应用数学和力学, 第 24 卷 第 6 期(2003 年 6 月)
Applied Mathematics and Mechanics
应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2003) 06_0624_07

一类具独立子系统的退化时滞控制系统的能控性*

蒋 威

(安徽大学 数学系, 合肥 230039)

(李继彬推荐)

摘要: 讨论退化时滞微分控制系统的能控性问题. 首先将退化时滞微分控制系统化为标准形式,除去关联项, 得到具独立子系统的退化时滞微分控制系统. 然后就一般的退化时滞微分控制系统,得到其能控的充要条件为其可达集等于全空间. 对于具独立子系统的广义时滞控制系统,给出其能控的充要条件为每个子系统的可达集等于其相应的子空间, 并给出其能控的代数判据,最后举例说明主要结果的应用.

关 键 词: 独立子系统; 退化时滞微分系统; 能控性
中图分类号: O175.15 文献标识码: A

引 言

随着对控制系统理论研究的不断深入和对诸如电力系统、生态系统、经济管理系统和工业工程系统等大量的实际系统研究和应用的需要, 人们对系统的描述、分析和设计的精度要求就越来越高, 因而所讨论的系统不得不越来越复杂. 文献[1]给出了关于时滞微分系统的大量的重要结果. 而目前系统理论和应用界较为热门的退化系统则是又一类复杂的控制系统, 在对这类系统的研究中, 文献[2]~[21]得到了一些结论. 能控性是系统研究的一个非常重要的内容, 文献[3]~[7]和[17]~[19]均就退化系统的能控性作了深入的讨论. 但是我们注意到, 在实际系统中, 会遇到许多具有时滞的退化系统:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t-1) + Cu(t) & t \geqslant t_0, \\ x(t) = \varphi(t), & t \in [t_0-1, t_0], \end{cases} \tag{1}$$

其中 $E, A, B \in R^{n\times n}$, 均为常数矩阵, 而且 $\det(E) = 0$; $C \in R^{n\times m}$; $x(t) \in R^n$ 为状态变量, $u(t) \in R^m$ 为可容的控制变量. $\varphi(t) \in R^n$ 为定义在$[t_0-1, t_0]$上的可容的初始函数.

对于这类既带有时滞又具退化系统的研究, 由于有其独特的性质,所遇到的困难必然会比退化系统和时滞系统研究中所遇到的困难要大得多[8]~[16],[20,21].

本文主要讨论退化时滞微分控制系统(1)的能控性, 给出其能控的充分必要条件. 特别是

* 收稿日期: 2002_01_30; 修订日期: 2003_01_10
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10241005)
作者简介: 蒋威(1959—), 男, 安徽人,教授, 博士,研究方向为泛函微分方程与控制理论
(E_mail: jiangwei@mars.ahu.edu.cn).

对一类具独立子系统的退化时滞控制系统的能控性, 给出一些代数判据•

1　主要结果

定义 1　对于时刻 $t_1 > t_0$, 如果对任何可容初始函数 φ 和任何 $x_1 \in R^n$, 都存在一个可容控制 $u(t)$, $t \in [t_0, t_1]$ 使得系统(1) 的解 $x(t_1, \varphi) = x_1$, 则称系统(1) 在时刻 t_1 是完全欧几里得空间能控的, 简称为 C_能控的•

定义 2　对于退化时滞控制系统(1), 我们称集合

$$\mathscr{R}(t_1) = \left\{ x \in R^n / x = x(t_1, 0), u(t) \text{ 可容} \right\}$$

为其在时刻 t_1 的可达集•

定理 1　退化时滞控制系统(1)为在时刻 $t_1 > t_0$ C_能控的充要条件是可达集 $\mathscr{R}(t_1) = R^n$•

证明　设系统(1)在时刻 t_1 点C_能控•　显然 $\mathscr{R}(t_1) \subset R^n$•　对于任何 $x_1 \in R^n$, 由定义1, 存在可容控制 $u(t)$ 使得 $x(t_1) = x_1$•　故 $x_1 \in \mathscr{R}(t_1)$, 从而 $\mathscr{R}(t_1) \in R^n$•

反之, 如果 $\mathscr{R}(t_1) = R^n$, 则对于任何 $x_1 \in R^n$ 和可容初始函数 φ, 设 $x(t, \varphi)$ 为系统

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t-1) & t \geqslant t_0 \\ x(t) = \varphi(t), & t \in [t_0 - 1, t_0] \end{cases}$$

的解•　则 $x_1 - x(t_1, \varphi) \in R^n$, 从而存在可容控制 $u(t)$ 使得

$$x_1 - x(t_1, \varphi) = x(t_1, 0),$$

即

$$x_1 = x(t_1, \varphi) + x(t_1, 0)•$$

由于

$$x(t_1, \varphi) + x(t_1, 0)$$

也为系统(1)的以 φ 为初始函数的解, 故系统(1) 为在时刻 t_1 点C_能控的•　定理 1 证毕•

类似于文献[4]的方法可得, 如果 (E, A) 为正则的, 我们可以通过变换, 将退化时滞微分系统(1)化为与其等价的标准形式

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_1x_1(t) + B_{11}x_1(t-1) + B_{12}x_2(t-1) + C_1u(t) & t \geqslant 0, \\ N\dot{x}_2(t) = x_2(t) + B_{21}x_1(t-1) + B_{22}x_2(t-1) + C_2u(t) & t \geqslant 0, \\ x_1(t) = \varphi_1(t), & -1 \leqslant t \leqslant 0, \\ x_2(t) = \varphi_2(t), & -1 \leqslant t \leqslant 0, \end{cases}$$

其中 $x_1(t)$, $\varphi_1 \in R^{n_1}$; $x_2(t)$, $\varphi_2 \in R^{n_2}$; $n_1 + n_2 = n$; A_1, $B_{11} \in R^{n_1\times n_1}$; N, $B_{22} \in R^{n_2\times n_2}$; $B_{12} \in R^{n_1\times n_2}$, $B_{21} \in R^{n_2\times n_1}$; N 为幂零矩阵, 设 $l = \mathrm{ind}(N) = \mathrm{ind}(E)$; $C_1 \in R^{n_1\times m}$, $C_2 \in R^{n_2\times m}$•

我们考虑一类具独立子系统的退化时滞控制系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_1x_1(t) + B_1x_1(t-1) + B_2x_2(t-1) + C_1u(t), \\ N\dot{x}_2(t) = x_2(t) + B_4x_2(t-1) + C_2u(t), \end{cases} \tag{2}$$

其中 $x_1(t) \in R^{n_1}$; $x_2(t) \in R^{n_2}$; $n_1 + n_2 = n$; A_1, $B_1 \in R^{n_1\times n_1}$; N, $B_4 \in R^{n_2\times n_2}$; $B_2 \in R^{n_1\times n_2}$, N 为幂零矩阵, 设 $l = \mathrm{ind}(N) = \mathrm{ind}(E)$; $C_1 \in R^{n_1\times m}$, $C_2 \in R^{n_2\times m}$•

对于系统(2), 我们首先给出

定义 3　对于退化时滞控制系统(2), 我们定义两个可达集

$$\mathscr{R}_1(t_1) = \left\{ x_1 \in R^{n_1} / x_1 = x_1(t_1, 0), u(t) \text{ 可容} \right\},$$

$$\mathscr{R}_2(t_1) = \left\{ x_2 \in R^{n_2} / x_2 = x_2(t_1, 0), u(t) \text{ 可容} \right\}•$$

显然我们有 $\mathscr{R}(t_1) = \mathscr{R}_1(t_1) + \mathscr{R}_2(t_1)$•

定理 2　退化时滞控制系统(2)为在时刻 $t_1 > t_0$ 能控的充分必要条件为:

$$\mathscr{R}_1(t_1) = R^{n_1},\ \mathscr{R}_2(t_1) = R^{n_2}•$$

该定理的证明类似于文献[5]中定理 2 证明, 需特别注意的是将 u 分成 $u_1 + u_2$, 其中 u_1 对 x_2 不起作用, 从而确定 u_1、u_2•

对于具独立子系统的时滞控制系统(2), 由其第二个方程得

$$x_2(t) = -\sum_{i=0}^{l-1} N^i B_4 x_2^{(i)}(t-1) - \sum_{i=0}^{l-1} N^i C_2 u^{(i)}(t)•$$

设

$$N = (I, N, \cdots, N^{l-1}),$$

$$D = \left(I, I\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}, I\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}, \cdots, I\frac{\mathrm{d}^{l-1}}{\mathrm{d}t^{l-1}}\right)^{\mathrm{T}} = (I, D, D^2, \cdots, D^{l-1})^{\mathrm{T}}•$$

这里 $I \in R^{n_2 \times n_2}$ 为单位矩阵, T 表示转置, $D = I\mathrm{d}/\mathrm{d}t$, 则

$$x_2(t) = -NDB_4x_2(t-1) - NDC_2u(t)•$$

如果存在正整数 k 使得 $t \in [t_0 + k, t_0 + k + 1)$, 则

$$x_2(t) = \sum_{j=0}^{k}(-NDB_4)^j(-NDC_2)u(t-j) =$$

$$\sum_{j=0}^{k}(NDB_4)^j(NDC_2)(-1)^{j+1}u(t-j)•$$

我们设

$$B_{j,h} = B_4B_{j-1,h} + NB_4B_{j-1,h-1} + \cdots + N^hB_{j-1,0}• \tag{3}$$

显然 $B_{j,h}$ 为 C_{h+j}^{j} 项矩阵的和, 而这些项均为含 j 个 B_4, h 个 N 的所有可能的乘积, 当然凡是含有 N 的大于 $l-1$ 次方项均为 0•

设 $I_m \in R^{m\times m}$ 为单位矩阵, $D_m = I_m\mathrm{d}/\mathrm{d}t$, 则

$$(I, D, D^2, \cdots, D^{(j+1)(l-1)})^{\mathrm{T}}C_2 = (C_2^{\mathrm{T}}, DC_2^{\mathrm{T}}, D^2C_2^{\mathrm{T}}, \cdots, D^{(j+1)(l-1)}C_2^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} =$$

$$(C_2^{\mathrm{T}}, C_2^{\mathrm{T}}D_m, C_2^{\mathrm{T}}D_m^2, \cdots, C_2^{\mathrm{T}}D_m^{(j+1)(l-1)})^{\mathrm{T}},$$

这时,

$$(NDB_4)^j(NDC_2) = (B_{j,0}C_2, B_{j,1}C_2, \cdots, B_{j,(j+1)(l-1)}C_2) =$$

$$(I_m, D_m, D_m^2, \cdots, D_m^{(j+1)(l-1)})^{\mathrm{T}}•$$

设

$$A_j = (B_{j,0}C_2, B_{j,1}C_2, \cdots, B_{j,(j+1)(l-1)}C_2), \tag{4}$$

$$D_j = (I_m, D_m, D_m^2, \cdots, D_m^{(j+1)(l-1)})^{\mathrm{T}},$$

则有 $$x_2(t) = \sum_{j=0}^{k}A_jD_j(-1)^{j+1}u(t-j)•$$

设 $$J_k = (A_0, A_1, \cdots, A_k)• \tag{5}$$

$$u_k = (-(D_0)^{\mathrm{T}}u(t), (D_1)^{\mathrm{T}}u(t-1), \cdots, (-1)^k(D_k)^{\mathrm{T}}u(t-k))^{\mathrm{T}}•$$

这时, 我们有

$$x_2(t) = J_ku_k• \tag{6}$$

将(6)代入(2)的第一个方程得

$$\dot{x}_1(t) = A_1x_1(t) + B_1x_1(t-1) + B_2J_ku_k(t-1) + C_1u(t).$$

设

$$\hat{A}_k = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ B_1 & A_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & A_1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & B_1 & A_1 \end{pmatrix}, \tag{7}$$

$$E_k = [0, 0, \cdots, 0, I_{n_1}], \tag{8}$$

$$Z_k(0) = \begin{pmatrix} I \\ e^{\hat{A}_{k-1}}Z_{k-1}(0) \end{pmatrix} \qquad Z_0(0) = I_{n_1}. \tag{9}$$

由文献[1]可得

$$x_1(t) = \int_0^{t_1} E_k e^{\hat{A}_k(\theta-k)} Z_k(0)(B_2J_k, C_1)\begin{pmatrix} u_k(\theta-1) \\ u(\theta) \end{pmatrix} d\theta.$$

设

$$C_i = Z_i(0)(B_2J_i, C_1), \tag{10}$$

$$Q(t_1) = [E_0C_0, \cdots, E_0(\hat{A}_0)^{n_1-1}C_0, \cdots, E_kC_k, \cdots, E_k(\hat{A}_k)^{n_1(k+1)-1}C_k]. \tag{11}$$

定理3　退化时滞控制系统(2)为在时刻 $t_1 \in [t_0+k, t_0+k+1]$ 能控的充要条件为 $\mathrm{rank}(Q(t_1)) = n_1$, $\mathrm{rank}(J_k) = n_2$.

证明　我们首先来证明必要性. 假设 $\mathrm{rank}(Q(t_1)) \neq n_1$, 或者 $\mathrm{rank}(J_k) \neq n_2$.

当 $\mathrm{rank}(J_k) \neq n_2$ 时, 存在非零的 $\eta_2^{\mathrm{T}} \in R^{n_2}$ 使得 $\eta_2^{\mathrm{T}}J_k = 0$. 对任何 $x_2(t_1) \in \mathscr{R}_2(t_1)$, 有 $x_2(t_1) = J_ku_k$, 则 $\eta_2^{\mathrm{T}}x_2(t_1) = \eta_2^{\mathrm{T}}J_ku_k = 0u_k = 0$, 故 $\mathscr{R}_2(t_1) \neq R^{n_2}$, 这与定理1矛盾.

当 $\mathrm{rank}(Q(t_1)) \neq n_1$ 时, 则存在非零的 η_1 使得 $\eta_1^{\mathrm{T}}Q(t_1) = 0$. 由Cayley_Hamilton定理可得

$$\eta_1^{\mathrm{T}}E_ie^{\hat{A}_k(t_1-s-i)}C_i = 0,$$

其中 $s \in (t_1-i-1, t_1-i]$, $i = 0, 1, \cdots, k$. 则对任何 $x_1(t_1) \in \mathscr{R}_1(t_1)$, 有

$$x_1(t) = \int_0^{t_1} E_k e^{\hat{A}_k(\theta-k)} Z_k(0)(B_2J_k, C_1)\begin{pmatrix} u_k(\theta-1) \\ u(\theta) \end{pmatrix} d\theta.$$

则
$$\eta_1^{\mathrm{T}}x_1(t) = \int_0^{t_1}\eta_1^{\mathrm{T}}E_ke^{\hat{A}_k(\theta-k)}C_k\begin{pmatrix} u_k(\theta-1) \\ u(\theta) \end{pmatrix} d\theta = \int_0^{t_1} 0\begin{pmatrix} u_k(\theta-1) \\ u(\theta) \end{pmatrix} d\theta = 0,$$

故 $\mathscr{R}_1(t_1) \neq R^{n_1}$, 这与定理2矛盾.

充分性: 如果系统(2)为非能控的, 则由定理2, 必有: 或者 $\mathscr{R}_1(t_1) \neq R^{n_1}$, 或者 $\mathscr{R}_2(t_1) \neq R^{n_2}$.

如果 $\mathscr{R}_2(t_1) \neq R^{n_2}$, 则存在非零的 $\eta_2 \in R^{n_2}$, 使对所有的 $x_2(t_1) \in \mathscr{R}_2(t_1)$, 有

$$\eta_2^{\mathrm{T}}x_2(t_1) = 0$$

即 $\eta_1^{\mathrm{T}}J_ku_k = 0$.

取 $u(t)$ 满足 $u_k = J_k^{\mathrm{T}}\eta$, 则有

$$\|\eta^{\mathrm{T}}J_k\|^2 = 0,\quad \eta^{\mathrm{T}}J_k = 0,$$

这与 $\mathrm{rank}(J_k)=n_2$ 矛盾•

如果 $\mathscr{R}_1(t_1)\neq R^{n_1}$, 则存在非零的 $\eta_1\in R^{n_1}$ 使得对任何

$$x_1(t_1)\in\mathscr{R}_1(t_1)$$

有 $$\eta_1^{\mathrm{T}}x_1(t_1)=0,$$

即 $$\eta_1^{\mathrm{T}}x_1(t)=\int_0^{t_1}\eta_1^{\mathrm{T}}E_k\mathrm{e}^{A_k(\theta-k)}C_k\begin{pmatrix}u_k(\theta-1)\\u(\theta)\end{pmatrix}\mathrm{d}\theta=0•$$

取 u 满足

$$\begin{pmatrix}u_k(\theta-1)\\u(\theta)\end{pmatrix}=(\eta_1^{\mathrm{T}}E_k\mathrm{e}^{A_k(\theta-k)}C_k)^{\mathrm{T}},$$

则有 $$\int_0^{t_1}\|\eta_1^{\mathrm{T}}E_k\mathrm{e}^{A_k(\theta-k)}C_k\|\mathrm{d}\theta=0,$$

则几乎处处有

$$\eta_1^{\mathrm{T}}E_k\mathrm{e}^{A_k(\theta-k)}C_k=0,$$

逐次微分并令 $\theta=k$ 得 $\eta_1^{\mathrm{T}}Q(t_1)=0$• 这与 $\mathrm{rank}(Q(t_1))=n_1$ 矛盾• 定理 3 证毕•

2 例　　题

下面我们举例说明本文主要结果的应用•

例　考虑退化时滞微分控制系统

$$\begin{cases}\dot{x}_2(t)=x_1(t)+x_1(t-1)+x_3(t-1)+u(t) & t\geqslant 0,\\ \dot{x}_3(t)=x_2(t)+x_2(t-1)+u(t) & t\geqslant 0,\\ 0=x_3(t)+u(t) & t\geqslant 0,\\ x(t)=\varphi(t) & -1\leqslant t\leqslant 0,\end{cases}\tag{12}$$

其中 $x_1(t)$、$x_2(t)$、$x_3(t)$ 均为纯量函数• 我们将其写成(2) 的形式

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=x_1(t)+x_1(t-1)+(0,1)\begin{pmatrix}x_2(t-1)\\x_3(t-1)\end{pmatrix}+u(t) & t\geqslant 0,\\ \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{x}_2(t)\\\dot{x}_3(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_2(t)\\x_3(t)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_2(t-1)\\x_3(t-1)\end{pmatrix}+ & \\ \qquad\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}u(t) & t\geqslant 0,\\ x_1(t)=\varphi_1(t) & -1\leqslant t\leqslant 0,\\ \begin{pmatrix}x_2(t)\\x_3(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\varphi_2(t)\\v_3(t)\end{pmatrix} & -1\leqslant t\leqslant 0•\end{cases}$$

对照系统(2) 我们有

$$A_1=(1),\ B_1=(1),\ B_2=(0,1),\ C_1=(1),$$
$$N=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\ B_4=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\ C_2=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}•$$

当 $0\leqslant t_1<1$ 时, 由(4)、(5) 得

$$J_0=(A_0)=(B_{0,0}C_2)=C_2=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},$$

$\mathrm{rank}(J_0)=1<2$, 由定理 3 得, 这时系统(2) 在 t_1 不能控•

当 $1 \leqslant t_1 < 2$ 时，由(4)、(5)得

$$B_{1,0} = B_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_{1,1} = B_4N^2 + NB_4N + N^2B_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_{1,2} = B_4N^2 + NB_4N + N^2B_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

所以我们有

$$A_1 = (B_{1,0}C_2, B_{1,1}C_2, B_{1,2}C_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$J_1 = (A_0, A_1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\mathrm{rnak}(J_1) = 2 = n_2$•

又由(7)、(8)，我们有

$$\tilde{A}_1 = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ B_1 & A_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad E_1 = [0, I] = (0, 1);$$

由(9)得

$$Z_1(0) = \begin{pmatrix} I \\ e^{\tilde{A}_0} Z_0(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ e \end{pmatrix};$$

由(10)得

$$C_1 = Z_1(0)(B_2J_1, C_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ e & 0 & 0 & 0 & e \end{pmatrix};$$

由(11)得

$$Q(t_1) = (E_0C_0, E_1C_1, E_1(\tilde{A}_1)C_1) = (1, e, 0, 0, 0, e, 1+e, 0, 0, 0, 1+e),$$

$\mathrm{rank}(Q(t_1)) = 1 = n_1$•

由定理3得，这时系统(12)在 t_1 为能控的•

[参　考　文　献]

[1] 郑祖庥. 泛函微分方程理论[M]. 合肥: 安徽教育出版社, 1994.

[2] ÀÑÂº ¿È¶ß . ¶ÄÀµ¿ ¶Ê¶¿ºÑ ÍÂÀ, µ¶¿¿ÍÇ ºÃÄ¶¾ ²Í¼¿À³¶¿¿Í ºÆÆ¶Â¶¿È±½Î¿ÍÇ Â±ß¿¶¿º [M]. ÀÃ¼³± ±Å¼±, 1988.

[3] Campbell S L. Singular Systems of Differential Equation(Ⅱ)[M]. San Francisco, London, Melbourne: Pitman, 1982.

[4] Dai L. Singular Control Systems[M]. London, Paris, Tokyo: Springer_Verlag, 1989.

[5] Ronald B Zmood. The Euclidean space controllability of control systems with delay[J]. SIAM J Control, 1974, **12**(4): 609—623.

[6] 张金水. 广义系统经济控制论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.

[7] 刘永清, 关治洪. 大型动力系统的理论与应用(卷5): 测度型脉冲大系统的稳定•镇定与控制[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1996.

[8] 蒋威.非线性中立型控制系统的函数能控性[J].数学研究,1996,**29**(4):55—60.

[9] JIANG Wei.The output controllability of linear system with delay[J].Ann Differential Equations,1995,**10**(5):39—44.

[10] JIANG Wei,SONG Wen_zhong,FEI Su_min.The Function_Controllability of the Nonlinear Control Systems With State and Control Delay[M].London:World Scientific,2000,143—148.

[11] 蒋威,郑祖庥.退化微分系统的通解[J].数学学报,1999,**42**(5):769—780.

[12] 蒋威,郑祖庥.退化中立型微分系统的常数变易公式和通解[J].应用数学学报,1998,**21**(4):562—570.

[13] JIANG Wei,ZHENG Zu_xiu.On the degenerate differential systems with delay[J].Ann Differential Equations,1998,**14**(2):204—211.

[14] JIANG Wei,ZHENG Zu_xiu.The Solvability of the degenerate differential systems with delay[J].Chinese Quarterly Journal of Mathematics,2000,**15**(3):1—7.

[15] JIANG Wei,ZHENG Zu_xiu.The algebraic criteria for the all_delay stability of two_dimensional degenerate differential systems with delay[J].Chinese Quarterly Journal of Mathematics,1998,**13**(1):87—93.

[16] 蒋威,郑祖庥.退化时滞差分系统的解[J].数学研究,1998,**31**(1):44—50.

[17] Yip E L,Sincovec R F.Solvability, controllability and observability of continuous descriptor systems[J].IEEE Trans Automat Control,1981,**26**(3):702—706.

[18] 张国山,谢绪恺.广义分散控制系统的DR_能控性[J].控制理论与应用,1995,**12**(6):704—711.

[19] 唐万生,李光泉.广义系统的能控性、能观性判别条件[J].自动化学报,1995,**21**(1):63—66.

[20] 蒋威,王志成.广义时滞控制系统的能控性[J].湖南大学学报,1999,**26**(4):6—9.

[21] JIANG Wei,SONG Wei_zhong.Controllability of singular systems with control delay[J].Automatica,2001,**37**(11):1873—1877.

The Controllability of Delay Degenerate Control Systems With Independent Subsystems

JIANG Wei

(Department of Mathematics,University of Anhui,Hefei 230039,P.R.China)

Abstract: The controllability of delay degenerate differential control systems is discussed. Firstly, delay degenerate differential control system was transformed to be canonical form, and the connected terms were gotten rid of, had delay degenerate differential control systems with independent subsystems. For the general delay degenerate differnetial control systems, it was gotten that the necessary and sufficient condition of that they are controllable is that their reachable set is equal to the whole space. For the delay degenerate differential control systems with independent subsystems, it was gotten that the necessary and sufficient conditions of that they are controllable are that their reachable sets are equal to their corresponding subspaces. Then some algebra criteria were gotten. Finally, an example was given to illustrate the main results.

Key words: independent subsystem; delay degenerate differential control system; controllability