应用数学和力学, 第 23 卷 第 8 期(2002 年 8 月)
Applied Mathematics and Mechanics
应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2002) 08_0864_07

非线性二维导热反问题的混沌_正则化混合解法*

王登刚[1], 刘迎曦[2], 李守巨[2]

(1. 同济大学 建筑工程系, 上海 200092;
2. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

(唐立民推荐)

摘要: 考虑热传导系数随温度变化, 建立了非线性二维稳态导热反问题数值计算模型• 并把混沌优化方法和梯度正则化方法相结合, 构成一种混沌_正则化混合算法求该计算模型的全局解• 以热传导系数随温度线性变化为例, 由布置在结构边界上的观测点温度信息确定了结构材料热传导系数及其随温度变化规律• 结果表明混合算法计算结果与初值无关, 具有很好的全局寻优性能, 而且计算量远比经典遗传算法和单纯采用混沌优化方法小•

关 键 词: 逆问题; 导热反问题; 导热系数; 全局最优; 混合法/ 混沌优化方法; 梯度正则化方法
中图分类号: O39; O482.2 文献标识码: A

引 言

热传导系数是材料的重要热物性参数, 是定量分析热传导过程所必须的• 60 年代以来, 根据物体内部和(或) 表面温度测量值确定热传导系数受到了人们的重视[1~8]• 目前, 对一维情况研究较多, 其中有些学者研究了热传导系数随温度变化的一维非线性导热反问题[4~5]• 文献[4] 提出联合采用有限元法和 Davidon_Fletcher_Powell 方法由观测温度确定随温度变化的热传导系数, 但是正如该文所指出的, 其预测结果对初始选择相当敏感, 为得到一个好的计算结果通常需要一个好的热传导系数初始猜测值• 考虑到内部测点比边界测点布置困难, 文献[5] 采用 Laplace 变换技术和控制容积法的混合数值策略对一维导热问题进行了研究, 仅由材料边界测量温度确定随温度变化的热传导系数• 对多维导热反问题研究仍然处于起步不久阶段[7]• 多维情况下, 由观测温度确定随温度变化的热传导系数这类非线性导热逆问题的研究还很少见到报道[8]•

本文联合采用混沌优化方法和梯度正则化方法, 求解非线性二维稳态导热反问题, 由温度观测信息确定结构材料热传导系数随温度变化规律• 仿真结果表明该方法是可行的, 且具有

* 收稿日期: 1999_09_03; 修订日期: 2002_03_26
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10072014)
作者简介: 王登刚(1970—), 男, 安徽阜阳人, 博士, 研究方向是非线性反演方法及其应用(E_mail: wangdenggang@263.net)

比单纯混沌优化方法和经典遗传算法更高的计算效率•

1　非线性二维稳态导热反问题的数学模型

1.1　非线性二维稳态导热反问题的一般表述

一般地，二维稳态导热反问题可以由导热定解方程(1)～(4)和附加条件(5)描述如下：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda(T,x)\frac{\partial T(x)}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda(T,x)\frac{\partial T(x)}{\partial y}\right)+q_v(x)=0\qquad x\in\Omega,\tag{1}$$

$$T(x)=T(x)\qquad x\in\partial\Omega_1,\tag{2}$$

$$\frac{\partial T(x)}{\partial n}=q(x)\qquad x\in\partial\Omega_2,\tag{3}$$

$$\frac{\partial T(x)}{\partial n}=h(x)[T_f(x)-T(x)]\qquad x\in\partial\Omega_3,\tag{4}$$

$$T(x_i)=T_{\mathrm{m}}(x_i)\qquad x_i\in\partial\Omega'\ (i=1,2,\cdots,M),\tag{5}$$

式中：T、λ、q_v 分别是温度场分布函数、热传导系数、内热源强度，T、q、h、T_f 给出第一、二、三类边界条件，T_{m} 是 $\partial\Omega'$ 上测点的温度测量值，测点总数为 M•

当热传导系数随温度变化时，导热方程(1)～(4)描述的是非线性稳态导热问题•　工程上，很多材料的热传导系数是温度的线性函数

$$\lambda=\lambda_0(1+BT),\tag{6}$$

本文研究由观测温度确定 λ_0 和 B 这种反问题•

1.2　本文所采用的导热反问题数学模型

采用最优控制解[9]的概念定义反问题的解，即考虑到观测数据噪音的客观存在，认为反问题的解能满足正问题定解方程(1)～(4)，而只能近似满足附加方程(5)，指标是使附加方程两端偏差 J 最小•　其中

$$J=\|\boldsymbol{T}-\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}\|_2^2=\sum_{i=1}^{M}(T(x_i)-T_{\mathrm{m}}(x_i))^2\qquad x_i\in\partial\Omega'\ (i=1,2,\cdots,M)•\tag{7}$$

定解方程(1)～(4)采用数值方法，如有限元方法，进行离散求解时，转化为求解方程组

$$[\boldsymbol{K}(\lambda)]\{\boldsymbol{T}\}=\{\boldsymbol{P}\},\tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{K}$ 是热传导矩阵，是热传导系数的函数，$\boldsymbol{P}$ 是右端载荷向量，其分量为

$$K_{ij}=\sum_e K_{ij}^e+\sum_e H_{ij}^e,\quad P_i=\sum_e P_{qi}^e+\sum_e P_{Hi}^e+\sum_e P_{Qi}^e,$$

$$K_{ij}^e=\int_{\Omega^e}\left(\lambda\frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial N_j}{\partial x}+\lambda\frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial N_j}{\partial y}\right)\mathrm{d}\Omega,\quad H_{ij}^e=\int_{\partial\Omega_3^e}hN_iN_j\,\mathrm{d}\Gamma,$$

$$P_{qi}^e=\int_{\partial\Omega_2^e}N_iq\,\mathrm{d}\Gamma,\quad P_{Hi}^e=\int_{\partial\Omega_3^e}N_ihT_f\,\mathrm{d}\Gamma,\quad P_{Qi}^e=\int_{\Omega^e}N_iq_v\,\mathrm{d}\Omega,$$

K_{ij}^e、H_{ij}^e 分别是各单元和第三类热交换边界条件对热传导矩阵的贡献，P_{qi}^e、P_{Hi}^e、P_{Qi}^e 分别是给定热流、热交换以及热源引起的温度载荷，N_i 是单元形函数•

同时，对于具体问题，大都能利用先验知识得到 λ_0、B 具有实际物理意义的上、下界

$$\lambda_0^{\mathrm{l}}\leqslant\lambda_0\leqslant\lambda_0^{\mathrm{u}},\quad B^{\mathrm{l}}\leqslant B\leqslant B^{\mathrm{u}}•\tag{9}$$

从而导热反问题计算模型可以用式(10)描述，即以方程(8)和紧约束式(9)为约束条件，求由式(7)定义的指标 J 最小的优化问题•

$$\min J=\sum_{i=1}^{M}(T(x_i)-T_{\mathrm{m}}(x_i))^2\qquad x_i\in\partial\Omega'\ (i=1,2,\cdots,M),$$

$$\text{s.t.}\quad [\boldsymbol{K}(\lambda_0, B, T)]\{\boldsymbol{T}\} = \{\boldsymbol{P}\},\qquad(10)$$
$$\lambda_0^{\mathrm{l}} \leqslant \lambda_0 \leqslant \lambda_0^{\mathrm{u}},\ B^{\mathrm{l}} \leqslant B \leqslant B^{\mathrm{u}}.$$

2 本文提出的反问题混合求解方法

反问题求解的最大困难来自于反问题的不适定性. 由测点温度观测值确定随温度变化的热传导系数, 其拟合函数 J 是非凸的, 具有多极值性[4]. 采用梯度正则化方法、DFP 方法等求解时, 在没有足够多的先验信息给出好的初始猜测值时, 不能保证收敛到全局最优, 计算结果常常与初始猜测有关. 尽管如此, 目前梯度正则化方法仍然不失为一种较为有效的反演求解方法, 能够较好地处理反问题的不适定性问题, 收敛速度快. 正则化方法[10]理论成熟, 已经被广泛用于反问题求解中[11~13]. 混沌是存在于非线性系统中的一种较为普遍的现象. 研究表明, 混沌并不是错综复杂、杂乱无章的一片混乱, 而是具有精致的内在结构[14]. 混沌运动具有遍历性, 在一定范围内按其"自身的规律"不重复地遍历所有状态, 因此利用混沌变量进行优化搜索能够跳出局部最优. 目前, 利用混沌进行优化这方面的研究还较少[15]. 文[15]曾采用载波的混沌变量提出一种混沌优化方法. 利用混沌变量的遍历性, 总可以搜索到最优解, 但是某些状态需要很长时间才能达到, 如果最优值在这些状态时, 计算量可能是很大的[15].

总体考虑梯度正则化方法和混沌优化方法的优缺点, 本文采用梯度正则化方法和混沌优化方法联合求解非线性导热反问题.

2.1 梯度正则化方法

对于不考虑由先验信息给出的待求参数的变化范围, 而建立的反演模型(11), 梯度正则化方法的主要求解步骤如下:

$$\min J = \|\boldsymbol{T} - \boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}\|_2^2,$$
$$\text{s.t.}\quad [\boldsymbol{K}(\boldsymbol{p})]\{\boldsymbol{T}\} = \{\boldsymbol{P}\}.\qquad(11)$$

step1 给待求参数赋初值 $\boldsymbol{p}_0 = (p_{01}, \cdots, p_{0n})^{\mathrm{T}}$, 并求目标函数 $J(\boldsymbol{p}_0)$, 若 $J(\boldsymbol{p}_0) \leqslant \varepsilon_1$ 则 $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_0$ 即为所求, 计算结束; 否则执行 step2.

step2 形成线性迭代控制方程 $\boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{p} = \boldsymbol{T}_{\mathrm{m}} - \boldsymbol{T}_0$. 其中 $\boldsymbol{A}$ 是观测函数 $\boldsymbol{T}$ 对待求参量 $\boldsymbol{p}$ 的 Frechet 导数, 离散后即为 Jacobi 矩阵, 元素 $A_{ij} = \partial T(x_i)/\partial p_j$; $\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}} = (T_{\mathrm{m}}(x_1), \cdots, T_{\mathrm{m}}(x_M))^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{T}_0 = (T_0(x_1), \cdots, T_0(x_M))^{\mathrm{T}}$.

step3 采用正则化方法求方程 $\boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{p} = \boldsymbol{T}_{\mathrm{m}} - \boldsymbol{T}_0$ 的正则解得迭代步增量 $\delta\boldsymbol{p}$, 使得 $J(\boldsymbol{p}_0 + \delta\boldsymbol{p}) < J(\boldsymbol{p}_0)$ 成立.

step4 收敛判断: 若式(12)中有任何一式成立, 则令 $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_0 + \delta\boldsymbol{p}$, 计算结束; 否则, 令 $\boldsymbol{p}_0 = \boldsymbol{p}_0 + \delta\boldsymbol{p}$, 转 step2.

$$\begin{cases} J(\boldsymbol{p}_0 + \delta\boldsymbol{p}) \leqslant \varepsilon_1, \\ \|\nabla J\| = \|\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}} - \boldsymbol{T}_0)\| \leqslant \varepsilon_2, \\ \|\delta\boldsymbol{p}\| / \|\boldsymbol{p}_0\| \leqslant \varepsilon_3. \end{cases}\qquad(12)$$

2.2 混沌优化方法

$$\min J(\boldsymbol{p}),$$
$$\text{s.t.}\quad p_i^{\mathrm{l}} \leqslant p \leqslant p_i^{\mathrm{u}}.\qquad(13)$$

求解具有简单边界约束的优化问题(13)的混沌优化方法的主要步骤如下:

step1　随机生成 n 个具有微小差异的初值 $t_i^0 \in [0, 1]$, $i = 1, \cdots, n$, 置 $k = 0$•

step2　按照由 Logistic 映射式(14) 进行混沌运动得混沌变量值 t_i^{k+1}, $i = 1, \cdots, n$•

$$t^{k+1} = 4t^k(1 - t^k) \qquad 0 \leqslant t^0 \leqslant 1 \ (k = 0, 1, 2, 3, \cdots) \tag{14}$$

step3　$p_i^k = c_i + d_i t_i^k$, 即求与区间[0, 1] 上的混沌变量值对应的区间 $[p_i^{\mathrm{l}}, p_i^{\mathrm{u}}]$ 上的待求变量值, 式中 c_i、d_i 均为常数•

step4　若 $k = 1$, 则令 $\boldsymbol{p}^* = \boldsymbol{p}^1$, 并求 $J^* = J(\boldsymbol{p}^*)$, 其中 $\boldsymbol{p}^* = (p_1^*, \cdots, p_n^*)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{p}^1 = (p_1^1, \cdots, p_n^1)^{\mathrm{T}}$; 否则转 step5•

step5　计算 $J(\boldsymbol{p}^k)$, 其中 $\boldsymbol{p}^k = (p_1^k, p_2^k, \cdots, p_n^k)^{\mathrm{T}}$; 如果 $J(\boldsymbol{p}^k) < J^*$, 则 $p_i^* = p_i^k$, $J^* = J(\boldsymbol{p}^k)$, 否则 $\boldsymbol{p}^*$ 和 J^* 保持不变•

step6　$k = k + 1$, 若 $J^* \leqslant \varepsilon_1$, 或经过 m 步搜索 J^* 保持不变, 则计算结束•

2.3　非线性热传导反问题的混合求解算法

本文采用如下混合算法求解反演模型(10)•　对于本文问题, $n = 2$, $\boldsymbol{p} = (p_1, p_2)^{\mathrm{T}} = (\lambda_0, B)^{\mathrm{T}}$•

step1　给待定参量 $\boldsymbol{p}$ 赋初值 $\boldsymbol{p}^0$•　$\boldsymbol{p}^0$ 可以人为给出, 也可以在式(9) 限定的区间内随机产生•

step2　用梯度正则化方法求得正则解 $\boldsymbol{p}^*$•

step3　若 $p_i^{\mathrm{l}} \leqslant p_i^* \leqslant p_i^{\mathrm{u}}$, p_i^* 保持不变; 否则, 若 $p_i^* < p_i^{\mathrm{l}}$, 取 $p_i^* = p_i^{\mathrm{l}}$, 若 $p_i^* > p_i^{\mathrm{u}}$, 取 $p_i^* = p_i^{\mathrm{u}}$•

step4　采用变换 $t_i' = (p_i - c_i)/d_i$, 把待求变量由所给取值范围 $[p_i^{\mathrm{l}}, p_i^{\mathrm{u}}]$ 变换到混沌变量 t 的取值范围[0, 1]•

step5　令 $t_i^0 = t_i'$, 进行混沌搜索若干步, 若搜索不到比 $\boldsymbol{p}^*$ 更好的点, 则计算结束; 否则以所搜索到的更好点取代 $\boldsymbol{p}^*$, 然后置 $\boldsymbol{p}^0 = \boldsymbol{p}^*$, 转 step2•

3　算　　例

参考文献[16], 采用如下算例对混合法性能进行考察•

例　一正方形截面的无限长柱体, 柱体材料热传导系数随温度变化, $\lambda = \lambda_0(1 + BT)$, 截面边长 0.15 m, 底面 CD 为绝热边界, 右面 BD 外介质温度 $T_f = 85$ ℃, 介质对表面的放热系数 $\alpha = 160$ W/m²•℃, 左侧面 CA、上侧面 AB 的表面温度已知•　$T_1 = 404.7$ ℃, $T_5 = 394.9$ ℃, $T_9 = 363.0$ ℃, $T_{13} = 300.3$ ℃, $T_{14} = 239.0$ ℃, $T_{15} = 206.7$ ℃, $T_{16} = 190.4$ ℃•　由非第一类边界点观测温度确定 λ_0 和 B•

采用两个温度观测数据, 并把 2、3 两点作为放置热偶计的观测点•　假设柱体导热系数 $\lambda = \lambda_0(1 + BT) = 100(1 + 0.001T)$ [W/(m•℃)], 采用有限元进行非线性温度场计算可得到边界点 2、3 的温度值 $T^* = (T_2^*, T_3^*) = [343.994, 301.918]$ ℃•　单元类型采用四边形等参元•

进行模拟计算时, 变量 λ_0、B 的上、下界分别取 $\lambda_0^{\mathrm{l}} = 1$, $\lambda_0^{\mathrm{u}} = 1\,000$, $B^{\mathrm{l}} = 0.000\,1$, $B^{\mathrm{u}} = 0.01$•

采用混合方法计算时, 取 $m = 150$, 即混沌搜索 150 次帮助梯度正则化方法跳出局部最优, 由 T^* 反演计算结果如表 1 示•　表 1 仅列出由几个初值出发时的计算结果、计算量情况•　实际计算时, 采用随机数生成方式在所给定变量区间内产生 30 个初值分别进行计算, 混合算法

迭代 2～ 4次均收敛于精确值附近•

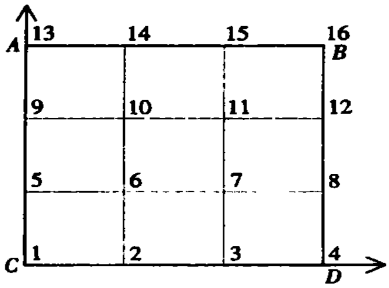

图 1　某无限长柱体断面图

表 1　　混合法计算结果

初值		计算值		niter	ndirect	耗时
λ_0	$B(\times 10^{-3})$	λ_0	$B(\times 10^{-3})$	N_i/ 次	N_s/ 次	t/s
150	20	100.002	0.999 98	3	957	9.34
20	0.5	100.001	0.999 97	2	653	7.19
500	0.1	100.002	0.999 98	2	629	6.70
500	0.5	100.001	1.000 00	3	965	9.88
5	70	100.002	0.999 97	2	653	7.08
10	40	100.003	0.999 94	3	957	9.94

注: niter、ndirect 是混合算法迭代次数和正问题计算次数•

而采用最优个体保存遗传算法计算, 取种群大小为 120, 交叉概率 0.95, 变异概率 0.05, 各变量采用长度为 14 的二进制串描述, 由 T^* 遗传进化计算 50 代搜索到$[\lambda_0, B] = [99.235, 1.019 \times 10^{-3}]$• 共计算的 6 050 次正问题, 计算时间为 47.68 s, 目标函数值为 2.459×10^{-4}•

单纯采用混沌优化方法 , 搜索 10^5 次 , 计算 10^5 次正问题 , 结果为$[97.714, 1.053\times 10^{-3}]$•

可见混合方法比遗传算法计算量小, 搜索效率高• 梯度正则化方法具有较快的收敛速度, 混合算法的计算量主要花费在混沌搜索帮助梯度正则化方法跳出局部最优上• 同时, 混合方法不存在文[5] 中反演结果与初始值有关的缺陷, 计算表明从任意初值出发, 对于适当大的混沌搜索次数 m 都能收敛到最优解, 而且有先验信息能提供“好”的初值时可以减小计算量• 现在进一步说明混合方法比梯度正则化方法在全局收敛性上具有优势: 从初值 $[\lambda_0, B] = [500, 5.0 \times 10^{-4}]$ 计算, 梯度正则化搜索结果为$[\lambda_0, B] = [-6.841 \times 10^8, -9.731 \times 10^{-4}]$, 目标函数为 24.753, 这是一个不合理的局部极值点, 并非所要求的最优解• 而由该同一初值出发, 混合方法可以搜索到全局最优解$[\lambda_0, B] = [100.001, 1.000 \times 10^{-3}]$•

4　讨　　论

梯度正则化方法是一种较为有效的反演求解方法, 能够较好地处理反问题的不适定性问题, 收敛速度快• 而如何在计算过程中利用先验信息, 在迭代求解中合理限制变量的取值范围仍然需要研究• 而且, 由于非线性导热反问题目标函数的复杂性, 往往具有多极值, 从某一初值出发, 其搜索结果可能是局部极值, 而非全局最优• 单纯采用混沌优化方法求解反问题, 可以搜索到求解最优, 但是其计算量可能非常大• 本文把二者结合, 能有效地求解本文提出的考虑先验信息的反演模型, 既保留了梯度正则化方法求解的数值稳定性和计算效率高的特性, 又利用混沌变量的遍历性帮助梯度正则化方法跳出局部最优, 使其具有全局搜索能力• 数值模拟表明, 该混合方法计算量也大大小于采用遗传算法和单纯采用混沌优化方法求解同类问题• 混合方法的计算量主要花费在混沌优化帮助梯度正则化方法跳出局部最优上•

本文研究的非线性二维稳态导热反问题, 属于非线性椭圆算子方程反问题, 具有数学上的不适定性• 而识别椭圆方程算子参数比识别双曲方程算子参数和抛物方程算子参数困难[17]• 本文方法完全可以用于求解多维非线性瞬态导热反问题, 只是正问题即非线性导热定解方程求解部分不同•

[参 考 文 献]

[1] Stolz G J. Numerical solution to an inverse problem of heat conduction for simple shapes[J]. Journal of Heat Transfer, 1960, **82**C(1): 20—26.

[2] 俞昌铭. 计算热物性参数的导热反问题[J]. 工程热物理学报, 1982, **3**(4): 372—378.

[3] Kohn R, Vogelins M. Determining conductivity by boundary measurements[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1984, **37**(3): 289—298.

[4] Tervola P. A method to determine the thermal conductivity from measuered temperature profiles[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1989, **32**(8): 1425—1430.

[5] Lin J Y, Cheng T F. Numerical estimation of thermal conductivity from boundary temperature measurements[J]. Numerical Heat Transfer, 1997, **32**A(2): 187—203.

[6] Garcia S, Guynn J, Scott E P. Use of genetic algorithms in thermal property estimation Part Ⅱ: simultaneous estimation of thermal properties[J]. Numerical Heat Transfer, 1998, **33**A(2): 149—168.

[7] 白博峰, 郭烈锦, 陈学俊. 最小二乘原理求解多维瞬态导热反问题[J]. 计算物理, 1997, **14**(4_5): 696—698.

[8] 王登刚, 刘迎曦, 李守巨. 非线性二维稳态导热反问题的一种数值解法[J]. 西安交通大学学报, 2000, **34**(11): 49—52.

[9] 黄光远, 刘小军. 数学物理反问题[M]. 济南: 山东科学技术出版社, 1993, 57—61.

[10] Tikhonov A N, Arsenin V Y. Solutions of Ill_Posed Problems [M]. Fritz John Transl. Washington: Winston Press, 1977. (English version)

[11] 唐立民, 张文飞, 刘迎曦. 微分方程反问题的梯度正则化方法[J]. 计算结构力学及其应用, 1991, **8**(2): 123—129.

[12] 刘迎曦, 王登刚, 张家良, 等. 材料物性参数识别的梯度正则化方法[J]. 计算力学学报, 2000, **17**(1): 69—75.

[13] 王登刚, 刘迎曦, 李守巨. 二维稳态导热反问题的正则化解法[J]. 吉林大学自然科学学报, 2000, (2): 56—60.

[14] 王东生, 曹磊. 混沌、分形及其应用[M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 1995, 25—92.

[15] 李兵, 蒋慰孙. 混沌优化方法及其应用[J]. 控制理论与应用, 1997, **14**(4): 613—615.

[16] 孔祥谦. 有限单元法在传热学中的应用(第二版) [M]. 北京: 科学出版社, 1986, 148—150.

[17] 杨文采. 地球物理反演和地震层析成象[M]. 北京: 地质出版社, 1989, 117—119.

Chaos_Regularization Hybrid Algorithm for Nonlinear Two_Dimensional Inverse Heat Conduction Problem

WANG Deng_gang[1], LIU Ying_xi[2], LI Shou_ju[2]

(1. Department of Building Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, P R China;

2 State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, P R China)

Abstract: A numerical model of nonlinear two_dimensional steady inverse heat conduction problem was established considering the thermal conductivity changing with temperature. Combining the chaos optimization algorithm with the gradient regularization method, a chaos_regularization hybrid algorithm was proposed to solve the established numerical model. The hybrid algorithm can give attention to both the advantages of chaotic optimization algorithm and those of gradient regularization method. The chaos optimization algorithm was used to help the gradient regularization method to escape from local optima in the hybrid algorithm. Under the assumption of temperature_dependent thermal conductivity changing with temperature in linear rule, the thermal conductivity and the linear rule were estimated by using the present method with the aid of boundary temperature measurements. Numerical simulation results show that good estimation on the thermal conductivity and the linear function can be obtained with arbitrary initial guess values, and that the present hybrid algorithm is much more efficient than conventional genetic algorithm and chaos optimization algorithm.

Key words: inverse problem; inverse heat conduction problem; thermal conductivity; global optimum; hybrid algorithm; chaos optimization algorithm; gradient regularization method