

文章编号: 1000-0887(2003) 11-1157-06

一个过渡混沌吸引子的单参数 采样数据反馈控制*

陆君安¹, 谢 进¹, 吕金虎², 陈士华¹

(1. 武汉大学 数学与统计学院, 武汉 430072;

2. 中国科学院 数学与系统科学研究院 系统科学研究所, 北京 100080)

(刘曾荣推荐)

摘要: 针对最新提出的一个过渡混沌吸引子, 提出了一种单参数采样数据反馈控制器。首先, 用给定的频率采样, 得到过渡混沌系统的采样输出。然后, 用这个采样输出作为控制信号, 通过一个反馈子系统将这个过渡混沌系统控制到原点。数值试验表明, 这种反馈控制具有简单易于操作的特点。

关键词: 采样数据反馈; 过渡混沌系统; 控制

中图分类号: O545; O231 文献标识码: A

引 言

近来, 在分析和理解混沌的研究基础上, 逐渐演化出一个新的发展方向: 控制和利用混沌。从广义上说, 混沌控制可分为两类^[1]: 一种是抑制混沌动力学性质, 另一种是产生或加强混沌动力学性质, 后者即所谓的混沌反控制^[1~2]。目前, 文献中已经提出了许多混沌控制的方法和技巧^[1~13]。常见的有: OGY 方法^[4, 13], 微分几何方法^[5], 逆最优控制^[6], 叠代设计^[7], 线性反馈控制^[8], 采样数据反馈控制^[9~10]以及超混沌直线控制^[11~12]等。

1963 年, Lorenz 在一个简单的三维自治系统中发现了第一个混沌吸引子^[14]。直到最近, 它的存在性才在数学上得到严格的证明^[15]。1999 年, 陈关荣教授发现了一个类似的混沌吸引子^[16]。根据 Vaněček 和 Čelikovský 在 1996 年提出的一个临界条件^[17], Lorenz 系统满足条件 $a_{12}a_{21} > 0$, 而陈系统满足条件 $a_{12}a_{21} < 0$, 它们从某种意义上可以看成是互为对偶系统。最近, 吕金虎和陈关荣又发现了一个新的混沌吸引子^[18, 19], 它满足条件 $a_{12}a_{21} = 0$, 因此它填补了 Lorenz 系统和陈系统之间的空隙。有人称之为 Lü 吸引子^[20]。

我们已经指出这个新的吸引子是介于 Lorenz 吸引子和陈吸引子之间的一个过渡吸引子^[19~21]。因此, 研究和控制这个新的混沌系统是一件十分有意义的事情。本文提出了这一

* 收稿日期: 2001_08_13; 修订日期: 2003_07_19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50209012); 中国博士后科学基金资助项目(32 批); 中国科学院王宽诚博士后科学基金资助项目

作者简介: 陆君安(1945—), 男, 浙江宁波人, 教授, 博士生导师(E-mail: jalu@wuhee.edu.cn)。

新的吸引子的单参数采样数据反馈控制方法。采样数据反馈控制的一般方法是:从吸引子的状态变量采样,经控制器得到离散的控制信号,再保持反馈给混沌系统作为控制输入。这样能有效地使混沌系统控制到原点。本文所构造的控制器仅一个参数,十分简单,并且给出了一致渐进稳定的参数区间,便于操作。数值试验表明这种反馈控制器是非常有效的。

1 过渡混沌系统

最近,在混沌反控制的研究过程中,吕金虎和陈关荣教授发现了一个新的混沌系统^[18],称为 Lü 系统^[20]。这个过渡系统起源于 Lorenz 系统,其动力学的非线性微分方程如下:

$$\dot{x} = a(y - x), \dot{y} = -xz + cy, \dot{z} = xy - bx \quad (1)$$

当参数取值为 $a = 36, b = 3, c = 20$ 时,上述系统有一个如图 1 的混沌吸引子。这个过渡吸引子连接著名的 Lorenz 吸引子和陈吸引子,并且代表了它们之间的相互转换。同时,对这个过渡系统的深入研究,有利于理解所有类似和相关的混沌系统。

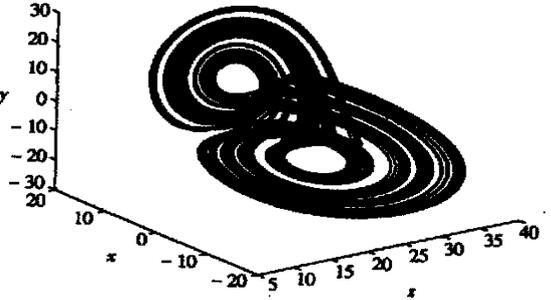


图 1 过渡混沌吸引子

2 采样数据反馈控制

考虑如下混沌系统:

$$\dot{X} = F(X), \quad (2)$$

其中, $X \in R^n$ 是状态变量, $F: R^n \rightarrow R^n$ 是非线性函数并且满足 $F(0) = 0$ 。则受控的混沌系统为:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = F(X(t)) + BU(k), \\ U(k+1) = CU(k) + DX(k). \end{cases} \quad (t \in [k\Delta, (k+1)\Delta]; k = 0, 1, 2, \dots) \quad (3)$$

其中, $U \in R^m, B \in R^{n \times m}, C \in R^{m \times m}, D \in R^{m \times n}, t \in R^+$; k 是控制器的时钟信号 ($k = 0, 1, 2, \dots$); 离散时间序列 $X(k)$ 是 $t = k\Delta$ 时刻的采样值, $\Delta > 0$ 是采样区间。显然, $(X, U) = (0, 0)$ 是系统(3)的平衡点。当系统(3)的系数矩阵的特征值的实部非零时,平衡点的渐近稳定性完全取决于下列相关线性系统的平凡解的性质:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX + BU(k), \\ U(k+1) = CU(k) + DX(k). \end{cases} \quad (t \in [k\Delta, (k+1)\Delta]; k = 0, 1, 2, \dots) \quad (4)$$

其中 $A \in R^{n \times n}$ 为

$$A \equiv \partial F(0)/\partial X \quad (5)$$

根据文献[9],我们有如下一致渐进稳定的充分条件:

定理 1 假定 $F \in C^1[R^n, R^n]$, 并且 A 是非奇异的, 如果矩阵

$$T \equiv \begin{bmatrix} e^{A\Delta} & A^{-1}(e^{A\Delta} - I)B \\ D & C \end{bmatrix} \quad (6)$$

的谱半径小于 1, 即 $\rho(T) < 1$, 则受控混沌系统(3)的平衡点 $(X, U) = (0, 0)$ 是一致渐进稳定的。

3 过渡吸引子的采样数据反馈控制

在这节,我们将设计一个采样数据反馈控制器,它能够驱使过渡混沌吸引子迅速到达原点。

假定受控的过渡系统为

$$\begin{cases} \dot{X} = F(X) + BU(k), \\ U(k+1) = CU(k) + DX(k). \end{cases} \quad (t \in [k\Delta, (k+1)\Delta]; k = 0, 1, 2, \dots) \quad (7)$$

其中 $U(k) = [u_1(k), u_2(k), u_3(k)]^T$, $B \in R^{3 \times 3}$, $C \in R^{3 \times 3}$, $D \in R^{3 \times 3}$ ($t \in R^+$)

为了使控制器尽量简单,易于操作,我们取 $u_1(k) = u_3(k) = 0, u_2(k) \neq 0, b_{22}, c_{22}, d_{22} \neq 0$, 其余参数均为零. 于是系统(7)变为

$$\begin{cases} \dot{x} = 36(y - x), \dot{y} = -xz + 20y + b_{22}u_2(k), \\ \dot{z} = xy - 3z, u_2(k+1) = c_{22}u_2(k) + d_{22}y(k). \end{cases} \quad (8)$$

因此,平衡点相关的线性方程

$$\begin{cases} \dot{x} = 36(y - x), \dot{y} = 20y + b_{22}u_2(k), \\ \dot{z} = -3z, u_2(k+1) = c_{22}u_2(k) + d_{22}y(k). \end{cases} \quad (9)$$

的稳定性完全决定了系统(8)的平衡点 $(x, y, z, u_2) = (0, 0, 0, 0)$ 的一致渐进稳定性.

根据定理 1, 矩阵(6)为

$$T \equiv \begin{bmatrix} e^{A\Delta} & A^{-1}(e^{A\Delta} - I)B \\ D & C \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} -36 & 36 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

选取 $\Delta = 2 \times 10^{-3}, b_{22} = 1, d_{22} = -1$, 通过大量的数值计算,我们得到矩阵 T 的特征值和谱半径见表 1.

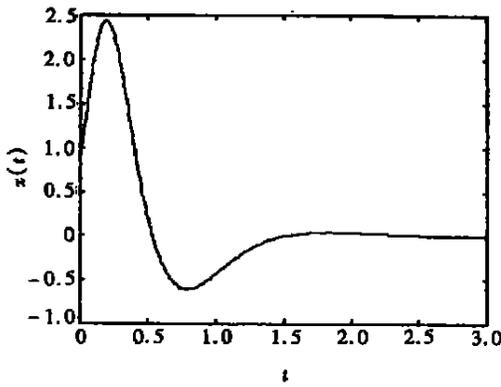
表 1 矩阵 T 的特征值 $\lambda(T)$ 的谱半径 $\rho(T)$

| C_{22} | $\lambda(T)$ | | | | | | $\rho(T)$ |
|----------|--------------|------------------|---------|---------|---|---|-----------|
| 0.930 0 | 0.930 5 | 1.017 5 | 0.953 3 | 0.994 0 | 0 | 0 | 1.017 5 |
| 0.950 0 | 0.930 5 | 1.000 0 | 0.990 8 | 0.994 0 | 0 | 0 | 1.000 0 |
| 0.951 0 | 0.930 5 | 0.995 9+0.004 9i | 0.994 0 | 0.994 0 | 0 | 0 | 0.995 9 |
| 0.955 0 | 0.930 5 | 0.997 9+0.014 1i | 0.994 0 | 0.994 0 | 0 | 0 | 0.998 0 |
| 0.958 0 | 0.930 5 | 0.999 4+0.018 1i | 0.994 0 | 0.994 0 | 0 | 0 | 0.999 6 |
| 0.958 5 | 0.930 5 | 0.999 7+0.018 6i | 0.994 0 | 0.994 0 | 0 | 0 | 0.999 8 |
| 0.958 7 | 0.930 5 | 0.998 8+0.018 8i | 0.994 0 | 0.994 0 | 0 | 0 | 0.999 9 |
| 0.958 8 | 0.930 5 | 0.999 8+0.018 9i | 0.994 0 | 0.994 0 | 0 | 0 | 1.000 0 |
| 0.959 0 | 0.930 5 | 0.999 9+0.019 2i | 0.994 0 | 0.994 0 | 0 | 0 | 1.000 1 |
| 0.959 5 | 0.930 5 | 1.000 2+0.019 7i | 0.994 0 | 0.994 0 | 0 | 0 | 1.000 3 |

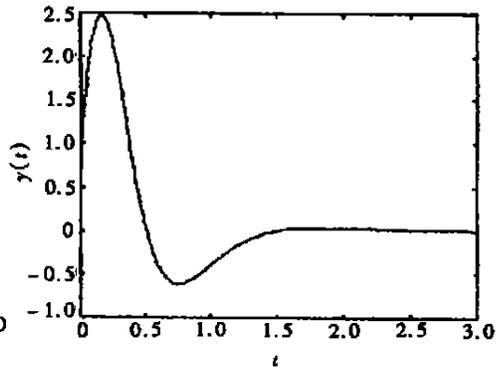
根据文献[22],我们有特征方程的连续依赖性定理为:

定理 2 对任意给定的 $\sigma > 0$, 存在 $\eta > 0$ 以及

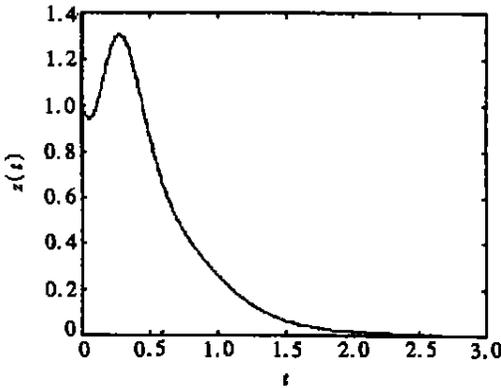
$$f(\lambda) = \det(M - A) = 0, \quad \phi(\varepsilon, \lambda) = \det(M - A - \varepsilon B) = 0,$$



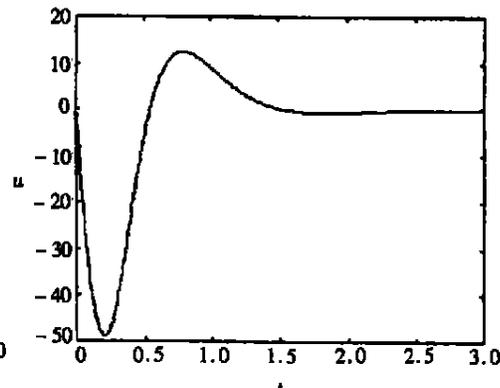
(a) 受控状态变量 $x(t)$



(b) 受控状态变量 $y(t)$



(c) 受控状态变量 $z(t)$



(d) 控制信号 $u(t)$

图2 用单参数采样数据反馈控制器驱使过渡混沌吸引子到原点 ($c_{22} = 0.951$)

使得: 若 $|\varepsilon| < \eta$, 则 $|\tilde{\lambda}_k - \lambda_k| < (2n - 1)\sigma$,

其中 A 为 n 阶方阵, λ 为矩阵 A 的特征值, $\tilde{\lambda}$ 为矩阵 $A + \varepsilon B$ 的特征值, εB 是扰动矩阵, $|\tilde{\lambda}_k - \lambda_k|$ 是 λ_k 的扰动.

定理2 提供了分析特征值依赖于控制参数 c_{22} 的依据. 根据表1, 若 $c_{22} \in [0.9510, 0.9587]$, 控制参数为:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

则采样数据反馈控制器就能将过渡吸引子迅速地控制到原点.

图2~ 图4 说明, 采样数据反馈控制信号能够迅速的将过渡吸引子控制到原点. 在图2

和图3 中, $c_{22} = 0.951$, 受控状态变量以大阻尼振动方式渐近趋于原点; 而图4 中, $c_{22} = 0.958$, 表现出受控制状态变量以小阻尼振动方式渐近趋于原点, 在相图中为螺旋方式渐近地趋

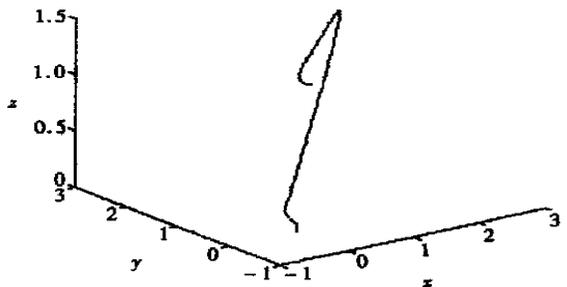
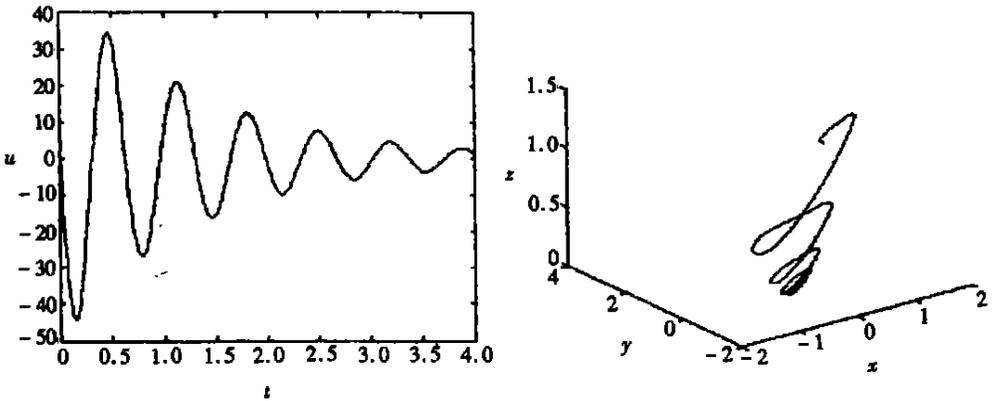


图3 受控过渡系统的相图

(a) 控制信号 $u(t)$

(b) 受控过渡系统的相图

图 4 用单参数采样数据反馈控制器驱使过渡混沌吸引子到原点 ($c_{22} = 0.958$)

于原点。

大量的数值实验还表明,控制参数 c_{22} 的稳定区域依赖于 Δ 。当 $\Delta = 2 \times 10^{-4}$ 时,过渡吸引子的控制参数 c_{22} 的稳定区域为 $[0.951, 0.995]$ 。类似地,当 $\Delta = 2 \times 10^{-3}$ 时, Lorenz 吸引子和陈吸引子的控制参数 c_{22} 的稳定区域分别为 $[0.966, 0.997]$ 和 $[0.953, 0.972]$ 。

4 结 论

本文针对新近发现的过渡混沌吸引子提出了一种单参数的采样数据反馈控制方法。这种反馈控制器能在控制参数范围内有效的将过渡吸引子控制到原点。由于数字控制器比模拟控制器使用更方便,数字控制器在工业生产中得到了广泛应用。混沌系统的数字控制器的设计是非常有趣和富有潜力的。此外,由于对过渡吸引子的研究和控制有助于分析和理解所有类似的相关混沌系统,它的控制等问题值得深入研究。

[参 考 文 献]

- [1] Chen G, Dong X. From Chaos to Order: Perspectives, Methodologies and Applications [M]. Singapore: World Scientific Press, 1998.
- [2] 吕金虎, 陆君安, 陈士华. 混沌时间序列分析及其应用 [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002.
- [3] 陈士华, 陆君安. 混沌动力系统初步 [M]. 武汉: 武汉水利电力大学出版社, 1998.
- [4] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos [J]. Phys Rev Lett, 1990, **64**(11): 1196—1199.
- [5] Fuh C C, Tung P C. Controlling chaos using differential geometric method [J]. Phys Rev Lett, 1995, **75**(16): 2952—2955.
- [6] Sanchez E N, Perez J P, Martinez M, et al. Chaos stabilization: an inverse optimal control approach [J]. Latin Amer Appl Res, 2002, **32**(1): 111—114.
- [7] LÜ Jin_hu, ZHANG Suo_chun. Controlling Chen's chaotic attractor using backstepping design based on parameters identification [J]. Phys Lett A, 2001, **286**(2/3): 148—152.
- [8] LÜ Jin_hu, ZHOU Tian_shou, ZHANG Suo_chun. Controlling Chen's chaotic attractor using feedback function based on parameters identification [J]. Chinese Physics, 2002, **11**(1): 12—16.
- [9] Yang T, Chua L O. Control of chaos using sampled_data feedback control [J]. Int J Bifurcation and Chaos, 1998, **8**(12): 2433—2438.
- [10] Guo S M, Shieh L S, Chen G, et al. Ordering chaos in Chua's circuit: a sampled data feedback and

- digital redesign approach[J]. *Int J Bifurcation and Chaos*, 2000, **10**(9): 2221—2231.
- [11] YANG Ling, LIU Zeng_rong, MAO Jian_min. Controlling hyperchaos[J]. *Phys Rev Let*, 2000, **84**(1): 67—70.
- [12] MAO Jian_min, LIU Zeng_rong, YANG Ling. Straight_line stabilization[J]. *Phys Rev E*, 2000, **62**(4): 4846—4849.
- [13] 杨凌, 刘曾荣. OGY 方法的改进和证明[J]. *应用数学和力学*, 1998, **19**(1): 1—9.
- [14] Lorenz E N. Deterministic non_periodic flows[J]. *J Atmos Sci*, 1963, **20**(1): 130—141.
- [15] Stewart I. The Lorenz attractor exists[J]. *Nature*, 2000, **406**(6799): 948—949.
- [16] Chen G, Ueta T. Yet another chaotic attractor[J]. *Int J Bifurcation and Chaos*, 1999, **9**(7): 1465—1466.
- [17] Varěček A, Čelikovský S. *Control Systems: From Linear Analysis to Synthesis of Chaos* [M]. London: Prentice_Hall, 1996.
- [18] LÜ Jin_hu, CHEN Guan_rong. A new chaotic attractor coined[J]. *Int J Bifurcation and Chaos*, 2002, **12**(3): 659—661.
- [19] LÜ Jin_hu, CHEN Guan_rong, ZHANG Suo_chun. Dynamical analysis of a new chaotic attractor[J]. *Int J Bifurcation and Chaos*, 2002, **12**(5): 1001_1015.
- [20] 周志明. 一个新的混沌反控制模型——Lu 系统[J]. *咸宁师专学报*, 2002, **22**(3): 19—21.
- [21] LÜ Jin_hu, CHEN Guan_rong, CHENG Dai_zhan, et al. Bridge the gap between the Lorenz system and the Chen system[J]. *Int J Bifurcation and Chaos*, 2002, **12**(12): 2917—2926.
- [22] Wilkinson J. *The Algebraic Eigenvalue Problem* [M]. Oxford: Clarendon Press, 1965.

Control Chaos in Transition System Using Sampled Data Feedback

LU Jun_an¹, XIE Jin¹, LÜ Jin_hu², CHEN Shi_hua¹

(1. School of Mathematics and Statistics, Wuhan University, Wuhan 430072, P. R. China;

2. Institute of Systems Science, Academy of Mathematics and System Sciences,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, P. R. China)

Abstract: The method for controlling chaotic transition system was investigated using sampled data. The output of chaotic transition system was sampled at a given sampling rate, then the sampled output was used by a feedback subsystem to construct a control signal for controlling chaotic transition system to the origin. Numerical simulations are presented to show the effectiveness and feasibility of the developed controller.

Key words: sampled data feedback; transition system; control