

文章编号: 1000-0887(2003) 11-1163\_07

# 碰摩转子中弯扭耦合作用的影响分析<sup>\*</sup>

孙政策<sup>1,2</sup>, 徐健学<sup>1</sup>, 周 桐<sup>1</sup>, 谭 宁<sup>1</sup>

(1. 西安交通大学 机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049;

2. 复旦大学 力学系, 上海 200433)

(陈予恕推荐)

**摘要:** 建立了一碰摩转子的弯扭耦合数学模型, 应用非线性动力学现代理论和一未考虑弯扭耦合的数学模型的动态响应特征进行比较后发现, 两类情况下系统都出现了周期、混沌和加周期等非线性动力学现象。虽然两类方程分岔图的变化过程基本相同, 但扭转作用的具体影响却不容忽视。这些结果对以后分析转子碰摩现象有一定的参考价值。

**关键词:** 碰摩; 弯扭耦合; 混沌; 周期加

**中图分类号:** O545      **文献标识码:** A

## 引 言

在电站大功率汽轮发动机、飞机的燃气涡轮发动机等旋转机械中, 转子的运行状况对系统的动态性能起着决定性的作用, 其产生的故障也成为人们关注的重点。

转子和定子之间的碰撞现象是旋转机械经常发生的故障之一, 由于其现象的复杂性受到国内外许多学者的关注。Yamamoto<sup>[1]</sup> 在研究带间隙转子的动力学行为时发现了突跳现象。

Ehrich<sup>[2]</sup> 在考虑理想碰撞的条件下, 从一高速透平机械中观察到八阶和九阶亚谐响应, Goldman<sup>[3]</sup> 利用解析和数值相结合的方法对碰摩转子的超临界亚谐振动响应进行了研究, 等等。

以前这些研究工作中, 由于碰摩转子本身的复杂性, 人们侧重考虑的是由于转子偏心导致转轴弯曲后, 转子和定子发生的碰摩现象。这种假设为人们深入认识这种故障的复杂动力学行为提供了有力的工具, 得到了许多有用结果, 同时会因存在不确定的因素而得到与现实有一定差异的结果。事实上, 转子特别是大型轻质多跨转子系统, 如汽轮发电机组轴系, 在发生碰撞现象时, 由于同时受到周向力和径向力的作用, 同时存在着弯曲振动和扭转振动, 它们都与系统的参数和状态有关, 如果在进行碰摩分析时, 仅考虑到弯曲振动响应而忽略扭转振动响应, 多少都会与实际系统产生一定的偏差。任福春<sup>[4]</sup>、夏伯乾<sup>[5]</sup> 和李舜酩<sup>[6]</sup> 等也注意了这种现象, 而且得到了一定的有效结果。本文利用混沌分岔理论, 通过和一不考虑弯扭耦合作用的数学模型比较后, 分析了扭转作用对转子碰摩特征的影响, 对进一步准确诊断这一故障提供了理论依据。

\* 收稿日期: 2002\_01\_25; 修订日期: 2003\_06\_25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19972051, 重大 19990510); 中国及上海博士后科学基金资助项目

作者简介: 孙政策(1971—), 男, 陕西咸阳人, 博士(E-mail: szc1111@263.net)。

## 1 转子数学模型的建立

本文研究的对象是一简单的 Jeffcott 转子,如图 1 所示:有单点质量的偏心转盘被固定在一无质量的转轴上,转子具有两个自由度。

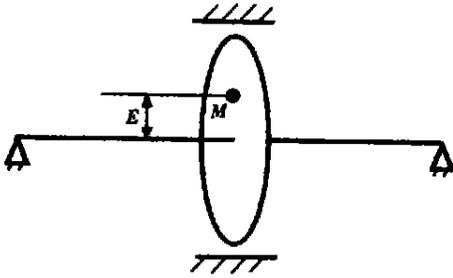


图 1

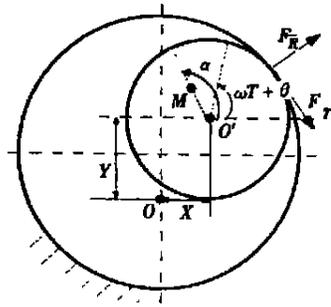


图 2

转子的受力情况可根据定子和转子是否碰撞分为两个阶段:碰撞前,由于转盘质量偏心引起转轴弯曲,从而对转子产生弹性恢复力作用;碰撞时,系统除在碰撞面的法向受到转轴的弹性恢复力和碰撞时定子变形所产生的弹力恢复力作用外,转子还受到一切向碰撞力作用。假定其它力相对碰撞力而言很小,可以忽略不计。这里由于碰撞发生的时间非常短,因此可忽略碰撞过程中物体的位移,同时可认为定子的变形为线性变形,这样转子系统在径向其实受到一双线性弹簧力的作用。

转子在转动时受力状态如图 2,在转动初始状态时,转子中心处于  $O$ , 以其坐标原点,它与定子中心的距离为  $\Delta$ 。假设转子在  $T$  时刻与定子碰撞,根据图 2 可得以下方程:

$$R = [(Y - \Delta)^2 + X^2]^{1/2},$$

当  $R < R_0$

$$F_R = RK_1,$$

$$F_X = -F_R X/R,$$

$$F_Y = F_R(Y - \Delta)/R + \Delta K_1;$$

当  $R > R_0$

$$F_R = R_0 K_1 + (R - R_0) K_2,$$

$$F_T = (R - R_0) K_2 \mu,$$

$$F_X = F_T(Y - \Delta)R - F_R X/R,$$

$$F_Y = F_T X/R + F_R(Y - \Delta)/R + \Delta K_1.$$

转子的运动微分方程为:

$$M \frac{d^2 X}{dT^2} + C_L \frac{dX}{dT} = ME \left[ \left[ \Omega + \frac{d\theta}{dT} \right]^2 \cos(\Omega T + \theta(T) + \alpha) + \frac{d^2 \theta}{dT^2} \sin(\Omega T + \theta(T) + \alpha) \right] - F_X,$$

$$M \frac{d^2 Y}{dT^2} + C_L \frac{dY}{dT} = ME \left[ \left[ \Omega + \frac{d\theta}{dT} \right]^2 \sin(\Omega T + \theta(T) + \alpha) - \frac{d^2 \theta}{dT^2} \cos(\Omega T + \theta(T) + \alpha) \right] - F_Y,$$

$$J \frac{d^2\theta}{dT} + C_T \frac{d\theta}{dT} + K_T\theta(T) = -\alpha F_T$$

由上式可以看出, 如果认为转子不发生扭转, 即假设扭转角度  $\theta = 0$ , 方程则成为刘献栋等人在文[7]中提出的碰摩转子数学模型, 这也说明了本文建立的方程是一更为普通的碰摩数学模型。文中通过对两类数学模型比较来说明扭转对碰摩转子动态性能的影响。

为了方便系统的研究, 通过以下假设和参数规范化对系统进行化简。首先把阻尼转化为相对于刚度  $K_2$  下的线性系统临界阻尼的阻尼比:

$$\zeta_l = C_L / [2(K_2 M)^{1/2}],$$

$$\zeta_t = C_T / [2(K_T J)^{1/2}]$$

非线性刚度通过双线性弹簧的刚度比来刻画:

$$\beta = K_1 / K_2$$

当  $\beta = 1$  时系统为线性, 旋转速度和时间可通过这个线性系统的自然频率进行无量纲化:

$$\Omega_2 = (K_2 / M)^{1/2}$$

因此:

$$\Omega_2 T = t, \quad \Omega / \Omega_2 = \omega$$

所有的坐标和实际尺寸通过转盘质量偏心  $E$  无量纲化, 有下式:

$$X/E = x, \quad Y/E = y, \quad \Delta/E = \delta, \quad R/E = r, \quad R_0/E = r_0$$

弹簧作用力通过  $K_2 E$  无量纲化:

$$F_R / (K_2 E) = f_r, \quad F_T / (K_2 E) = f_t, \quad F_X / (K_2 E) = f_x, \quad F_Y / (K_2 E) = f_y,$$

式中极转动惯量  $J$ , 无质量各向同性线弹性轴的扭转刚度系数  $K_T$ , 圆盘偏心角为  $\alpha$ , 圆盘绕惯性轴的扭转角位移  $\theta$ ,  $R, r$  为转子中心相对于定子中心的径向距离,  $M$  为转子质量,  $C_L, \zeta_l$  为径向阻尼系数,  $C_T, \zeta_t$  为扭转阻尼系数,  $R_0, r_0$  为定子半径,  $T, t$  为时间,  $X, x$  为旋转中心坐标,  $Y, y$  为旋转中心的垂直坐标,  $\beta$  为非线性刚度,  $\Delta, \delta$  为初始时垂直方向上的轴心偏移,  $E$  为质量偏心距离,  $\Omega, \omega$  为转子转速,  $\Omega_2$  为线性刚度系统的自然频率,  $K_1$  为间隙内转子所受刚度,  $K_2$  为间隙外总的支撑刚度,  $K_T$  为扭转刚度,  $F_R, f_r$  为径向作用力,  $F_T, f_t$  为切向碰摩力,  $F_X, f_x$  为水平方向作用力,  $F_Y, f_y$  为垂直方向作用力,  $\omega_0$  为转子在垂直方向上的自然频率。

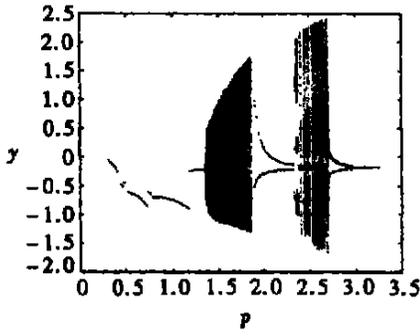
得到转子的无量纲运动方程后, 转化为  $\dot{u} = f(u)$  形式的一阶微分方程组, 用变步长龙格-库塔法对方程进行数值积分, 计算  $x$  和  $y$  在固定间隙、偏心距和不同转速下随时间的变化。

## 2 计算结果分析

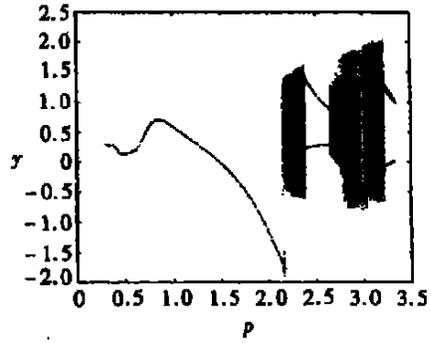
计算结果是以分岔图、Poincaré 截面投影、功率谱图及转子轴心轨迹图的形式表示。

转速是影响系统运动特性的主要因素。图3是以转速比  $p$  为控制参数的系统分岔图, 其中图3(a)没有考虑扭转作用的影响, 仅考虑转轴的弯曲作用, 而图3(b)则反之, 同时考虑到两者的共同作用。转速比  $p = \omega / \omega_0$  为转子转速与其垂直方向上自然频率的比值, 其中  $\beta = 0.05$ ,  $\mu = 0.09$ ,  $\xi_1 = 0.05$ , 扭转阻尼  $\xi_2 = 0.1$ ,  $p$  取值范围都为 0.3 到 3.3, 取值间隔是 0.01。

首先观察两者基本特征注意到: 随着速度的逐步增加, 它们开始的响应都表现为周期一, 接着都经过一个混沌区转变为周期二, 这个周期区域维持了一定的参数期间后, 它们又都经过一个带有周期窗口的混沌带转化为周期三。由于分岔图中周期三的其中两个点相距比较近, 所以其中两条线的分界不是很清楚。这种周期加现象作为碰摩运动的特征被许多文章提到过, 孙政策、徐健学<sup>[8]</sup>在对碰摩转子研究中专门提到了这种现象。通过进一步的分析和观察,



(a)



(b)

图3

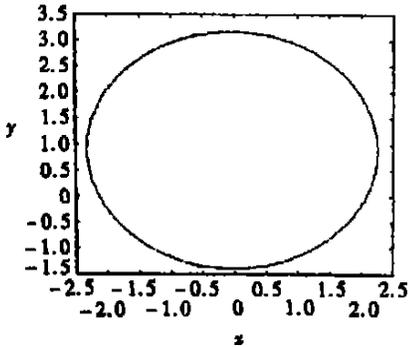
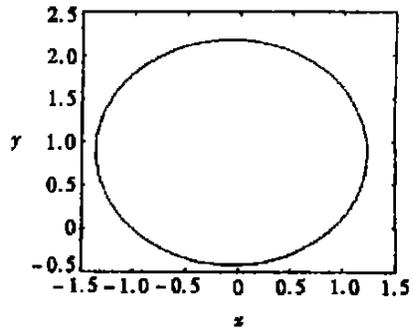
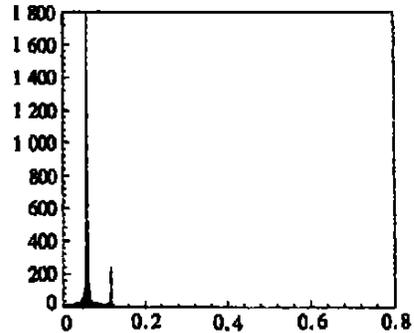
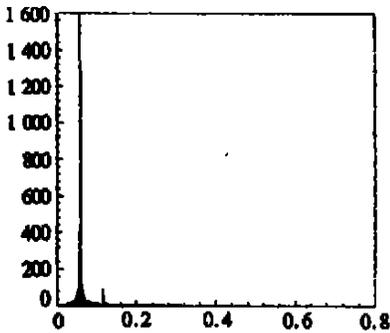
(a)  $p = 1.0$ (b)  $p = 1.0$ 

图4



实际上这两图的还是有较大的区别。首先,图 3(b) 相对于图 3(a), 纵坐标方向的振动区域比较大, 这个主要是由于轴的弯曲振动和扭转振动耦合的作用。再者, 图 3(a) 中周期一运动的参数区间从 0.3 延续到 1.3 左右, 且出现多次突跳现象, 而图 3(b) 中周期一运动的参数区间从 0.3 延续到 2.2 左右, 同时也没有出现突跳现象, 表现了更好的稳定性。图 4(a)、(b) 分别是  $p = 1.0$  时不考虑和考虑扭转作用的轴心轨迹图和功率谱分析, 两种情况下的功率谱图虽然都有两个相同的频率成分, 即一倍频和二倍频。一倍频的幅值的大小基本相同, 但弯扭耦合状态下的二倍频成分明显增大。随着转速的增大, 两个分岔图都进入第一个混沌频带。首先, 从两个混沌位置可以看到, 由于扭转作用的影响, 图 3(b) 中的混沌区域相对于图 3(a) 的区域有一定的后向推移, 两个混沌区域中各选一速度参量分别是  $p = 1.7$  和  $p = 2.3$ , 因为轴心轨迹处



转因素情况下的 Poincaré 截面图和功率谱分析, 对应的参数分别是  $p = 2.65$  和  $p = 2.8$ , 与图 5 情况类似, 各自呈现不同的混沌吸引子形状, 功率谱分析中呈现连续的频率成分。

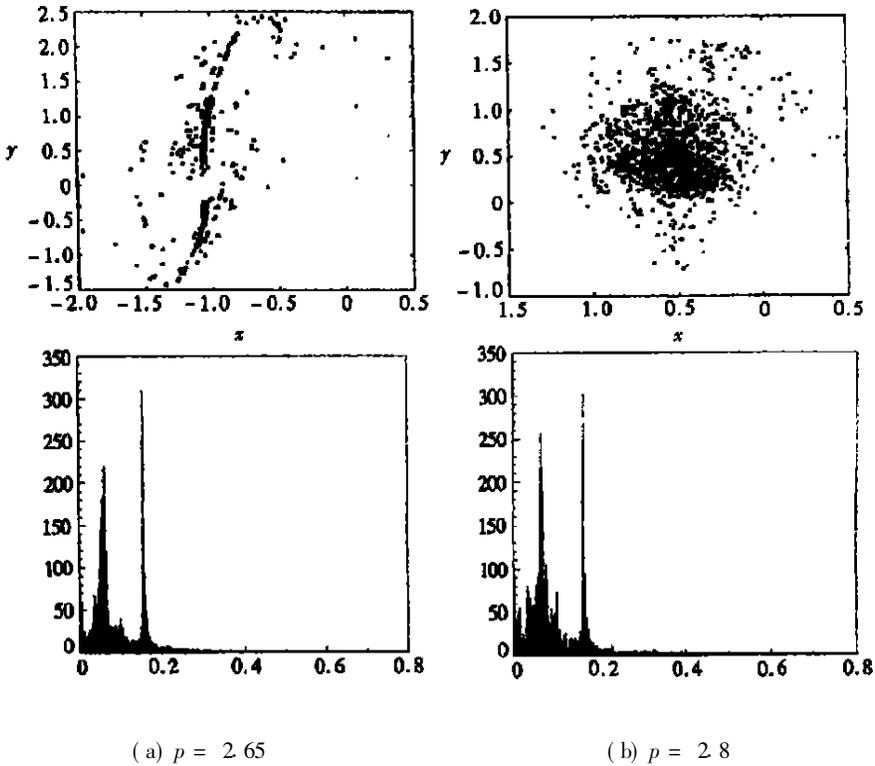


图 7

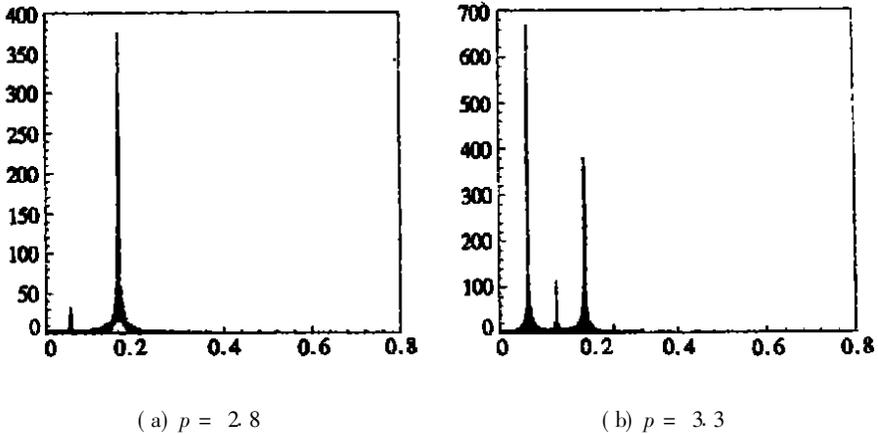


图 8

经过了这个混沌区域, 转速进一步提高, 系统分别又回到了周期运动状态, 如图 8(a)、(b) 分别为考虑和不考虑扭转作用的谱分析图。在图 8(a) 中仅有两频率成分, 且低频成分的幅值比较小。而在考虑扭转作用的图 8(b) 中, 不仅低频成分的幅值大大增大, 同时, 在低频和高频之间产生了一个新的频率成分。同样的周期三, 考虑扭转作用时, 因为分频幅值增大, 肯定会使系统的碰撞强度加大。

综合上面的分析可以看到, 在考虑了扭转作用的影响以后, 系统分岔图虽然保持着原有的基本运动特征, 如文中提到的周期加一现象, 但详加分析后发现, 扭转作用对系统运动特征的

影响不容忽视。

### 3 结 论

本文应用非线性动力学现代理论对一转子系统的碰摩特征进行了分析。通过对是否考虑扭转作用影响两类情况的结果比较后发现: 两类情况下, 系统都出现了出现周期、混沌和加周期等非线性动力学现象, 而且两类方程分岔图的运动过程基本相同。但进一步的比较后发现, 扭转作用的具体影响却不容忽视, 在许多情况下, 它都促使低频成分和高频率成分的幅值增加, 或者产生新的频率成分。这些结果对我们以后准确分析转子碰摩现象和改善转子动力学行为有相当的参考价值。

#### [参 考 文 献]

- [1] Yamamoto T T. On critical speeds of a shaft[J]. Memoirs of the Faculty of Engineering, Nagoya University (Japan), 1954, 6(2): 211.
- [2] Ehrich F F. Some observations of chaotic vibration phenomena in high speed rotor dynamics[J]. ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 1991, 113(1): 50—57.
- [3] Goldman P, Muszynska A. Dynamic effects in mechanical structures with gaps and impacting[J]. Order and Chaos, 1994, 116(4): 541—547.
- [4] 任福春, 杨昆. 不平衡转子振动的动力耦合分析[J]. 汽轮机技术, 1997, 13(1): 33—37.
- [5] 夏伯乾, 虞烈, 谢友柏. 齿轮\_转子\_轴承系统弯扭耦合振动模型研究[J]. 西安交通大学学报, 1997, 31(2): 93.
- [6] 李舜酩, 李香莲. 碰摩转子弯扭耦合振动特性分析[J]. 机械科学与技术, 2000, 19(1): 1.
- [7] 刘献栋, 李其汉. 转静件碰摩模型及不动中转子局部碰摩的混沌特性[J]. 航空动力学学报, 1998, 13(4): 361.
- [8] 孙政策, 徐健学, 龚璞林. 转子系统碰摩行为的研究[J]. 振动工程学报, 2000, 13(3): 474.

## Study on Influence of Bending Torsion Coupling in an Impacting rub Rotor System

SUN Zheng\_ce<sup>1, 2</sup>, XU Jian\_xue<sup>1</sup>, ZHOU Tong<sup>1</sup>, TAN Ning<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Mechanical Structural Strength and Vibration,  
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, P. R. China;

2. Department of Mechanics, Fudan University, Shanghai 200433, P. R. China)

**Abstract:** A mathematical model of an impacting rub rotor system with bending torsion coupling was established. It was compared with the model without bending torsion coupling through the modern nonlinear dynamic theory. It is observed that periodical, chaotic, period adding phenomena in them and the two models have a similar bifurcation process in their bifurcation figures. But the influence of bending torsion on the dynamic characteristics of the system is not neglected. The results have considerable meanings to analyze and improve the characteristics of an impacting rub rotor system.

**Key words:** impacting rub; bending torsion coupling; chaos; period adding