不是简单地随着角度的增大而增大. 随着攻角角度值的正向增加,  $A_1^*$ ,  $A_3^*$  的分析值会越来越偏离实测值; 而随着攻角角度值的负向增加时,  $A_1^*$ ,  $A_3^*$  值会在某一个位置上接近实测值. 随着角度的变化,  $H_3^*$  的值也具有同样的规律, 从而说明这些实测值是在某个负攻角位置上得到的. 这些变化规律也可在图 2a 和图 2b 中找到解答. 其它颤振导数随角度的变化情况, 可利用三分力系数及其导数的拟合函数, 进行类似的分析.

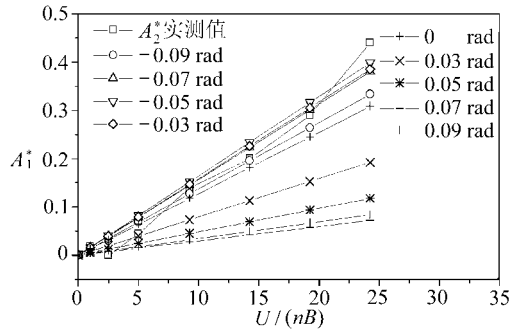


图 4a 不同攻角时  $A_1^*$  的值

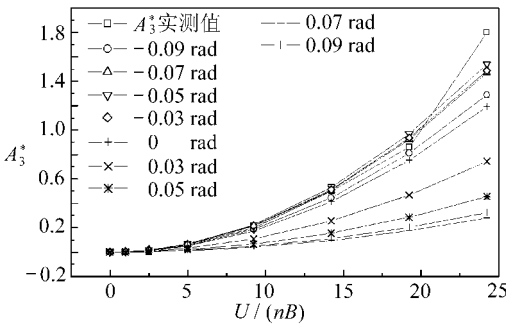


图 4b 不同攻角时  $A_3^*$  的值

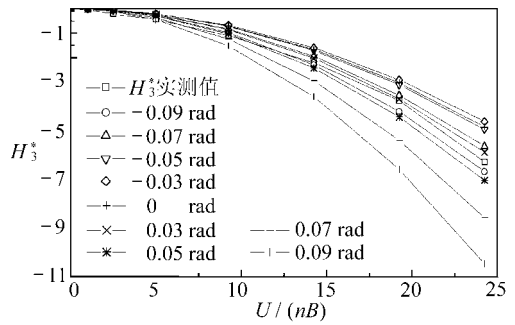


图 4c 不同攻角时  $H_3^*$  的值

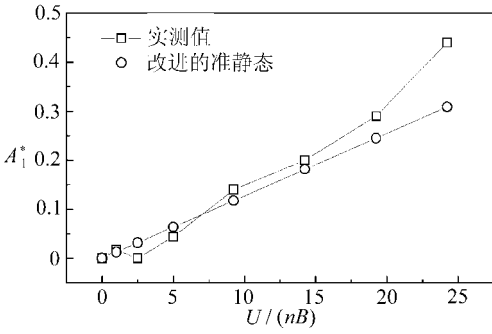
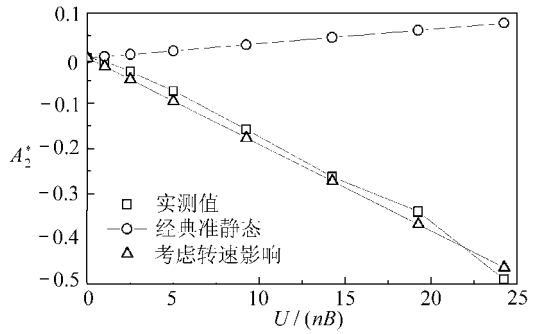
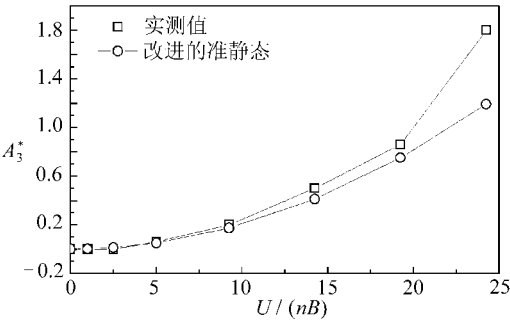
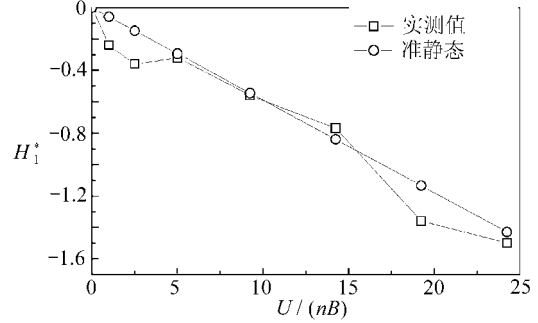
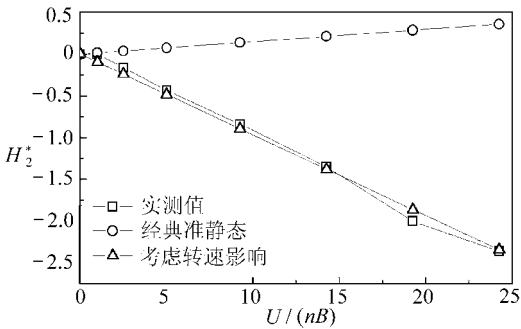
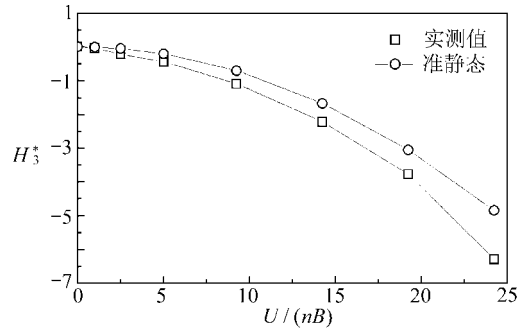
#### 4 Messina Straits 桥梁颤振导数的解析表达式

利用 Messina Straits 桥的气动参数数据, 半解析的颤振导数间的相互关系已经在前文<sup>[5]</sup>中得到验证, 且其随气动中心位置与角度的变化的曲线也已在本文中给出. 从这些分析中, 我们可以得到诸多具体参数的数值, 如三分力系数及其导数在零攻角时的值. 考虑到转速对  $A_2^*$ ,  $H_2^*$  的影响, 结合颤振导数的半解析表达式(11)<sup>[5]</sup>, Messina Straits 桥梁断面在零攻角时的颤振导数的解析表达式简化为

$$\begin{cases} A_1^* = \frac{0.16}{k}, A_2^* = \frac{1}{k}(0.25 \times 0.16 - 0.28), \\ A_3^* = \frac{1}{k^2} \times 0.16, H_1^* = -\frac{1}{k}(0.09 + 0.65), \\ H_3^* = -\frac{1}{k^2} \times 0.65, H_2^* = \frac{1}{k}[-0.25 \times (0.09 + 0.65) - 1.4]. \end{cases} \quad (3)$$

图 5 给出了 Messina Straits 桥的实测颤振导数与本文结果的情况, 为了表明转速对颤振导数 ( $A_2^*$ ,  $H_2^*$ ) 的影响, 本文还把通过经典准静态表达式(1)<sup>[5]</sup> 计算出的结果放在一起进行比较.

从图 5 可以看出, 依照作者提出的颤振导数半解析表达式所计算的结果和颤振导数的实测值吻合得相当好, 尤其从图 5b 和图 5e 中看出, 如果忽视转动速度对颤振导数的影响, 引起的误差将是巨大的. 这从另一方面表明作者在文献[6-7]中所建立的非线性气动力模型是合理且可行的.

图 5a  $A_1^*$  的理论值与实测值比较图 5b  $A_2^*$  的理论值、经典值与实测值比较图 5c  $A_3^*$  的理论值与实测值比较图 5d  $H_1^*$  的理论值与实测值比较图 5e  $H_2^*$  的理论值、经典值与实测值比较图 5f  $H_3^*$  的理论值与实测值比较

因此,对于流线型的桥梁节段模型,可依据准确的风洞实验,测量出三分力系数随角度和角速度变化的试验值,再利用本文所得出的颤振导数的半解析表达式,推算出节段模型的颤振导数. 然后,再将颤振导数代入 Scanlan 公式(8)<sup>[5]</sup>中,进行桥梁的颤振分析或者颤抖振分析. 当然,实际工程中进行柔性结构的气动设计时,还是需要进行严谨的风洞实验的,以得到完备的各个方向上的颤振导数值. 只有当气动数据特别是颤振导数的某些测量值缺失或者不易获得时,对于流线型断面的桥梁进行气动分析,特别是进行非线性分析时,用作者提出的计入转动速度影响的改进的分析方法<sup>[6-7]</sup>,不失为是一种有效的尝试或者补充. 这样可避免气动信息由频域向时域转化,而这种转化可能会花费较大的精力.

## 5 结 论

本文利用流线型桥梁 Messina Straits 桥的基本气动数据,主要是三分力系数及其在零攻角

时的导数值,分析了节断模型的气动中心、转速以及攻角对颤振导数的影响,并给出了 Messina Straits 桥梁断面在零攻角时的颤振导数的解析表达式。通过参数研究的方法,不仅揭示了颤振导数之间存在着一定的内在联系,还分析了影响颤振导数的几个因素,从而从另一种角度表明,作者在文献[6-7]中推导出的柔性桥梁节断模型的半解析颤振导数表达式,对于流线型桥梁断面的风工程分析是适用的。可以说在某种情况下,作者研究的半解析颤振导数的表达式是对风工程分析的有益的尝试和补充。

致谢 本文研究得到同济大学曹志远教授的悉心指导,在此表示衷心感谢!

### [参 考 文 献]

- [1] Scanlan R H, Tomko John J. Airfoil and bridge deck flutter derivatives[J]. Proc ASCE, 1971, **97** (EM6): 1717-1737.
- [2] Jain A, Jones N P, Scanlan R H. Coupled flutter and buffeting analysis of long-span bridges[J]. J Struct Eng, 1996, **122**(7): 716-715.
- [3] Jain A, Jones N P, Scanlan R H. Fully coupled buffeting analysis of long span bridges[A]. In: Proc 9th Internat Conf Wind Engineering[C]. New Delhi, 1995, 962-971.
- [4] Simiu Emil, Scanlan R H. 风对结构的相互作用——风工程导论[M]. 刘尚培, 项海帆, 谢霖明译. 上海: 同济大学出版社, 1992, 173-175.
- [5] 徐旭. 柔性桥梁颤振导数相互关系的参数分析(I)[J]. 应用数学和力学, 2009, **30**(2): 229-237.
- [6] 徐旭, 曹志远. 柔长结构气固耦合的线性与非线性气动力学理论[J]. 应用数学和力学, 2001, **22** (12): 1299-1308.
- [7] XU Xu, CAO Zhi-yuan. New expressions of nonlinear aerodynamic forces in civil engineering[A]. In: Proceedings of the 3rd Internat Conf on Nonlinear Mech (ICNM-III)[C]. Shanghai: Shanghai University Press, 1998, 396-401.
- [8] Larose G L, Livesey F M. Performance of streamlined bridge decks in relation to the aerodynamics of a flat plate[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, **69/71**: 851-860.
- [9] Scanlan R H, Jones N P, Singh L. Inter-relation among flutter derivatives[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, **69/71**: 829-837.
- [10] Matsumoto M, Niihara Y, Kobayashi Y, et al. Flutter mechanism and its stabilization of bluff bodies[A]. In: Proc 9th Internat Conf Wind Engineering[C]. New Delhi, 1995, 827-838.
- [11] 徐旭, 曹志远. 动耦合扭转非线性振动的稳定性分析[J]. 非线性动力学学报, 1999, **6**(3): 228-234.
- [12] Brito J L V, Riera J D. Aerodynamic instability of cylindrical bluff bodies in non-homogeneous flow[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1995, **57**(1): 81-96.
- [13] Bohm V F. Berechnung nichtlinearer aerodynamisch erregter Schwingungen von Hangebrücken[J]. Der Stahlbau, 1969, **38**(heft7): 207-215.

## Parametric Studies on the Relationships of Flutter Derivatives of Slender Bridge ( II )

XU Xu

( Department of Civil Engineering , Shanghai University ,  
Shanghai 200072, P. R. China )

**Abstract:** Based on the curves fitting of coefficients of three component forces of Messina Straits bridge, and the semi-analytical expressions of flutter derivatives of flexible structure provided by the author(XU Xu, CAO Zhi-yuan. Linear and nonlinear aerodynamic theory of interaction between flexible long structure and wind. Applied Mathematical and Mechanics, 2001, 22(12): 1299-1308. ), the changing of flutter derivatives of slender bridge cross-section with its aerodynamic center, rotational speed and angles variation was researched by parametric method. Not only comparison the calculated results of flutter derivatives with the tested ones were investigated, but also the expressions of flutter derivatives of Messina Straits bridge were formulated. The intrinsic relations existing in flutter derivatives were validated once again. It is showed that the influences of rotational speed on flutter derivatives can not be ignored; so it is really a supplementary and trial way to use the semi-analytical method to analyze flutter derivatives of the bridge with streamlined cross-section for getting its aerodynamic information.

**Key words:** flutter derivative; slender bridge; parametric analysis