应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

文章编号:1000-0887(2003)04-0434-07

模糊概率随机变量*

吕恩琳[1,3], 钟佑明[2]

(1.重庆大学 工程力学系,重庆 400044; 2.重庆大学 机械工程学院,重庆 400044;
3.重庆大学 西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室,重庆 400044)

(张汝清推荐)

摘要: 研究了第二类模糊随机变量——具有清晰事件、模糊概率的随机变量的数学描述. 在区间概率的基础上,利用模糊分解定理给出了概率模糊数集是可行的条件,进一步给出了具有模糊概率的随机变量及模糊概率随机变量的模糊分布函数和模糊分布列的定义和性质. 提出并证明了具有模糊概率运算封闭性的模糊概率分解定理. 研究了模糊概率随机变量的模糊数学期望和模糊方差的定义和性质. 所有关于模糊概率随机变量的数学描述都具有模糊概率运算的封闭性,这为完善模糊概率的运算方法打下了基础.

关 键 词: 随机变量; 模糊集; 概率; 数学期望; 方差
中图分类号: O159 **文献标识码**: A

引 言

模糊随机问题可以分为三类:Fuzzy事件-精确概率、清晰事件-Fuzzy概率、Fuzzy事件-Fuzzy概率. 近几年来所取得的成果大都体现在第一类问题的研究上,在第二类问题上取的成果则相对较少[1~4]. 在第二类问题中,必须先给出某些基本事件的模糊概率,而问题中各变量的模糊性则是由这些基本事件模糊概率的模糊性引起的,这一关系称之为模糊有源性[5]. 根据模糊有源性,第二类问题中的变量,都应从给定基本事件的模糊概率出发,给出定义,再进行计算.

本文在区间概率随机变量[6]的基础上研究第二类模糊随机问题的数学描述,给出模糊概率随机变量及其分布函数、分布列、模糊数学期望和模糊方差的定义,为继续深入研究第二类模糊随机问题打下基础.

1 区间概率

本文讨论模糊概率时是以区间概率[7]为基础的,因此先简单介绍有关区间概率的基本概念. 在离散空间中,用 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n\}$ 表示基本事件集.

定义1.1 n 个实数区间 $I_i = [L_i, U_i]$, $i = 1,2,\cdots,n$, 若满足

$$0 \leqslant L_i \leqslant U_i \leqslant 1 \qquad (i = 1,2,\cdots,n),$$

* 收稿日期: 2001-04-10; 修订日期: 2002-11-05
作者简介: 吕恩琳(1947—),男,江苏如东人,教授,硕士,重庆大学西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室访问学者,研究方向:模糊优化设计(E-mail:Lvxihan@21cn.com).

则可以用来描述 Ω 中基本事件相应的概率,称之为 n 维概率区间集,简记为 n-PRI,若引入符号 $(L,U)=\{[L_i,U_i]\mid i=1,2,\cdots,n\}$,则 n-PRI 又可记为 n-PRI(L,U).

下面凡不加说明,所给定 n-PRI(L,U) 均约定为可行的[7].

设 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$,$\mathscr{S}$是 Ω 的事件域,$A\in\mathscr{S}$,记

$$\alpha_i=\begin{cases}1 & \omega_i\in A\\ 0 & \omega_i\notin A\end{cases}\qquad(i=1,2,\cdots,n).\tag{1}$$

定义 1.2 对 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$,若其基本事件的概率可用一个 n-PRI(L,U) 来相应表示,则称$[L_i,U_i]$为基本事件 ω_i 的区间概率,$i=1,2,\cdots,n$,记作

$$Q(\omega_i)=[L_i,U_i]\qquad(i=1,2,\cdots,n);$$

并定义

$$Q(A)=\Big\{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i p_i\mid(p_1,p_2,\cdots,p_n)\in S(L,U)\Big\},\tag{2}$$

称为事件 A 的区间概率,$(n\text{-PRI}(L,U),\Omega,\mathscr{S},Q)$ 称为 n 源区间概率空间. 这里集合 $S(L,U)$ 定义为

$$S(L,U)=\Big\{(p_1,p_2,\cdots,p_n)\mid L_k\leqslant p_k\leqslant U_k,\ k=1,2,\cdots,n\text{ 且}\sum_{k=1}^{n}p_k=1\Big\}.\tag{3}$$

引入记号

$$\pi_i=Q(\omega_i)=[L_i,U_i]\qquad(i=1,2,\cdots,n);$$

并以

$$Q(A)=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\pi_i=\sum_{\omega_i\in A}\pi_i\tag{4}$$

表示式(2),即用含 π 的式子表示封闭运算[6].

2 模糊概率

定义 2.1 n 个模糊数 $\underset{\sim}{I}_i,i=1,2,\cdots,n$,若满足:对 $\forall\lambda\in[0,1]$,水平截集$\{I_{i\lambda}\}$ $(i=1,2,\cdots,n)$,都是 n 维概率区间集,则称$\{\underset{\sim}{I}_i\}$$(i=1,2,\cdots,n)$为 n 维概率模糊数集,简记为 n-PRF.

一个 n-PRF,若满足条件:对 $\forall\lambda\in[0,1]$,水平截集 n-PRI$_\lambda$ 都是可行的,则称 n-PRF 是可行的. 下面凡不加说明,所给定 n-PRF 均约定为可行的.

定义 2.2 对 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$,若其基本事件的概率可用一个 n-PRF 来相应表示,则称 $\underset{\sim}{I}_i$ 为基本事件 ω_i 的模糊概率,$i=1,2,\cdots,n$,记作

$$\underset{\sim}{Q}(\omega_i)=\underset{\sim}{I}_i\qquad(i=1,2,\cdots,n);$$

并定义

$$\underset{\sim}{Q}(A)=\bigcup_{\lambda\in[0,1]}\lambda Q_\lambda(A),\tag{5}$$

称为事件 A 的模糊概率,$(n\text{-PRF},\Omega,\mathscr{S},Q)$ 称为 n 源模糊概率空间. 其中

$$Q_\lambda(A)\triangleq\Big\{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i p_i\mid(p_1,p_2,\cdots,p_n)\in S(I_\lambda)\Big\},\tag{6}$$

α_i 的取值见式(1). 现记

$$\underset{\sim}{\pi}_i=\underset{\sim}{Q}(\omega_i)=\underset{\sim}{I}_i\qquad(i=1,2,\cdots,n),\tag{7}$$

并以

$$\underset{\sim}{Q}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_i \underset{\sim}{\pi}_i = \sum_{\omega_i \in A} \underset{\sim}{\pi}_i \tag{8}$$

表示式(5). 由此得到

$$\underset{\sim}{Q}(A \cup B) = \sum_{\omega_i \in A \cup B} \underset{\sim}{\pi}_i, \underset{\sim}{Q}(A \cap B) = \sum_{\omega_i \in A \cap B} \underset{\sim}{\pi}_i, \cdots. \tag{9}$$

类似地,若 n-PRF 是 nm 维的,则记

$$\underset{\sim}{\pi}_{ij} = \underset{\sim}{Q}(\omega_{ij}) = \underset{\sim}{I}_{ij} \quad (i = 1,2,\cdots,n;\ j = 1,2,\cdots,m),$$

$$\underset{\sim}{Q}(A) = \sum_{\omega_{ij} \in A} \underset{\sim}{\pi}_{ij} = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda Q_\lambda(A), \tag{10}$$

其中

$$Q_\lambda(A) \triangleq \left\{ \sum_{\omega_{ij} \in A} p_{ij} \mid (p_{ij}) \in S(I_\lambda) \right\}$$

等等,即用含 π 的式子表示封闭运算. 式(10)的合理性由定理 2.1 保证.

定理 2.1 设 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 是 n 个实数,$\underset{\sim}{\pi}_1, \underset{\sim}{\pi}_2, \cdots, \underset{\sim}{\pi}_n$ 是 n 个模糊数,记

$$\underset{\sim}{F}_{\mathrm{fbx}} = a_1 \underset{\sim}{\pi}_1 + a_2 \underset{\sim}{\pi}_2 + \cdots + a_n \underset{\sim}{\pi}_n = \sum_{i=1}^{n} a_i \underset{\sim}{\pi}_i,$$

定义

$$\underset{\sim}{F}_{\mathrm{fbx}}(p) = a_1 \underset{\sim}{\pi}_1 + a_2 \underset{\sim}{\pi}_2 + \cdots + a_n \underset{\sim}{\pi}_n(p) = \sum_{i=1}^{n} a_i \underset{\sim}{\pi}_i(p) =$$

$$\bigvee_{\substack{p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1 \\ a_1 p_1 + a_2 p_2 + \cdots + a_n p_n = p}} (\underset{\sim}{\pi}_1(p_1) \wedge \underset{\sim}{\pi}_2(p_2) \wedge \cdots \wedge \underset{\sim}{\pi}_n(p_n)),$$

则 $\underset{\sim}{F}_{\mathrm{fbx}} = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda F_{\mathrm{fbx}\lambda}$,

其中 F_{fbx} 的下标 fbx 表示封闭性运算,即

$$F_{\mathrm{fbx}\lambda} \triangleq \left\{ \sum_{i=1}^{n} a_i p_i \mid p_i \in \pi_{i\lambda},\ i = 1,2,\cdots,n, \text{且} \sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \right\}.$$

证明 对 $\forall \lambda \in [0,1]$,按截集定义

$$(\underset{\sim}{F}_{\mathrm{fbx}})_\lambda = \{ p \mid \bigvee_{\substack{p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1 \\ a_1 p_1 + a_2 p_2 + \cdots + a_n p_n = p}} (\underset{\sim}{\pi}_1(p_1) \wedge \underset{\sim}{\pi}_2(p_2) \wedge \cdots \wedge \underset{\sim}{\pi}_n(p_n)) \geqslant \lambda \}.$$

所以,对

$$\forall p \in (\underset{\sim}{F}_{\mathrm{fbx}})_\lambda,\ \exists p_i, \text{s.t.}\ \underset{\sim}{\pi}_i(p_i) \geqslant \lambda \quad (i = 1,2,\cdots,n),$$

且 $p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1,\ a_1 p_1 + a_2 p_2 + \cdots + a_n p_n = p$

即 $p_i \in \pi_{i\lambda} \quad (i = 1,2,\cdots,n),\ p = \sum_{i=1}^{n} a_i p_i,\ \sum_{i=1}^{n} p_i = 1.$

从而 $(\underset{\sim}{F}_{\mathrm{fbx}})_\lambda \subseteq F_{\mathrm{fbx}_\lambda}$.

反之,对 $\forall p \in F_{\mathrm{fbx}\lambda}$,

则 $p = \sum_{i=1}^{n} a_i p_i$,

其中 $p_i \in \pi_{i\lambda}, i = 1,2,\cdots,n,\ \sum_{i=1}^{n} p_i = 1$,

即

$$\underset{\sim}{\pi}_i(p_i) \geqslant \lambda \qquad (i = 1,2,\cdots,n),$$

$$p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1,$$

$$a_1 p_1 + a_2 p_2 + \cdots + a_n p_n = p,$$

所以 $$\bigvee_{\substack{p_1+p_2+\cdots+p_n=1\\ a_1p_1+a_2p_2+\cdots+a_np_n=p}} (\underset{\sim}{\pi}_1(p_1) \wedge \underset{\sim}{\pi}_2(p_2) \wedge \cdots \wedge \underset{\sim}{\pi}_n(p_n)) \geqslant \lambda .$$

于是 $p \in (\underset{\sim}{F}_{\mathrm{fbx}})_\lambda, F_{\mathrm{fbx}\lambda} \subseteq (\underset{\sim}{F}_{\mathrm{fbx}})_\lambda, F_{\mathrm{fbx}\lambda} = (\underset{\sim}{F}_{\mathrm{fbx}})_\lambda$.

从而 $\underset{\sim}{F}_{\mathrm{fbx}} = \bigcup_{\lambda\in[0,1]} \lambda F_{\mathrm{fbx}\lambda}$,证毕.

3 模糊概率随机变量

定义 3.1 设 $\xi(\omega)(\omega \in \Omega)$ 是定义于 n 源模糊概率空间(n-PRF,$\Omega,\mathscr{S},\underset{\sim}{Q}$)上的单值实函数,则称 ξ 为 n 源模糊概率随机变量,简称 nFP 随机变量,记作 $n\mathrm{FP}\xi$.

定义 3.2 称函数

$$\underset{\sim}{F}(x) = \underset{\sim}{Q}\{\xi < x\} = \sum_{\xi(\omega_i)<x} \underset{\sim}{\pi}_i = \bigcup_{\lambda\in[0,1]} \lambda F_\lambda(x) \tag{11}$$

为 nFP 随机变量 ξ 的模糊值分布函数,其中

$$F_\lambda(x) = \sum_{\xi(\omega_i)<x} \pi_{i\lambda} .$$

分布函数 $\underset{\sim}{F}(x)$ 具有下述性质:

1) 单调性:若 $a < b$,则 $\underset{\sim}{F}(a) \leqslant \underset{\sim}{F}(b)$;

2) $\lim\limits_{n\to-\infty} \underset{\sim}{F}(x) = 0,\ \lim\limits_{n\to+\infty} \underset{\sim}{F}(x) = 1$.

定义 3.3 设 $n\mathrm{FP}\xi$ 的可能取值为 $a_1, a_2, \cdots, a_{n'}(n' \leqslant n)$,则称

$$\underset{\sim}{\pi}'_j = \underset{\sim}{Q}\{\xi = a_j\} = \sum_{\xi(\omega_i)=a_j} \underset{\sim}{\pi}_i = \bigcup_{\lambda\in[0,1]} \lambda \pi'_{j\lambda} \qquad (j = 1,2,\cdots,n') \tag{12}$$

为 $n\mathrm{FP}\xi$ 的模糊概率分布列,其中 $\pi'_{j\lambda} \triangleq \sum\limits_{\xi(\omega_i)=a_j} \pi_{i\lambda}$.

定义 3.4 若 nFP 随机变量 $\xi_1(\omega), \xi_2(\omega), \cdots, \xi_k(\omega)$ 定义在同一模糊概率空间(n-PRF,$\Omega,\mathscr{S},\underset{\sim}{Q}$)上,则称 $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_k)$ 构成一个 k 维 n 源模糊概率随机变量(向量),简称 k 维 nFP 随机变量(向量),记作 k-nFP$(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_k)$.

定义 3.5 称 k 元函数

$$\underset{\sim}{F}(x_1, x_2, \cdots, x_k) = \underset{\sim}{Q}\{\xi_1 < x_1,\ \xi_2 < x_2,\ \cdots, \xi_k < x_k\} = \sum_{\xi_1(\omega_i)<x_1,\ \xi_2(\omega_i)<x_2,\cdots,\xi_k(\omega_i)<x_k,} \underset{\sim}{\pi}_i = \bigcup_{\lambda\in[0,1]} \lambda F_\lambda(x_1, x_2, \cdots, x_k) \tag{13}$$

为 k 维 nFP$(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_k)$ 的模糊值(联合)分布函数. 其中

$$F_\lambda(x_1, x_2, \cdots, x_n) \triangleq \sum_{\xi_1(\omega_i)<x_1,\ \xi_2(\omega_i)<x_2,\cdots,\xi_k(\omega_i)<x_k,} \pi_{i\lambda} .$$

二维 nFP(ξ, η) 的分布函数 $\underset{\sim}{F}(x, y)$ 具有下述性质:

1) 对 x 或 y 都是单调不减的,即:若 $x_1 < x_2,\ y_1 < y_2$ 则

$$\underset{\sim}{F}(x_1, y) \leqslant \underset{\sim}{F}(x_2, y),\ \underset{\sim}{F}(x, y_1) \leqslant \underset{\sim}{F}(x, y_2).$$

2) 对 $\forall x, \forall y$,有

$$\lim_{x\to-\infty} \underset{\sim}{F}(x, y) = 0,\ \lim_{y\to-\infty} \underset{\sim}{F}(x, y) = 0,\ \lim_{x\to+\infty,\, y\to+\infty} \underset{\sim}{F}(x, y) = 1.$$

对多维 nFP(ξ,η) 也有同样的性质．

定义 3.6 设二维 nFP(ξ,η) 的一切可能取值为(a_i,b_j)，$i=1,2,\cdots,n_1$，$j=1,2,\cdots,n_2$，则称

$$\underset{\sim}{\pi}'_{ij}=\underset{\sim}{Q}\{\xi=a_i,\eta=b_j\}=\sum_{\xi(\omega_k)=a_i,\,\eta(\omega_k)=b_j}\underset{\sim}{\pi}_k=\bigcup_{\lambda\in[0,1]}\lambda\pi'_{ij\lambda}$$
$$(i=1,2,\cdots,n_1,j=1,2,\cdots,n_2) \tag{14}$$

为二维 nFP(ξ,η) 的联合模糊概率分布列，其中 $\pi'_{ij\lambda}\overset{\Delta}{=}\sum\limits_{\xi(\omega_k)=a_i,\,\eta(\omega_k)=b_j}\pi_{k\lambda}$；称

$$\underset{\sim}{\pi}_{i\cdot}=\underset{\sim}{Q}(\xi=a_i)=\sum_{\xi(\omega_k)=a_i}\underset{\sim}{\pi}_k=\sum_{j=1}^{n_2}\underset{\sim}{\pi}'_{ij}=\bigcup_{\lambda\in[0,1]}\lambda\pi_{i\cdot\lambda}$$
$$(i=1,2,\cdots,n_1), \tag{15}$$

$$\underset{\sim}{\pi}_{\cdot j}=\underset{\sim}{Q}(\eta=b_j)=\sum_{\eta(\omega_k)=b_j}\underset{\sim}{\pi}_k=\sum_{i=1}^{n_1}\underset{\sim}{\pi}'_{ij}=\bigcup_{\lambda\in[0,1]}\lambda\pi_{\cdot j\lambda}$$
$$(j=1,2,\cdots,n_2) \tag{16}$$

为二维 nFP(ξ,η) 的边际模糊概率分布列．其中

$$\pi_{i\cdot\lambda}\overset{\Delta}{=}\sum_{\xi(\omega_k)=a_i}\pi_k=\sum_{j=1}^{n_2}\pi'_{ij\lambda},\ \pi_{\cdot j\lambda}\overset{\Delta}{=}\sum_{\eta(\omega_k)=b_j}\pi_k=\sum_{i=1}^{n_1}\pi'_{ij\lambda}.$$

定义 3.7 若 nFPξ，nFPη 是定义在同一基本事件集上的二个模糊概率随机变量，且设 nFPξ 的模糊概率分布列为

$$\underset{\sim}{Q}(\xi=a_i)=\underset{\sim}{\pi}_i^{(\xi)}\qquad(i=1,2,\cdots,n_1),$$

nFPη 的模糊概率分布列为

$$\underset{\sim}{Q}(\eta=b_j)=\underset{\sim}{\pi}_j^{(\eta)}\qquad(j=1,2,\cdots,n_2),$$

则当 ξ,η 独立时定义(ξ,η) 的联合模糊概率分布列为

$$\underset{\sim}{\pi}_{ij}=\underset{\sim}{Q}(\xi=a_i,\eta=b_j)=\underset{\sim}{\pi}_i^{(\xi)}\cdot\underset{\sim}{\pi}_j^{(\eta)}=\bigcup_{\lambda\in[0,1]}\lambda\pi_{ij\lambda}$$
$$(i=1,2,\cdots,n_1,\ j=1,2,\cdots,n_2), \tag{17}$$

其中 $\underset{\sim}{\pi}_i^{(\xi)}\cdot\underset{\sim}{\pi}_j^{(\eta)}$ 表示$\underset{\sim}{\pi}_i^{(\xi)}$、$\underset{\sim}{\pi}_j^{(\eta)}$ 分别满足封闭性运算的乘积，这时亦称(ξ,η) 为二维$[n_1+n_2]$源模糊概率随机变量(向量)，简称二维$[n_1+n_2]$FP 随机变量(向量)，记作 2-$[n_1+n_2]$FP(ξ,η)．

对多维 nFP(ξ,η) 可类似式(16)~(17)作定义.

4 模糊概率随机变量的期望和方差

定义 4.1 对 nFP 随机变量 ξ，若

$$\xi(\omega_i)=x_i\qquad(i=1,2,\cdots,n),$$

则称

$$\underset{\sim}{E}\,\xi=\sum_{i=1}^{n}x_i\underset{\sim}{\pi}_i=\bigcup_{\lambda\in[0,1]}\lambda E_\lambda\xi \tag{18}$$

为 ξ 的数学模糊期望，其中 $E_\lambda\xi\overset{\Delta}{=}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i\pi_{i\lambda}$．

定义 4.2 若 nFP 随机变量 ξ 的模糊概率分布列为

$$\underset{\sim}{Q}(\xi=a_j)=\pi'_j\qquad(j=1,2,\cdots,n'),$$

则称

$$\underset{\sim}{E}'\xi = \sum_{j=1}^{n'} a_j \underset{\sim}{\pi}_j' = \bigcup_{\lambda\in[0,1]} \lambda E_\lambda' \xi \tag{19}$$

为 ξ 的数学模糊期望，其中 $E_\lambda'\xi \triangleq \sum_{i=1}^{n} x_i \pi_{i\lambda}'$.

可以证明 $\underset{\sim}{E}\ \xi = \underset{\sim}{E}'\xi$,因此定义 4.2 与定义 4.1 等价． 以后通常采用定义 4.2,并约定 $n' = n$.

还可以证明 FP 随机变量的数学期望具有如下性质：

1) 若 c 为常数,则 $\underset{\sim}{E}\ c = c$;

2) 设 k_1、k_2 为任意实数,则对任一$[n_1 + n_2]$FP(ξ, η) 有

$$\underset{\sim}{E}\,(k_1\xi + k_2\eta) = k_1[\underset{\sim}{E}\ \xi] + k_2[\underset{\sim}{E}\ \eta],$$

若 ξ、η 相互独立,则 $\underset{\sim}{E}\,(\xi\eta) = [\underset{\sim}{E}\ \xi][\underset{\sim}{E}\ \eta]$.

定义 4.3 对 nFP 随机变量 ξ ,若

$$\xi(\omega_i) = x_i \qquad (i = 1,2,\cdots,n),$$

则称

$$\underset{\sim}{D}\ \xi = \sum_{i=1}^{n}\Big(x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \underset{\sim}{\pi}_i\Big)^2 \underset{\sim}{\pi}_i = \bigcup_{\lambda\in[0,1]} \lambda D_\lambda \xi \tag{20}$$

为 ξ 的模糊方差． 其中

$$D_\lambda\xi \triangleq \sum_{i=1}^{n}\Big(x_i - \Big(\sum_{i=1}^{n} x\pi_{i\lambda}\Big)\Big)^2 \pi_{i\lambda} .$$

可以证明

$$\underset{\sim}{D}\ \xi = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \underset{\sim}{\pi}_i - \Big(\sum_{i=1}^{n} x_i \underset{\sim}{\pi}_i\Big)^2 .$$

定义 4.4 若 nFP 随机变量 ξ 的模糊概率分布列为

$$\underset{\sim}{Q}\,(\xi = a_j) = \underset{\sim}{\pi}_j' \qquad (j = 1,2,\cdots,n'),$$

则称

$$\underset{\sim}{D}'\xi = \sum_{j=1}^{n'}\Big(a_j - \Big(\sum_{i=1}^{n'} a_j \underset{\sim}{\pi}_j'\Big)\Big)^2 \underset{\sim}{\pi}_j' = \bigcup_{\lambda\in[0,1]} \lambda D_\lambda' \xi \tag{21}$$

为 ξ 的模糊方差,其中

$$D_\lambda'\xi \triangleq \sum_{j=1}^{n'}\Big(a_j - \Big(\sum_{j=1}^{n'} a_j \pi_{j\lambda}'\Big)\Big)^2 \pi_{j\lambda}' .$$

可以证明

$$\underset{\sim}{D}'\xi = \sum_{j=1}^{n'} a_j^2 \underset{\sim}{\pi}_j - \Big(\sum_{j=1}^{n'} a_j \underset{\sim}{\pi}_j\Big)^2 .$$

还可以证明 FP 随机变量的方差具有如下性质：

1) 若 c 为常数,则 $\underset{\sim}{D}\ c = 0$;

2) 若 c 为常数, $\underset{\sim}{D}\,(c\xi) = c^2[\underset{\sim}{D}\ \xi]$;

3) 若 ξ、η 相互独立,则 $\underset{\sim}{D}\,(\xi + \eta) = [\underset{\sim}{D}\ \xi] + [\underset{\sim}{D}\ \eta]$.

5 结 语

本文在区间概率的基础上研究第二类模糊随机问题,给出了模糊概率随机变量的基本概

念及模糊概率随机变量的分布函数、分布列的定义,还给出了模糊概率随机变量的模糊数学期望和模糊方差的定义,为继续深入研究第二类模糊随机问题打下了基础.

[参 考 文 献]

[1] 武小悦,沙基昌.具有 Fuzzy 概率的 Fuzzy 可靠性问题的求解途径[J].模糊系统与数学,1997,**11**(3):8—11.

[2] 崔玉玲,李延杰.清晰事件模糊概率(CF 型)模糊可靠性研究[J].系统工程理论与实践,1991,**11**(6):41—45.

[3] Dubois D, Prade H. *Fuzzy Sets and System: Theory and Applications* [M]. New York: Academic Press, 1980.

[4] 张跃,王光远.模糊随机动力系统理论[M].贵阳:贵州科学技术出版社,1995,45—62.

[5] 王柏生.单源模糊数及其运算[J].模糊系统与数学,1998,**12**(2):49—53.

[6] 钟佑明,吕恩琳,王应芳.区间概率随机变量及其数字特征[J].重庆大学学报,2001,**24**(1):24—27.

[7] 王明文.基于概率区间的 Bayes 决策方法[J].系统工程理论与实践,1997,**17**(11):79—80.

Random Variable With Fuzzy Probability

LÜ En-lin[1,3], ZHONG You-ming[2]

(1. *Department of Engineering Mechanics, Chongqing University, Chongqing* 400044, *P. R. China*;

2. *College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing* 400044, *P. R. China*;

3. *Key Laboratory of Ministry of Education for the Exploitation of Southwestern Resources & the Environmental Disaster Control Engineering, Chongqing University, Chongqing* 400044, *P. R. China*)

Abstract: Mathematic description about the second kind fuzzy random variable namely the random variable with crisp event—fuzzy probability was studied. Based on the interval probability and using the fuzzy resolution theorem, the feasible condition about a probability fuzzy number set was given, go a step further the definition and characters of random variable with fuzzy probability (RVFP) and the fuzzy distribution function and fuzzy probability distribution sequence of the RVFP were put forward. The fuzzy probability resolution theorem with the closing operation of fuzzy probability was given and proved. The definition and characters of mathematical expectation and variance of the RVFP were studied also. All mathematic description about the RVFP has the closing operation for fuzzy probability, as a result, the foundation of perfecting fuzzy probability operation method is laid.

Key words: random variable; fuzzy probability; probability; mathematical expectation; variance