

文章编号: 1000-0887(2002) 08-0855-09

N_S 方程的拟序扰动序列与改善的 渐近展开匹配法*

李大鸣¹, 张红萍¹, 高永祥²

(1 天津大学 建筑工程学院, 天津 300072; 2 天津大学 机械工程学院, 天津 300072)

(江福汝推荐)

摘要: 提出了以拟序扰动序列逼近 N_S 方程定解问题渐近解的一种方法。对 N_S 方程及其边界条件的渐近拟序扰动序列解进行了讨论, 并应用此方法对球坐标系中的圆球绕流进行求解, 改善了渐近展开匹配方法, 使匹配函数更容易确定。改善后的阻力曲线与实测资料相比在雷诺数小于等于 4×10^4 以前完全吻合。

关键词: 渐近展开匹配法; 拟序扰动; N_S 方程; 圆球绕流

中图分类号: O29; TB126 文献标识码: A

引 言

渐近展开匹配法是在 Prandtl 边界层理论基础之上发展起来的^[1-3]。60 年代之后 Van Dyke 和 Kaplun 分别提出了较实用的匹配原则^[4,5]。但在渐近展开匹配法中, 因内外解求解复杂和匹配函数选择困难, 又限制了此方法的应用范围, 特别是对高阶展开的匹配更是难以进行。以往在流动问题的研究中, 一般以雷诺数为一尺度因子, 流体内部的扰动量与雷诺数表达一致, 求解中不会出现扰动量函数。但在实际流动问题中, 流体中的扰动量不仅与雷诺数相关而且与流动边界条件有关, 扰动量应根据雷诺数与流动边界条件共同确定。一定的雷诺数所激发的扰动量可以与雷诺数处于同一量级, 但其表达方式与雷诺数不尽相同。据此, 本文提出 N_S 方程关于雷诺数与扰动量拟序渐近解的形式, 可通过扰动量函数对边界条件的匹配拟合, 确定拟序渐近解。最后以圆球绕流问题的扰动量拟序渐近解的确定过程来说明改善渐近展开匹配法的应用。

1 尺度指标和渐近序列

对于不可压缩粘性流动问题, 在笛卡尔坐标流动域内应满足的基本方程为:

连续方程

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (1)$$

运动方程

* 收稿日期: 2001_04_10; 修订日期: 2002_04_01
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(29676030)
作者简介: 李大鸣(1957—), 男, 河北人, 副教授, 博士。

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{V}, \quad (2)$$

其中, \mathbf{V} 为速度矢量, t 为时间变量, $\nabla = i\partial/\partial x + j\partial/\partial y + k\partial/\partial z$ 为向量算子, ρ 为流体密度, p 为压强, ν 为运动粘性系数, $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ 为拉普拉斯算子。

在流动域固边界上满足无滑移条件为:

$$\mathbf{V}|_{\Gamma_1} = 0, \quad (3)$$

其中, Γ_1 为固边界。

在流动域内远离固边界的流动边界上满足有势流动条件为:

$$\mathbf{V}|_{\Gamma_2} = \mathbf{U}, \quad (4)$$

其中, Γ_2 为流动边界, \mathbf{U} 为流动边界上的速度。

将以上定解问题无量纲化

$$\begin{cases} \nabla' \cdot \mathbf{V}' = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial t'} + (\mathbf{V}' \cdot \nabla') \mathbf{V}' = -\nabla' p' + \frac{1}{Re} \nabla'^2 \mathbf{V}', \\ \mathbf{V}'|_{\Gamma_1} = 0, \\ \mathbf{V}'|_{\Gamma_2} = \mathbf{U}', \end{cases} \quad (5)$$

其中, 无量纲变量分别为

$$\mathbf{V}' = \frac{\mathbf{V}}{U_0}, \quad t' = \frac{tU_0}{L}, \quad p' = \frac{p}{\rho U_0^2}, \quad \nabla' = L \nabla, \quad Re = \frac{U_0 L}{\nu}, \quad \mathbf{U}' = \frac{\mathbf{U}}{U_0}, \quad (6)$$

U_0 为特征速度, L 为特征长度, Re 为(Reynolds) 雷诺数, 为书写简便省去无量纲变量上的“'”号。并以速度势函数 Φ 表示, 则有

$$\begin{cases} \nabla' \cdot (\nabla' \times \Phi) = 0, \\ \nabla' \times \left\{ [(\nabla' \times \Phi) \cdot \nabla'] (\nabla' \times \Phi) \right\} = \frac{1}{Re} \nabla' \times [\nabla'^2 (\nabla' \times \Phi)], \\ \nabla' \times \Phi|_{\Gamma_1} = 0, \\ \nabla' \times \Phi|_{\Gamma_2} = \mathbf{U}, \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\Phi = \Phi(\mathbf{x}, t)$, \mathbf{x} 为无量纲坐标变量, Φ 为速度势函数分量。

在小雷诺数情况下, 一般假设 Poincaré 形式的解

$$\Phi = \Phi(\mathbf{x}, Re) = \sum_{n=0}^{\infty} Re^n \phi_n(\mathbf{x}) \quad (8)$$

满足(7)式, 依次求解 Re 同次幂前各项可确定(8)式中各项, 但在大雷诺数情况下, (8)式则完全失效。一般认为在固边界附近 Re 较小, (8)式在此区域内仍有效, 而在远离固边界的区域, Re 则有可能很大, 显然无法用 Re 这样一个尺度指标同时描述两种不同的尺度。根据 Stokes(1851) 理论^[6]

$$Re \mathbf{x} = \mathbf{O}(1), \quad (9)$$

于是, 在远离边界的大雷诺数区可作 $1/Re$ 的缩小变换, 求解两组不同尺度方程和两组边界条件的定解问题, 通过匹配原则确定流动区域上的一致有效解。在这种渐近展开匹配法中内、外解求解复杂, 匹配函数选择困难, 对高阶项匹配函数的选择没有一定规律, 使此方法使用受到局限。

基于以上讨论, 引入拟序扰动量概念, 使流动问题与雷诺数和扰动量函数有关。设解的形

式为

$$\psi = \psi[(\mathbf{x}, Re, \varepsilon(\mathbf{x} | \Gamma_1 + \Gamma_2, Re))], \tag{10}$$

其中, ε 为与边界条件和雷诺数有关的扰动函数。考虑 ε 的拟序渐近序列, 上式改写为

$$\psi = \sum_m \varepsilon_m(\mathbf{x} | \Gamma_1 + \Gamma_2, Re) \psi_m(\mathbf{x}, Re) = \sum_n \left[Re^n \sum_m \varepsilon_m(\mathbf{x} | \Gamma_1 + \Gamma_2, Re) \psi_{nm}(\mathbf{x}) \right], \tag{11}$$

其中 $\varepsilon_m(\mathbf{x} | \Gamma_1 + \Gamma_2, Re)$ 为关于 Re 的拟序扰动序列, 序列各项线性无关, 且当 m 与 n 同阶次, 量级相当。(11) 式所构造的渐近序列, 在 Re 较小时, 扰动函数趋于零, 与(8) 式相同。当 Re 较大时 ε_m 也较大, 具有 ∞_0 不定式形态, 由边界条件确定扰动函数, 其前 n 项仍可保证近似效果。

2 球体的绕流问题

作为以上拟序扰动渐近序列推导的一个例证, 我们研究不可压缩、粘性均匀来流的球体绕流经典问题的渐近解。对这个问题 Stokes 早在 1851 年就给出了在小雷诺数情况下的 Stokes 解, 直到 1910 年 Oseen 才提出在雷诺数不是非常小时计及惯性项影响的 Oseen 解^[7~9], 这两个解的零阶渐近展开虽然能分别适应边界条件, 但对不同雷诺数在整个流动域内非一致有效, 尤其高阶渐近展开中在满足边界条件上会出问题^[10, 11], 事实上, 这是由于在研究问题的前提假设中已限定了它们的适用区域。从粘性流动的物理概念上讲, Stokes 解适用于内部区域, Oseen 解适用于外部区域, 应用 Van Dyke 的匹配原则, 可以匹配得到在整个流动域内一致有效的关于 Re 的 1 阶渐近展开式。由于匹配函数的确定毫无规律, 直到 1957 年 Kaplun 和 Lagerstrom 与 Proudman 和 Pearson 才几乎同时发现更高一阶的匹配函数 $Re^2 \lg(Re)^{[12, 13]}$, 但要继续研究更高阶展开, 只凭无规律的寻找匹配函数似乎缺乏严谨的逻辑性, 如 Chester 和 Breach 1969 年算到 $Re^3 \lg(Re)$ 项^[14], 但被怀疑其正确性。

3 球体绕流问题的渐近序列

引入球坐标系, 重新定义

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{e}_1 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \mathbf{e}_2 + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathbf{e}_3$$

为球坐标系下的向量算子, (7) 式可表达为下式

$$\left\{ \begin{aligned} &\nabla \cdot (\nabla \times \Phi) = 0, \\ &\nabla \times \left\{ [(\nabla \times \Phi) \cdot \nabla] (\nabla \times \Phi) \right\} + \nabla \times \left\{ \frac{1}{r} (\nabla \times \Phi) \times [(\nabla \times \Phi) \mathbf{A}] \right\} = \\ &\quad \frac{1}{Re} \left\{ \nabla \times [(\nabla \times \Phi)] + \nabla \times \left[\frac{2}{r} \mathbf{D} \times (\nabla \times \Phi) \right] - \right. \\ &\quad \left. \nabla \times \left[\frac{2}{r^2} (\nabla \times \Phi) + \frac{2}{r^2} (\nabla \times \Phi) \mathbf{B} \right] \right\}, \\ &\nabla \times \Phi |_{r=1} = 0, \\ &\nabla \times \Phi |_{r \rightarrow \infty} = 1, \end{aligned} \right. \tag{12}$$

其中,

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -\cot\theta & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \cot\theta & \frac{\cos 2\theta}{2\sin^2\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\cos 2\theta}{2\sin^2\theta} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D} &= \left\{ \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \frac{\partial}{\partial \theta} \right\}, \quad \Phi = \left\{ 0, 0, \frac{\phi(r, \theta)}{r \sin\theta} \right\}. \end{aligned} \right. \quad (13)$$

球半径 a 为特征长度, 无穷远流速 U_0 为特征速度. 引入符号

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\cdot}_g(\phi, \phi) &= \dot{\cdot} \times \left\{ [(\dot{\cdot} \times \Phi) \cdot \dot{\cdot}] (\dot{\cdot} \times \Phi) \right\} + \\ &\quad \dot{\cdot} \times \left\{ \frac{1}{r} (\dot{\cdot} \times \Phi) \times [(\dot{\cdot} \times \Phi) \mathbf{A}] \right\}, \\ \dot{\cdot}_f(\phi) &= \left\{ \dot{\cdot} \times [(\dot{\cdot} \times \Phi)^2] + \dot{\cdot} \times \left[\frac{2}{r^2} \mathbf{D} \times (\dot{\cdot} \times \Phi) \right] - \right. \\ &\quad \left. \dot{\cdot} \times \left[\frac{2}{r^2} (\dot{\cdot} \times \Phi) + \frac{2}{r^2} (\dot{\cdot} \times \Phi) \mathbf{B} \right] \right\}, \end{aligned} \right. \quad (14)$$

其中, ϕ 与 Φ 的关系由(13)确定, 代入(12)式, 则

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\cdot}_f(\phi) &= Re \dot{\cdot}_g(\phi, \phi), \\ \phi|_{r=1} &= 0, \\ \phi|_{r \rightarrow \infty} &= \frac{1}{2} r^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \right. \quad (15)$$

并分别以 $Re \varepsilon$ 组合阶次的渐近序列展开控制方程和边界条件得

$$\left\{ \begin{aligned} Re^0 \quad \dot{\cdot}_f \phi_{00} &= 0, \\ Re^0 \quad \phi_{00}|_{r=1} &= 0, \quad \phi'_{00}|_{r=1} = 0, \\ \varepsilon_0 \phi_{00}|_{r \rightarrow \infty} &= \frac{1}{2} r^2 \sin^2 \theta; \end{aligned} \right. \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{aligned} Re^0 \varepsilon_1 \quad \dot{\cdot}_f \phi_{01} &= 0, \\ Re^1 \varepsilon_0 \quad \dot{\cdot}_f \phi_{10} &= \varepsilon_0 \dot{\cdot}_g(\phi_{00}, \phi_{00}), \\ Re^1 \quad \phi_{nm}|_{r=1} &= 0, \quad \phi'_{nm}|_{r=1} = 0, \quad m+n=1; \\ (Re \phi_{10} + \varepsilon_1 \phi_{01})|_{r \rightarrow \infty} &\rightarrow 0, \end{aligned} \right. \quad (17)$$

$$\left\{ \begin{aligned} Re^0 \varepsilon_2 \quad \dot{\cdot}_f \phi_{02} &= 0, \\ Re^1 \varepsilon_1 \quad \dot{\cdot}_f \phi_{11} &= \varepsilon_0 \dot{\cdot}_g(\phi_{00}, \phi_{01}) + \varepsilon_0 \dot{\cdot}_g(\phi_{01}, \phi_{00}), \\ Re^2 \varepsilon_0 \quad \dot{\cdot}_f \phi_{20} &= \varepsilon_0 \dot{\cdot}_g(\phi_{00}, \phi_{10}) + \varepsilon_1 \dot{\cdot}_g(\phi_{10}, \phi_{00}), \\ Re^2 \quad \phi_{nm}|_{r=1} &= 0, \quad \phi'_{nm}|_{r=1} = 0, \quad n+m=2; \\ (Re^2 \phi_{20} + Re \varepsilon_1 \phi_{11} + \varepsilon_2 \phi_{02})|_{r \rightarrow \infty} &= 0, \end{aligned} \right. \quad (18)$$

.....

由(17)第1、2式可得

$$\phi_{00} = C_{00} \left(2r^2 - 3r + \frac{1}{r} \right) \sin^2 \theta \quad (19)$$

(19)代入(16)第3式可直接匹配求得

$$\varepsilon_0 = 1, \quad C_{00} = \frac{1}{4}.$$

(19) 式为 Stokes 解·

由(17)第 1、2、3 式可得

$$\phi_{10} = -\frac{3}{32} \left[2r^2 - 3r + 1 - \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} \right] \sin \theta \cos \theta, \quad (20)$$

$$\phi_{01} = C_{01} \left[2r^2 - 3r + \frac{1}{r} \right] \sin^2 \theta, \quad (21)$$

代入(17)第 4 式可直接匹配求得

$$\varepsilon_1 = Re, \quad C_{01} = \frac{3}{32}.$$

这样避免了 Whitehead 佯谬, 得到了 Stokes_Oseen 解·

由(18)式第 1、2、3、4 式得

$$\phi_{11} = \frac{1}{32} \left[C_3 r^3 + C_0 + D_2 r^2 - 6r^2 + 9r + \frac{3}{r} \right] \sin^2 \theta \cos \theta, \quad (22)$$

$$\phi_{02} = C_{02} \left[2r^2 - 3r + \frac{1}{r} \right] \sin^2 \theta, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \phi_{20} = & \left[C_2 r^2 + C_1 r + D_1 r^{-1} - \frac{1}{32} r^3 + \frac{9}{80} r^2 \lg r - \frac{9}{560} r^{-1} \lg r - \right. \\ & \left. \frac{3}{512} r^{-2} + \frac{521}{179\,200} r^{-3} \lg r \right] \sin^2 \theta + \left[D_1' r^{-1} + D_3 r^{-3} - \frac{1}{32} r^3 + \frac{129}{1\,280} r^2 - \right. \\ & \left. \frac{33}{256} r + \frac{3}{32} - \frac{9}{280} r^{-1} \lg r - \frac{3}{512} r^{-2} - \frac{3}{448} r^{-3} \lg r \right] \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad (24) \end{aligned}$$

其中, C, D 是相应下标的待定系数· 当 C 下标 ≥ 2 时待定系数由 $r \rightarrow \infty$ 条件确定, 当 C 下标 < 2 时, 待定系数由固边界无滑移条件确定, D 均由固边界无滑移条件确定(以下均同)· 比较 Proudman 和 Pearson 与 Chester 和 Breach 的 Re^2 项, 形式完全相同· 代入固边界条件得

$$C_0 = -\frac{1}{32}(80C_3 + 3), \quad D_2 = \frac{3}{32}(16C_3 - 1),$$

$$D_1 = \frac{1}{179\,200}(89\,600C_2 + 4\,743), \quad C_1 = \frac{3}{12\,800}(-6\,400C_2 + 83),$$

$$D_1' = -\frac{669}{35\,840}, \quad D_3 = \frac{353}{35\,840}.$$

满足相应情况的无穷远边界条件, 对 r^3, r^2 前与 Re 无关的待定系数可直接匹配得

$$\lim_{r \rightarrow \infty} O(r^3) \rightarrow 0, \quad C_3 = 2,$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} O(r^2) \rightarrow 0, \quad C_2 = \frac{111}{1\,280}.$$

显然, $r^2 \lg r$ 项无法直接与 $\varepsilon_2 r^2$ 项匹配· 但根据(9)式 $Re r = O(1)$ 为惯性力与粘性力量级之比, 当 $r \rightarrow \infty$ 时, 可用 $1/Re \rightarrow \infty$ 代替, 通过变换后直接匹配得

$$C_{02} = \frac{9}{160}, \quad \varepsilon_2 = Re^2 \lg Re,$$

进而可以确定出 $Re^0 \sim Re^2$ 的渐近解

$$\phi = \phi_{00} + Re(\phi_{01} + \phi_{10}) + Re^2(\phi_{11} + \phi_{20}) + Re^2 \lg Re \phi_{02} + O(Re^3). \quad (25)$$

由(25)式可以得到阻力系数 C_D 的公式, 为便于与前人公式进行比较, 将 Re^2 项归入高阶项得^[9]

$$C_D = \frac{F}{0.5 \rho U_0 (\pi a^2)} = \frac{12}{Re} \left[1 + \frac{3}{8} Re + \frac{9}{40} Re^2 \lg Re + O(Re^2) \right]. \quad (26)$$

通过以上推导可以看出, 本文提出的拟序渐近序列若采用直接匹配法得出的渐近解与传统内、外解直接匹配方法所得到的结果完全相同, 证明本文提出定解问题的拟序渐近序列是正确的。

4 改善的匹配方法

在直接匹配方法中, 渐近序列解前两阶匹配在整个流动区域一致逼近, 第3阶匹配用 $1/Re$ 替代 r 所做的缩小变换选择的只是 $Re = O(1)$ 的特殊情况, 只在 Re 较小, $r \rightarrow \infty$ 时, 满足边界条件, 但没有表现出在整个流动区域一致逼近的情况。为改善匹配条件取 $r = (1/cRe)^n$ 的匹配缩小变化, 其中 c, n 为考虑脱体扰动时匹配的待定系数。

采用最佳平方逼近

$$I(\varepsilon_2) = \int_1^{1/cRe} \left[\left(\frac{9Re^2}{80} r^2 \lg r + 2C_{02} \varepsilon_2 r^2 + Re^2 C_2 r^2 \right) \sin^2 \theta - Re^2 \frac{6}{32} r^2 \sin^2 \theta \cos \theta + Re^2 \frac{129}{1280} r^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right]^2 dr, \quad (27)$$

其中 $\varepsilon_2, C_{02}, C_2$ 需要由 $\partial I(\varepsilon_2)/\partial \varepsilon_2 = 0$ 条件确定, 可得

$$\varepsilon_2 = Re^2 \frac{n \lg(cRe)}{1 - (cRe)^{5n}}, \quad C_{02} = \frac{9}{160}, \quad C_2 = \frac{699}{6400},$$

则阻力系数公式为

$$C_D = \frac{12}{Re} \left[1 + \frac{3}{8} Re + \frac{9}{40} Re^2 \frac{n \lg(Re)}{1 - (cRe)^{5n}} + O(Re^2) \right]. \quad (28)$$

利用 $Re \rightarrow \infty$ 时 C_D 为有限值和 Re 在临界雷诺数时 C_D 取得极小值条件得

$$n = 0.233, \quad c = 0.336,$$

得到阻力系数关于雷诺数的变化曲线(如图1其中 $Re_e = U_0 D / \nu = 2U_0 a / \nu = 2Re$)。可见在雷诺数小于 4×10^4 以前与实验值吻合很好; 在大于 4×10^4 以后阻力曲线偏离实验值, 但对于雷诺数小于 4×10^4 以前的阻力系数曲线已经有了很大的改进。图2、图3为改善匹配方法后不同雷诺数情况下的流线分布, 与实际情况基本一致。

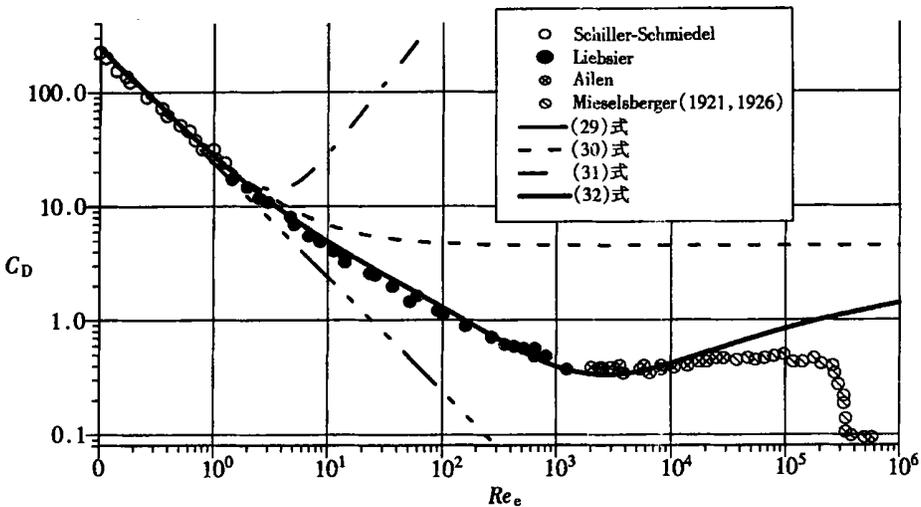
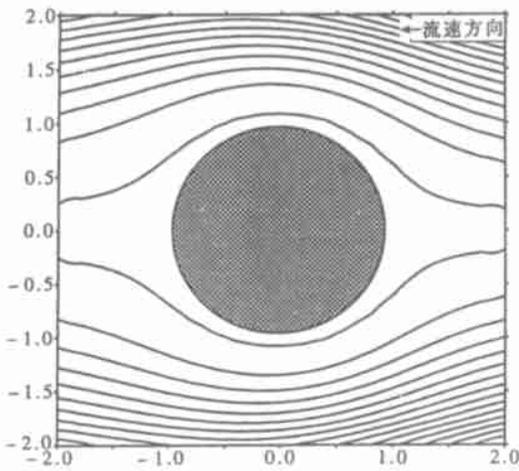
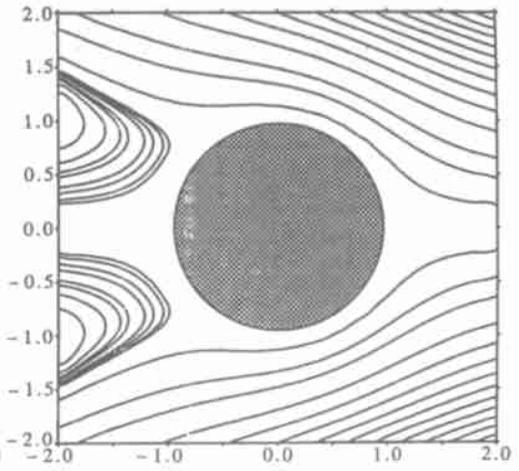


图1 圆球绕流阻力系数 C_D 曲线

图2 ($Re_c = 1$) 圆球绕流场图3 ($Re_c = 2000$) 圆球绕流场

5 球体拟序扰动渐近序列阻力曲线的分析

为比较改善匹配前后得到的阻力曲线的差异^[15, 16], 考虑以下几种情况

(1) Re 的 0 阶近似

$$C_D = \frac{24}{Re_c}; \quad (29)$$

(2) Re 的 1 阶近似

$$C_D = \frac{24}{Re_c} \left[1 - \frac{3}{16} Re_c \right]; \quad (30)$$

(3) 由 $r = 1/Re$ 的原匹配方法 Re 的 2 阶近似

$$C_D = \frac{24}{Re_c} \left[1 + \frac{3}{16} Re_c + \frac{9}{160} Re_c^2 \lg \left[\frac{Re_c}{2} \right] \right]; \quad (31)$$

(4) 由 $r = (1/cRe)^n$ 的改善匹配方法 Re 的 2 阶近似

$$C_D = \frac{24}{Re_c} \left[1 + \frac{3}{16} Re_c + \frac{9}{160} Re_c^2 \frac{n \lg(cRe_c/2)}{1 - (cRe_c/2)^{5n}} \right]; \quad (32)$$

其中

$$n = 0.233, \quad c = 0.336$$

在图 1 中可以看出 Re 的 0 阶近似阻力系数曲线(29) 式只适用于 $Re_c \leq 1$, Re 的 1 阶近似阻力系数曲线(30) 式在 $Re_c \leq 6$ 时适用, 而 Re 的 2 阶原匹配方法近似阻力系数曲线(31) 式在 $Re_c \leq 2$ 时适用, 适用范围反小于 Re 的 1 阶近似, 显然存在问题. Re 的 2 阶改善后的匹配方法渐近解, 使阻力系数曲线(32) 式 $Re_c \leq 4 \times 10^4$ 时适用, 显著改善了阻力曲线的适用范围.

6 结 论

(1) 本文提出了采用拟序扰动渐近序列与雷诺数展开相结合的渐近式作为 N_S 方程一般渐近解的形式, 并通过边界条件可确定扰动函数形式.

(2) 以球体绕流问题给出了拟序扰动渐近序列的展开求解方法, 提出了高阶匹配的改善方法.

(3) 应用改善后的匹配方法显著改善圆球阻力系数公式, 计算结果与实测资料的比较表

明,使阻力系数公式原适用范围由 $Re_e \leq 6$ 推广到 $Re_e \leq 4 \times 10^4$.

[参 考 文 献]

- [1] 钱伟长. 奇异摄动理论及其在力学中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 1981, 111—119.
- [2] 谢定裕. 渐近方法——在流体力学中的应用[M]. 北京: 友谊出版公司, 1983, 26—43.
- [3] Nayfeh A H. Perturbation Methods [M]. New York: Wiley, 1973, 23—31.
- [4] Van Dyke M. Perturbation Methods in Fluid Mechanics [M]. New York: Academic Press Inc, 1964, 9—20.
- [5] Kaplun S. Low Reynolds number flow past a circular cylinder[J]. J Math Mech, 1957, 6(3): 595—603.
- [6] Stokes G G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums[J]. Trans Camb Phil Soc, 1851, 9(2): 8—106.
- [7] Oseen C W. Ueber die Stokes'sche formel, und uber eine verwandte aufgabe in der hydrodynamik [J]. Ark Math Astron om Fys, 1910, 6(29): 154—160.
- [8] Chester W. On Oseen's approximation[J]. J Fluid Mech, 1962, 13(3): 557—569.
- [9] 易家训. 流体力学[M]. 章克本, 张涤明, 陈启强, 等译. 北京: 高等教育出版社, 1982, 262—277.
- [10] Whitehead A N. Second approximations to viscous fluid motion[J]. Quart J Pure Appl Math, 1889, 23(1): 143—152.
- [11] Goldstein S. The steady flow of viscous fluid past a fixed spherical obstacle at small Reynolds numbers[J]. Proc Roy Soc Ser A, 1929, 123(1): 225—235.
- [12] Kaplun S, Lagerstrom P A. Asymptotic expansions of Navier-Stokes solutions for small Reynolds numbers[J]. J Math Mech, 1957, 6(3): 585—593.
- [13] Proudman I, Pearson J R A. Expansions at small Reynolds numbers for the flow past a sphere and a circular cylinder[J]. J Fluid Mech, 1957, 2(2): 237—262.
- [14] Chester W, Breach D R. On the flow past a sphere at low Reynolds numbers[J]. J Fluid Mech, 1969, 37(4): 751—760.
- [15] Taneda S. Studies on wake vortices (III): Experimental investigation of the wake behind a sphere at low Reynolds numbers[J]. Rep Res Inst Appl Mech Kyushu Univ, 1956, 4(1): 99—105.
- [16] Maxworthy T. Accurate measurements of sphere drag at low Reynolds numbers[J]. J Fluid Mech, 1965, 23(2): 369—372.

Series Perturbations Approximate Solutions to N_S Equations and Modification to Asymptotic Expansion Matched Method

LI Da_ming¹, ZHANG Hong_ping¹, GAO Yong_xiang²

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, P R China;

2. School of Machinery Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, P R China)

Abstract: A method that series perturbations approximate solutions to N_S equations with boundary conditions was discussed and adopted. Then the method was proved in which the asymptotic solutions of viscous fluid flow past a sphere were deducted. By the ameliorative asymptotic expansion matched method, the matched functions are determined easily and the ameliorative curve of drag coefficient is coincident well with measured data in the case that Reynolds number is less than or equal to 40 000.

Key words: asymptotic expansion matched method; series perturbation; N_S equation; viscous fluid flow past a sphere

下 期 目 录 预 告

- 王新志 赵永刚 叶开沅 黄达文 正交各向异性板的非对称大变形问题
 田有先 张石生 凸度量空间中拟压缩映象具误差的 Ishikawa 型迭代序列的收敛性
 朱 国 吕和祥 杨大智 一个新的形状记忆合金模型
 KH. I. 哈里尔 扁球旋转大气阻力对人造卫星运动的影响
 张兴武 武际可 朱海平 黄克服 自治 Birkhoff 系统的广义正则变换和辛算法研究
 姜 楠 王玉春 舒 玮 王振东 壁面加热湍流耗散率标度指数测量的实验研究
 胡 超 王 岩 王立国 黄文虎 机械化数学在转子动力学研究中的应用
 郭书祥 吕震宙 冯立富 模糊运算和模糊有限元静力控制方程的求解
 刘海峰 周炜星 王辅臣 龚 欣 于遵宏 周期函数和非平稳周期函数的小波变换
 张立翔 黄文虎 输液管道流固耦合非线性动力稳定分析
 朱菊芬 初晓婷 一种改进的弧长法及在结构后屈曲分析的应用
 凌国平 方健雯 速度_涡量法数值求解具有表面吹吸圆柱的绕流问题
 沈新普 沈国晓 基于断裂能的岩土节理弹性_软化塑性本构模型
 方建会 二阶非完整力学系统的 Lie 对称性与守恒量
 赵 凯 王春杰 潘建勋 $\theta(t)$ 型振荡奇异积分的一个权模不等式