

文章编号: 1000-0887(2001 11-1142-05)

考虑旋转壳几何非线性时的随机响应研究^{*}

高世桥¹, 金磊¹ H. J. 尼曼², 刘海鹏¹

(1. 北京理工大学 机电工程学院, 北京 100081; 2. 德国 鲁尔大学 土木工程系)

(樊蔚勋推荐)

摘要: 提出了一种统计线性化迭代法(IMSL)。利用这种方法, 在形成非线性几何关系等效线性项的基础上, 建立了非线性振动方程的等效刚度矩阵。通过求解方程, 分析了几何非线性对旋转壳随机响应的影响。

关键词: 非线性; 随机响应; 旋转壳

中图分类号: O322; O324 文献标识码: A

引 言

在结构工程中, 壳体结构的非线性有时是很显著的。而解决非线性随机动力响应问题又是非常难的。本文试图借助于改进的统计线性化法在频域内解决有关的问题。为了便于研究, 也考虑到工程中的实际情况, 我们只考虑作用明显的旋转壳法向位移引起的几何非线性。利用统计线性化法, 通过处理非线性几何关系, 得到非线性项的等效刚度矩阵。进而将非线性动力方程转化为线性动力方程。在线性化过程中, 提出了迭代的方法。在分析过程中, 视壳体结构为法向弹性体。所考虑的外界激励为高斯(Gaussian)随机激励。结构的假设与参考文献[1]相同。

1 基本方程

当考虑壳体结构法向位移的非线性作用时, 其应变位移关系(即几何方程)可表示成:

$$\varepsilon = L \cdot V + \frac{1}{2} N(w), \quad (1)$$

其中 $\varepsilon = [\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, \varepsilon_\theta, K_s, K_\theta, K_\theta]^T$ 为应变向量, 且 $\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, \varepsilon_\theta$ 为应变, K_s, K_θ, K_θ 为曲率变化; $V = [u, v, w]^T$ 为位移向量, 且 u, v, w 分别为径向(即子午线方向), 环向及法向的位移; L 为线性微分算子矩阵, 其形式同参考文献[1]; N 为非线性微分算子向量, 其形式为:

$$N(w) = \left[\left[\frac{\partial w}{\partial s} \right]^2, \left[\frac{\partial w}{r \partial \theta} \right]^2, \frac{\partial w}{\partial s} \cdot \frac{\partial w}{\partial \theta}, 0, 0, 0 \right]^T, \quad (2)$$

其中 s 和 θ 分别代表子午向和环向的坐标(如图 1 所示), ∂ 代表偏微分。

* 收稿日期: 2000_05_05; 修订日期: 2001_06_20

基金项目: 德国洪堡基金(AvH)资助项目

作者简介: 高世桥(1961—), 男, 辽宁开原人, 教授, 博导, 博士。

应力应变关系可写为:

$$N_M = D \cdot \varepsilon, \quad (3)$$

其中

$$N_M = [N_s, N_\theta, N_{s\theta}, M_s, M_\theta, M_{s\theta}]^T$$

为内力向量,且 $N_s, N_\theta, N_{s\theta}$ 为薄膜内力, $M_s, M_\theta, M_{s\theta}$ 为力偶矩; D 为材料弹性矩阵,且其形式同文献[2]。

2 统计线性化

可以看出,几何关系式(1)中包含一个非线性项 $N(w)/2$ 。一般来说,用传统的方法解决非线性随机振动的问题,本文将寻求一个等效的线性项来代替式中的非线性项。根据文献[2]中的统计线性化的思想,其等效的线性项 $E_L^*(w)$ 可写为:

$$E_L^*(w) = \frac{1}{2} \frac{E[N(w) \mathbf{W}^T]}{E[\mathbf{W} \cdot \mathbf{W}^T]} \cdot \mathbf{W}, \quad (4)$$

其中 $E[\]$ 代表求统计平均值, \mathbf{W} 为如下形式的向量:

$$\mathbf{W} = \left[\frac{\partial w}{\partial s}, \frac{\partial w}{r \partial \theta} \right]^T. \quad (5)$$

将(4)式代入到(1)中并经过整理,可求得:

$$\varepsilon = L \cdot V + EL \cdot V, \quad (6)$$

其中 EL 为等效线性微分算子矩阵,当 \mathbf{W} 为高斯随机过程时有:

$$EL(\) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_1 \\ 0 & 0 & e_2 \\ 0 & 0 & e_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中:

$$e_1 = \frac{1}{2[(\sigma_1^2 + m_1^2)(\sigma_2^2 + m_2^2) - m_1^2 m_2^2]} \cdot \left\{ [m_1(3\sigma_1^2 + m_1^2)(\sigma_2^2 + m_2^2) - m_1 m_2^2(\sigma_1^2 + m_1^2)] \frac{\partial}{\partial s} + [-m_1^2 m_2(3\sigma_1^2 + m_1^2) + m_2(\sigma_1^2 + m_1^2)^2] \frac{\partial}{r \partial \theta} \right\},$$

$$e_2 = \frac{1}{2[(\sigma_1^2 + m_1^2)(\sigma_2^2 + m_2^2) - m_1^2 m_2^2]} \cdot \left\{ [m_2(\sigma_1^2 + m_1^2)(3\sigma_2^2 + m_2^2) - m_1 m_2(\sigma_1^2 + m_1^2)] \frac{\partial}{r \partial \theta} + [-m_1 m_2^2(3\sigma_2^2 + m_2^2) + m_1(\sigma_2^2 + m_2^2)] \frac{\partial}{\partial s} \right\},$$

$$e_3 = \frac{1}{2[(\sigma_1^2 + m_1^2)(\sigma_2^2 + m_2^2) - m_1^2 m_2^2]} \cdot \left\{ [m_2(\sigma_1^2 + m_1^2)(\sigma_2^2 + m_2^2) - m_1^2 m_2(\sigma_2^2 + m_2^2)] \frac{\partial}{\partial s} + [-m_1 m_2^2(\sigma_1^2 + m_1^2) + m_1(\sigma_2^2 + m_2^2)(\sigma_1^2 + m_1^2)] \frac{\partial}{r \partial \theta} \right\},$$

式中的 m_1 和 m_2 分别为随机过程 $\frac{\partial w}{\partial s}$ 和随机过程 $\frac{\partial w}{\partial \theta}$ 的均值, σ_1^2 和 σ_2^2 分别为 $\frac{\partial w}{\partial s}$ 和 $\frac{\partial w}{r \partial \theta}$ 的均方

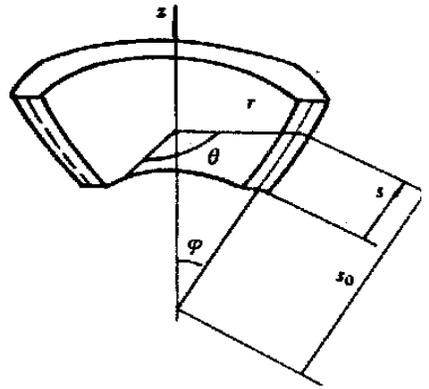


图1 旋转壳的坐标

值。

借助于(6式等效线性关系并利用半解析有限元法(AFFM)和正交变分原理,我们可以获得第*i*阶谐波的振动方程为:

$$M_i \ddot{X}_i + C_i \dot{X}_i + K_i X_i + EK_i \cdot X_i = F_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots) \quad (8)$$

其中 M_i , C_i 和 K_i 为线性系统的质量阵, 阻尼阵, 和刚度阵; X_i 为第*i*阶谐波的广义位移向量; F_i 为广义力向量; EK_i 为非线性项对应的等效刚度阵。

由于(4式是线性的, 故当外力 F_i 为高斯随机过程时, 响应 X_i 也将是高斯随机过程。

3 迭代运算

在求解非线性随机振动问题之前, $\frac{\partial w}{\partial s}$ 和 $\frac{\partial w}{r \partial \theta}$ 的均值 m_1 和 m_2 , 均方值 σ_1^2 和 σ_2^2 都是未知的, 因此等效线性微分算子 $EL(\cdot)$ 的系数都是未知的。为了解决这一问题, 同文献[2, 4] 类似, 将运用一种迭代的方法(IM)。在迭代过程中, 将线性系统的解作为初始值。

对于下列的线性随机振动方程:

$$M_i \ddot{X}_i^0 + C_i \dot{X}_i^0 + K_i X_i^0 = F_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots) \quad (9)$$

用一般的半解析有限元法(AFEM)^[2], 其响应 $\frac{\partial w}{\partial s}$ 和 $\frac{\partial w}{r \partial \theta}$ 的均值 m_1^0 , m_2^0 和均方值 σ_1^2 , σ_2^2 是很容易求得的。把它们代入到方程(7)中, 我们可得到等效线性项的一阶近似 $EL^{*1}(w)$ 和等效刚度矩阵的一阶近似 EK_i^1 。将所得的 EK_i^1 代入方程。

$$M_i \ddot{X}_i^1 + C_i \dot{X}_i^1 + K_i X_i^1 + EK_i^1 \cdot X_i = F_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots) \quad (10)$$

中, 我们可以看到响应 $\frac{\partial w}{\partial s}$ 和 $\frac{\partial w}{r \partial \theta}$ 均值的一阶近似 m_1^1 , m_2^1 及均方值的一阶近似 σ_1^2 , σ_2^2 ^[2]。

遵循这一原理, 我们可以得到等效刚度矩阵的 n 阶近似阵 EK_i^n , 其递推方程为:

$$EK_i^0 = [0], \quad (11a)$$

$$M_i \ddot{X}_i^n + C_i \dot{X}_i^n + K_i X_i^n + EK_i^n \cdot X_i^n = F_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots), \quad (11b)$$

$$EL^{*n}(w) = \frac{1}{2} \frac{E[LN(w^n) \cdot W^{nT}]}{E[W^n \cdot W^{nT}]} \cdot W, \quad (11c)$$

$$EK_i^{n+1} = EK_i^{n+1}(EL^{*n}(w)) \quad (11d)$$

迭代终止判断式可给出如下:

$$\frac{\max(EK_i^{n+1} - EK_i^n)}{\text{com}(EK_i^n)} < \xi, \quad (12)$$

其中 ξ 是由问题精度需求确定的小量。符号 \max 表示矩阵的最大元素, 符号 com 代表最大值对应的元素。

4 实例及结果

利用上述的统计线性化法, 本文对考虑几何非线性的双曲冷却塔旋转壳(如图2(a)所示)体的阵风响应进行了计算。壳体中面的几何方程为 $r^2 = 0.177z^2 + 25.1^2$ 。塔高为 $H = 120$ m, 喉部高度为 $H_1 = 96.0$ m。壳体厚度按指数规律变化, 其最大值为 $h_{\max} = 0.75$ m。最小值为 $h_{\min} = 0.18$ m, 其指数为 $\eta = 2.5$ 。材料的物理参数如下: 泊松比 $\mu = 0.3$, 杨氏模量 $E = 2700000$ T/m², 质量密度 $\rho = 2.45$ T/m³, 迎风面子午线上法向位移的统计平均值 $E[w]$ 和均方根值

σ_w 分别标于(图 2(b) 和图 2(c)。

计算中, 随机阵风载荷的大小及形态可参见文献[3, 5]。

风压可表示为:

$$P(z, \theta, t) = p(z, \theta) + p'(z, \theta, t), \tag{13}$$

其中 p 是平均风压, p' 为脉动风压。他们可分别表示为:

$$p(z, \theta) = 0.5\rho c_p(\theta) \cdot v^2(z) \tag{14}$$

和

$$p'(z, \theta, t) = \rho C_p(\theta) \cdot v(z) \cdot v(z, \theta, t), \tag{15}$$

其中 ρ 为空气密度; $v(z)$ 为平均风速; $v(z, \theta, t)$ 为即时风速, $C_p(\theta)$ 为环向压力系数。

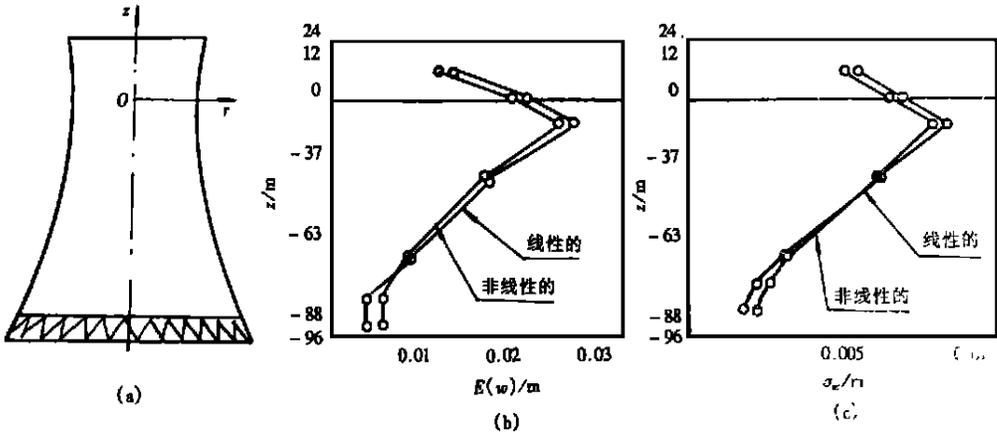


图 2

从所得结果可以看出, 当仅考虑几何非线性时, 对于相同的外力风载, 最大风响应将减少, 这意味着, 几何非线性有增大壳体系统刚度的作用。

感谢德国洪堡基金会(AvH)的支持。

[参 考 文 献]

[1] 卢文达, 高世桥. 旋转壳局部几何缺陷对其自然频率的影响[J]. 上海力学, 1987, 8(3): 1—12.
 [2] GAO Shi_qiao, Niemann H J. A method of iteration linearization to solve the nonlinear statistic vibration problems[J]. Comm in Numerical Methods in Engineering, 1994, 10(1): 67—72.
 [3] Kato S, Yokoo Y. Effect of geometric imperfection on stress distributions in cooling tower[J]. Engineering Structures, 1980, 2: 150—156.
 [4] GAO Shi_qiao, Niemann H J. Effect of nonlinear geometric behaviour on random response of rotational shell[J]. Journal of Beijing Institute of Technology (English Edition), 2001, 10(1): 21—28.
 [5] LU Wen_da, LIN Bao_qing. The effect of axisymmetric geometric to turbulent wind in cooling tower [J]. Journal of Shanghai University of Technology, 1984, (3): 15—28.

Investigation of Random Response of Rotational Shell When Considering Geometric Nonlinear Behaviour

GAO Shi_qiao¹, JIN Lei¹, Niemann H J², LIU Hai_peng¹

(1. Academy of Mechanical and Electrical Engineering Beijing,
Institute of Technology, Beijing 100081, P R China;

2 Building Aerodynamics Laboratory, Ruhr University, F R Germany

Abstract: An iteration method of statistic linearization(IMSL) is presented. By this method, an equivalent linear term was formed in geometric relation and then an equivalent stiffness matrix for non-linear term in vibration equation was established. Using the method to solve the statistic linear vibration equations, the effect of geometric nonlinearity on the random response of rotational shell is obtained.

Key words: nonlinear; random response; rotational shell