

文章编号: 1000\_0887(2001)07\_0666\_07

# 斜放四角锥扁网壳的非线性弯曲理论<sup>\*</sup>

肖 潭, 刘人怀

(暨南大学 应用力学研究所, 广州 510632)

(我刊编委刘人怀来稿)

**摘要:** 双层网壳是大型空间结构的主要结构形式, 斜放四角锥扁网壳就是其中一种。它主要依靠上、下表层承受载荷, 网壳腹部则比较空而且柔。根据斜放四角锥扁网壳的几何和力学特点, 在三个基本假定的基础上, 把它连续化并等效成一夹层扁壳。先从能量和内力等效的角度来分析它的本构关系, 然后运用虚功原理, 推导出斜放四角锥扁网壳几何非线性弯曲理论的基本方程。

**关 键 词:** 斜放四角锥扁网壳; 夹层壳; 非线性**中图分类号:** O322; TH702      **文献标识码:** A

## 引 言

双层网壳是大跨度、大空间结构的主要结构形式之一, 在建筑工程和其它许多领域中有着广泛的应用<sup>[1~2]</sup>。斜放四角锥扁网壳就是其中的一种。它由倒置的四角锥体连接而成, 下弦杆联接各锥体顶点构成正方形网格, 上弦杆和下弦杆相交成 45° 夹角。它的几何和力学特点是: 由杆件架空组成; 主要承载构件分布在网壳上、下表层; 腹部则比较空而且柔; 与均质壳体相比, 整体上有相当大的抗弯刚度和很小的抗剪刚度; 剪切变形的影响显著增加, 在分析时必须加以考虑。另外, 由于斜放四角锥扁网壳上、下表层弦杆的方向不同而且尺寸不相等, 所以这类网壳没有结构对称中面, 网壳的弯曲变形与平面变形存在耦合。但是对于这样一种双层网格壳, 由于结构复杂的困难, 据作者所知, 尚未有人对其非线性弯曲进行过研究。本文在作者以往工作<sup>[3~11]</sup>的基础上, 使用等效和连续化的原则, 给出了这一壳体的几何非线性弯曲理论的基本方程。

## 1 基本假定与等效模型

今考虑一个斜放四角锥扁网壳, 其结构如图 1(a) 和图 1(b) 所示。先在壳体上设置两个直角坐标系  $x'y'z$  和  $xyz$ , 并使  $x'$ ,  $y'$  轴与上弦杆平行,  $x$ ,  $y$  轴与下弦杆平行,  $z$  轴垂直网壳表层, 两个坐标系夹 45° 角。网壳上、下弦杆长度分别是  $L_3$  和  $L_1$ , 截面积是  $A_3$  和  $A_1$ , 通过质心的惯性矩分别是  $I_3$  和  $I_1$ ; 腹杆长是  $L_2$ , 截面积是  $A_2$ , 网壳上下表层中面之间的距离是  $h$ ; 网壳沿  $x$ ,  $y$

\* 收稿日期: 2000\_05\_23; 修订日期: 2001\_02\_20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19972024); 广东省自然科学基金资助项目(960197, 994451); 广州市科技计划项目

作者简介: 肖潭(1965—), 男, 江西人, 工程师, 博士;

刘人怀(1940—), 男, 成都人, 教授, 博导, 中国工程院院士, 校长兼所长。

方向曲率分别是  $k_1$  和  $k_2$ , 材料弹性模量是  $E$ 。我们假定: 1) 斜放四角锥扁网壳上、下表层之间距离远小于网壳结构的曲率半径, 网格分布稠密, 网格划分均匀规则; 2) 网壳中各杆件截面尺寸远小于网格尺寸和上下表层之间距离, 节点固结; 3) 杆件材料完全弹性。

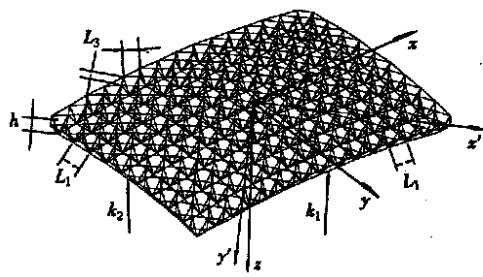


图 1(a) 斜放四角锥扁网壳结构示意图

根据上述假设, 我们把斜放四角锥扁网壳连续化并等效成几何外形相同的夹层扁壳, 即把网壳的上、下表层等效为夹层扁壳的上、下表层, 把它的腹杆等效成夹层扁壳的夹心层, 并假设夹层扁壳表层处于薄膜应力状态, 夹心平行壳面方向不能承受载荷, 且夹心横向不可压缩<sup>[3~11]</sup>。我们取一个网壳上表层单元  $ABCD$ , 如图 2 所示。在坐标系  $x' y' z'$  下, 网壳上弦杆内力分量是  $N_{13}$ ,  $N_{23}$ ,  $N_{123}$  和  $N_{213}$ 。

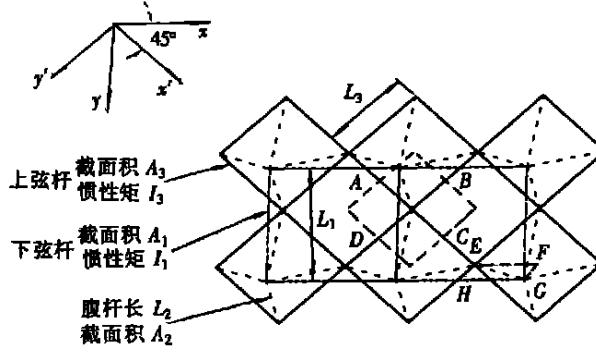


图 1(b) 斜放四角锥扁网壳局部结构示意图

图 2 网壳上表层单元及其等效夹层壳表层单元

图 2 中虚线构成的正方形是等效夹层扁壳表层单元, 在坐标系  $x' y' z'$  下, 内力分量是  $N_{x3}$ ,  $N_{y3}$ ,  $N_{xy3}$  和  $N_{yx3}$ 。考虑壳的扁平性, 则有  $N_{xy3} = N_{yx3}$ 。根据内力等效原则, 在坐标系  $x' y' z'$  下, 斜放四角锥扁网壳上弦杆内力分量与等效夹层扁壳上表层内力分量有如下关系

$$N_{x3} = \frac{N_{13}}{L_3}, \quad N_{y3} = \frac{N_{23}}{L_3}, \quad N_{xy3} = \frac{N_{123}}{L_3} = \frac{N_{213}}{L_3}. \quad (1)$$

如果在坐标系  $xyz$  中假设网壳下弦杆的内力分量是  $N_{11}$ ,  $N_{21}$ ,  $N_{121}$ ,  $N_{211}$ , 而相应的等效壳下表层的内力分量是  $N_{x1}$ ,  $N_{y1}$ ,  $N_{xy1}$ ,  $N_{yx1}$ , 那么可得这些内力分量之间的关系为

$$N_{x1} = \frac{N_{11}}{L_1}, \quad N_{y1} = \frac{N_{21}}{L_1}, \quad N_{xy1} = \frac{N_{121}}{L_1} = \frac{N_{211}}{L_1}. \quad (2)$$

从图 1 的结构中取出一个网壳腹杆单元  $EFGH$  (图 3)。在  $xz$  平面上,  $Q_1$  是腹杆内力分量。图 3 中虚线所构成的矩形是对应的等效夹层扁壳夹心单元, 其内力分量是  $Q_x$ 。在  $yz$  平面上, 腹杆内力分量是  $Q_2$ , 对应的等效单元内力分量是  $Q_y$ 。根据内力等效原则, 在坐标系  $xyz$  中斜放四角锥扁网壳腹杆内力分量与等效夹层扁壳夹心内力分量有如下关系

$$Q_x = \frac{Q_1}{L_1}, \quad Q_y = \frac{Q_2}{L_1}. \quad (3)$$

等效夹层扁壳微元体如图 4 所示。在坐标系  $xyz$  下, 上表层、夹心和下表层的位移分量和应变分量分别是  $u_i, v_i, w_i$  和  $\varepsilon_{xi}, \varepsilon_{yi}, \varepsilon_{zi}, Y_{xyi}, Y_{yzi}, Y_{xzi}$  ( $i = 3, 2, 1$ )。设  $u, v, w$  为上表层位移分量值,  $\psi_x$  和  $\psi_y$  为上表层中面的法线在  $xz$  和  $yz$  平面内的转角(由  $z$  轴经  $90^\circ$  转向  $x$  或  $y$  轴方向为正), 则有

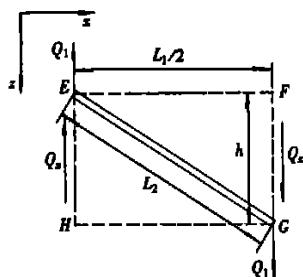


图 3 网壳腹杆单元和等效夹层壳夹心单元

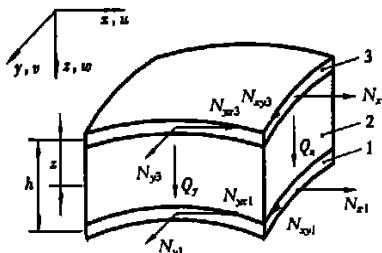


图 4 等效夹层扁壳微元体

$$\text{上表层} \quad u_3 = u, \quad v_3 = v, \quad w_3 = w^* \quad (4)$$

$$\text{下表层} \quad u_1 = u + h\psi_x, \quad v_1 = v + h\psi_y, \quad w_1 = w^* \quad (5)$$

$$\text{夹心} \quad u_2 = u + z\psi_x, \quad v_2 = v + z\psi_y, \quad w_2 = w^* \quad (6)$$

等效夹层扁壳表层的几何方程为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xi} &= u_{i,x} + \frac{1}{2}w_{i,x}^2 - k_1 w_i, \\ \varepsilon_{yi} &= v_{i,y} + \frac{1}{2}w_{i,y}^2 - k_2 w_i, \\ Y_{xyi} &= v_{i,x} + u_{i,y} + w_{i,x} w_{i,y}^* \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 3) \quad (7)$$

等效夹层扁壳夹心的几何方程为

$$Y_{xz2} = u_{2,z} + w_{2,x}, \quad Y_{yz2} = v_{2,z} + w_{2,y}^* \quad (8)$$

将式(4)~(6)代入式(7)和(8), 我们得到等效夹层扁壳应变分量

上表层

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{x3} &= u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^2 - k_1 w, \\ \varepsilon_{y3} &= v_{,y} + \frac{1}{2}w_{,y}^2 - k_2 w, \\ Y_{xy3} &= v_{,x} + u_{,y} + w_{,x} w_{,y}^* \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

下表层

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{x1} &= u_{,x} + h\psi_{x,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^2 - k_1 w, \\ \varepsilon_{y1} &= v_{,y} + h\psi_{y,y} + \frac{1}{2}w_{,y}^2 - k_2 w, \\ Y_{xy1} &= v_{,x} + u_{,y} + h(\psi_{y,x} + \psi_{x,y}) + w_{,x} w_{,y}^* \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

夹心

$$Y_{xz2} = \psi_x + w_{,x}, \quad Y_{yz2} = \psi_y + w_{,y}^* \quad (11)$$

## 2 本构方程

如图 2 所示, 在坐标系  $x'yz$  下, 假设斜放四角锥扁网壳上表层应变分量是  $\dot{\varepsilon}_{x3}$ ,  $\dot{\varepsilon}_{y3}$ ,  $\dot{\gamma}_{xy3}$ , 其杆件的轴力就是

$$\dot{N}_{13} = EA_3 \dot{\varepsilon}_{x3}, \quad \dot{N}_{23} = EA_3 \dot{\varepsilon}_{y3} \bullet \quad (12)$$

考虑杆件自身的平衡有  $\dot{N}_{123}L_3 = \dot{N}_{213}L_3$ , 根据假设(2), 我们求得剪应变

$$\dot{\gamma}_{xy3} = \frac{\dot{N}_{123}L_3^2}{12EI_3} + \frac{\dot{N}_{213}L_3^2}{12EI_3} \bullet \quad (13)$$

将式(12)代入式(1), 得到等效夹层扁壳上表层在坐标系  $x'yz'$  下的内力分量

$$\dot{N}_{x3} = \frac{EA_3}{L_3} \dot{\varepsilon}_{x3}, \quad \dot{N}_{y3} = \frac{EA_3}{L_3} \dot{\varepsilon}_{y3}, \quad \dot{N}_{xy3} = \frac{6EI_3}{L_3^3} \dot{\gamma}_{xy3} \bullet \quad (14)$$

设图 4 中上表层在坐标系  $xyz$  下的内力分量是  $N_{x3}$ ,  $N_{y3}$ ,  $N_{xy3}$  和  $N_{yx3}$ , 而在图 2 中坐标系  $x'y'z'$  下的内力分量是  $\dot{N}_{x3}$ ,  $\dot{N}_{y3}$ ,  $\dot{N}_{xy3}$  和  $\dot{N}_{yx3}$ , 那么它们之间有如下的转换关系

$$\left. \begin{aligned} N_{x3} &= \frac{1}{2}\dot{N}_{x3} + \frac{1}{2}\dot{N}_{y3} - \dot{N}_{xy3}, \\ N_{y3} &= \frac{1}{2}\dot{N}_{x3} + \frac{1}{2}\dot{N}_{y3} + \dot{N}_{xy3}, \\ N_{xy3} &= \frac{1}{2}\dot{N}_{x3} - \frac{1}{2}\dot{N}_{y3} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

而其应变分量由坐标系  $xyz$  到坐标系  $x'y'z'$  的转换关系是

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{x3} &= \frac{1}{2}\varepsilon_{x3} + \frac{1}{2}\varepsilon_{y3} + \frac{1}{2}\gamma_{xy3}, \\ \dot{\varepsilon}_{y3} &= \frac{1}{2}\varepsilon_{x3} + \frac{1}{2}\varepsilon_{y3} - \frac{1}{2}\gamma_{xy3}, \\ \dot{\gamma}_{xy3} &= -\varepsilon_{x3} + \varepsilon_{y3} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

将式(16)代入式(14), 再把式(14)代入式(15), 我们得到等效夹层扁壳上表层的物理方程

$$\left. \begin{aligned} N_{x3} &= \left\{ \frac{EA_3}{2L_3} + \frac{6EI_3}{L_3^3} \right\} \varepsilon_{x3} + \left\{ \frac{EA_3}{2L_3} - \frac{6EI_3}{L_3^3} \right\} \varepsilon_{y3}, \\ N_{y3} &= \left\{ \frac{EA_3}{2L_3} - \frac{6EI_3}{L_3^3} \right\} \varepsilon_{x3} + \left\{ \frac{EA_3}{2L_3} + \frac{6EI_3}{L_3^3} \right\} \varepsilon_{y3}, \\ N_{xy3} &= \frac{EA_3}{2L_3} \gamma_{xy3} \bullet \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

和式(14)相似, 我们有等效夹层扁壳下表层的物理方程

$$N_{x1} = \frac{EA_1}{L_1} \varepsilon_{x1}, \quad N_{y1} = \frac{EA_1}{L_1} \varepsilon_{y1}, \quad N_{xy1} = \frac{6EI_1}{L_1^3} \gamma_{xy1} \bullet \quad (18)$$

分析图 3 中的网壳腹杆单元, 根据假定(2)和腹杆结构受力特点, 我们仅考虑它整体上的抗剪作用而忽略它整体上的抗拉和抗弯作用。由于腹杆较细长, 当它在一对大小相等、方向相反的横向力  $Q_1$  作用下时, 可近似简化为节点铰支的桁架结构来计算。于是, 腹杆轴力为

$$N_2 = \frac{Q_1 L_2}{h} \bullet \quad (19)$$

那么, 腹杆单元的剪切变形余能为

$$V_c = \frac{N_2^2 L_2}{2EA_2} = \frac{L_2^3}{2EA_2 h^2} Q_1^2 \bullet \quad (20)$$

根据能量等效原则, 等效夹层扁壳微元体的夹心在表层单位面积上的变形余能为

$$U_c = \frac{2V_c}{L_1^2} = \frac{L_2^3}{EA_2 h^2 L_1^2} Q_x^2 \quad (21)$$

将式(3)代入式(21), 并运用卡氏第二定理, 便有

$$\gamma_{xz2} = \frac{\partial U_c}{\partial Q_x} = \frac{\partial}{\partial Q_x} \left( \frac{L_2^3}{EA_2 h^2 L_1^2} Q_x^2 \right) = \frac{2L_2^3}{EA_2 h^2} Q_x, \quad (22)$$

同理可求  $\gamma_{yz2}$ 。于是, 等效夹层扁壳夹心的物理方程是

$$Q_x = g \gamma_{xz2}, \quad Q_y = g \gamma_{yz2}, \quad (23)$$

式中

$$g = \frac{EA_2}{2L_2} \left( \frac{h}{L_2} \right)^2. \quad (24)$$

### 3 非线性基本方程

假定等效夹层扁壳区域为  $D$ , 单位面积所受的外力分量分别为  $f_x, f_y, f_z$ 。同时, 在边界  $C$  上, 给定单位面积力边界条件  $F_x, F_y, F_z$  或位移边界条件  $u, v, w$ 。根据虚功原理我们有

$$\begin{aligned} & \iint_D (N_{x1} \delta \varepsilon_{x1} + N_{y1} \delta \varepsilon_{y1} + N_{xy1} \delta \varepsilon_{xy1} + N_{x3} \delta \varepsilon_{x3} + N_{y3} \delta \varepsilon_{y3} + N_{xy3} \delta \varepsilon_{xy3}) dx dy + \\ & \iint_D (Q_x \delta \gamma_{xz2} + Q_y \delta \gamma_{yz2}) dx dy - \oint_C (N_{xn} \delta u + N_{yn} \delta v + N_z \delta w) ds - \\ & \oint_C (M_{xn} \delta \Phi_x + M_{yn} \delta \Phi_y) ds - \iint_D (f_x \delta u + f_y \delta v + f_z \delta w) dx dy = 0, \end{aligned} \quad (25)$$

式中  $N_{xn}, N_{yn}, N_z$  和  $M_{xn}, M_{yn}$  是  $C$  上单位长度的外力和外力矩,

$$(N_{xn}, N_{yn}, N_z) = \int_0^h (F_x, F_y, F_z) dz, \quad (M_{xn}, M_{yn}) = \int_0^h (F_x z, F_y z) dz. \quad (26)$$

将式(9)~(11)代入式(25), 分部积分后经整理得到基本方程

$$\left. \begin{aligned} & N_{x,x} + N_{xy,y} + f_x = 0, \\ & N_{xy,x} + N_{y,y} + f_y = 0, \\ & M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + N_x(w_{,xx} + k_1) + \\ & \quad 2N_{xy}w_{,xy} + N_y(w_{,yy} + k_2) - w_{,x}f_x - w_{,y}f_y + f_z = 0, \\ & M_{x,x} + M_{xy,y} - Q_x = 0, \\ & M_{xy,x} + M_{y,y} - Q_y = 0, \end{aligned} \right\} \quad (27a \sim e)$$

和边界条件

$$\left. \begin{aligned} & lN_x + mN_{xy} = N_x \text{ 或 } u = u, \quad lN_{xy} + mN_y = N_y \text{ 或 } v = v, \\ & l(M_{x,x} + M_{xy,y}) + m(M_{xy,x} + M_{y,y}) + w_{,x}N_{xn} + w_{,y}N_{yn} = N_z \text{ 或 } w = w, \\ & lM_x + mM_{xy} = M_{xn} \text{ 或 } \Phi_x = \Phi_x, \quad lM_{xy} + mM_y = M_{yn} \text{ 或 } \Phi_y = \Phi_y, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

其中  $l, m$  为边界  $C$  外法线方向余弦,  $\Phi_x$  和  $\Phi_y$  是  $\Phi_x$  和  $\Phi_y$  的边界值,  $N_x, N_y, N_{xy}$  是等效夹层扁壳整体的等效薄膜内力,  $M_x, M_y, M_{xy}$  是其上下表层薄膜力产生的弯矩。

$$\left. \begin{array}{l} N_x = N_{x1} + N_{x3}, \quad N_y = N_{y1} + N_{y3}, \quad N_{xy} = N_{xy1} + N_{xy3}, \\ M_x = hN_{x1}, \quad M_y = hN_{y1}, \quad M_{xy} = hN_{xy1}. \end{array} \right\} \quad (29)$$

将式(17)和(18)代入式(29), 并利用式(9)和(10), 同时又将式(11)代入式(23), 求得

$$\left. \begin{array}{l} N_x = b_1 \xi_3 + b_2 \xi_{y3} + c_1 \phi_{x,x}, \quad N_y = b_2 \xi_3 + b_1 \xi_{y3} + c_1 \phi_{y,y}, \\ N_{xy} = b_3 \gamma_{xy3} + c_2 (\phi_{x,y} + \phi_{y,x}), \\ M_x = c_1 \xi_3 + hc_1 \phi_{x,x}, \quad M_y = c_1 \xi_{y3} + hc_1 \phi_{y,y}, \\ M_{xy} = c_2 \gamma_{xy3} + hc_2 (\phi_{y,x} + \phi_{x,y}), \\ Q_x = g(\phi_x + w_{,x}), \quad Q_y = g(\phi_y + w_{,y}), \end{array} \right\} \quad (30a \sim h)$$

式中

$$\left. \begin{array}{l} b_1 = \frac{EA_1}{L_1} + \frac{EA_3}{2L_3} + \frac{6EI_3}{L_3^3}, \quad b_2 = \frac{EA_3}{2L_3} - \frac{6EI_3}{L_3^3}, \quad b_3 = \frac{EA_3}{2L_3} + \frac{6EI_1}{L_1^3}, \\ c_1 = \frac{EA_1 h}{L_1}, \quad c_2 = \frac{6EI_1 h}{L_1^3}. \end{array} \right\} \quad (31)$$

引入应力函数

$$N_x = \varphi_{,yy} - F_x, \quad N_y = \varphi_{,xx} - F_y, \quad N_{xy} = -\varphi_{,xy}, \quad (32)$$

方程(27a, b)自动满足。这里

$$F_x = \int f_x dx, \quad F_y = \int f_y dy. \quad (33)$$

将式(33)代入式(30a, b, c), 联立解得

$$\left. \begin{array}{l} \xi_{x3} = (-b_2 \varphi_{,xx} + b_1 \varphi_{,yy} - b_1 c_1 \phi_{x,x} + b_2 c_1 \phi_{y,y} - b_1 F_x + b_2 F_y) / \Delta, \\ \xi_{y3} = (b_1 \varphi_{,xx} - b_2 \varphi_{,yy} + b_2 c_1 \phi_{x,x} - b_1 c_1 \phi_{y,y} + b_2 F_x - b_1 F_y) / \Delta, \\ \gamma_{xy3} = -(\varphi_{,xy} + c_2 \phi_{x,y} + c_2 \phi_{y,x}) / b_3, \end{array} \right\} \quad (34)$$

式中

$$\Delta = b_1^2 - b_2^2. \quad (35)$$

利用式(30)和(34), 方程(27c, d, e)写成

$$\left. \begin{array}{l} g(\phi_{x,x} + w_{,xx}) + g(\phi_{y,y} + w_{,yy}) + (\varphi_{,yy} - F_x)(w_{,xx} + K_1) - \\ 2\varphi_{,xy}w_{,xy} + (\varphi_{,xx} - F_x)(w_{,yy} + K_2) - w_{,x}f_x - w_{,y}f_y + f_z = 0, \\ -d_1 \varphi_{,xxx} + d_2 \varphi_{,yyy} + d_3 \phi_{x,xx} + d_4 \phi_{x,yy} + d_5 \phi_{y,xy} - d_6 F_{x,x} + d_1 F_{y,x} = g(\phi_x + w_{,x}), \\ -d_1 \varphi_{,yyy} + d_2 \varphi_{,xxx} + d_3 \phi_{y,yy} + d_4 \phi_{y,xx} + d_5 \phi_{x,xy} - d_6 F_{y,y} + d_1 F_{x,y} = g(\phi_y + w_{,y}), \end{array} \right\} \quad (36)$$

式中

$$\left. \begin{array}{l} d_1 = \frac{b_2 c_1}{\Delta}, \quad d_2 = \frac{b_1 c_1}{\Delta} - \frac{c_2}{b_3}, \quad d_3 = hc_1 - \frac{b_1 c_1^2}{\Delta}, \\ d_4 = hc_2 - \frac{c_2^2}{b_3}, \quad d_5 = \frac{b_2 c_1^2}{\Delta} + hc_2 - \frac{c_2^2}{b_3}, \quad d_6 = \frac{b_1 c_1}{\Delta}. \end{array} \right\} \quad (37)$$

最后, 由式(9)导出协调方程

$$\xi_{x3,yy} + \xi_{y3,xx} - \gamma_{xy3,xy} = (w_{,xy})^2 - w_{,xx}w_{,yy} - K_1 w_{,yy} - K_2 w_{,xx}, \quad (38)$$

把式(34)代入式(38), 协调方程可写成

$$d_1(\phi_{x,xxx} + \phi_{y,yyy}) - d_2(\phi_{x,yyy} + \phi_{y,xxx}) + d_7(\varphi_{,xxxx} + \varphi_{,yyyy}) + d_8 \varphi_{,xxyy} =$$

$$(w_{,xy})^2 - w_{,xx}w_{,yy} - K_1 w_{,yy} - K_2 w_{,xx} + d_7(F_{x,yy} + F_{y,xx}) - d_9(F_{x,xx} + F_{y,yy}), \quad (39)$$

式中

$$d_7 = \frac{b_1}{\Delta}, \quad d_8 = \frac{1}{b_3} - \frac{2b_2}{\Delta}, \quad d_9 = \frac{b_2}{\Delta}. \quad (40)$$

现在,含有四个未知量  $\varphi, w, \psi_x, \psi_y$  的方程式(36)和(39)就组成了斜放四角锥扁网壳的非线性弯曲问题方程组。

### [参考文献]

- [1] 董石麟, 夏亨熹. 正交正放网架结构的拟板(夹层板)分析法[J]. 建筑结构学报, 1982, 3(2): 14—25.
- [2] 董石麟, 樊晓红. 斜放四角锥网架结构的拟夹层板分析法[J]. 工程力学, 1986, 3(2): 112—126.
- [3] LIU Ren\_huai, LI Dong, NIE Guo\_hua, CHENG Zheng\_qiang. Non\_linear buckling of squarely\_latticed shallow spherical shells[J]. International Journal of Non Linear Mechanics, 1991, 26(5): 547—565.
- [4] 刘人怀, 聂国华. 网格扁壳的非线性弯曲理论[J]. 江西工业大学学报, 1991, 13(2): 186—192.
- [5] 刘人怀, 聂国华. 网格扁壳的非线性振动分析[J]. 江西工业大学学报, 1991, 13(2): 193—198.
- [6] 聂国华, 刘人怀, 翁智远. 网格扁壳结构的非线性弯曲与稳定问题研究[J]. 上海力学, 1994, 15(2): 17—27.
- [7] 聂国华, 刘人怀. 矩形网格扁壳结构的非线性弹性理论[J]. 应用数学和力学, 1994, 15(5): 389—397.
- [8] 聂国华, 刘人怀. 矩形网格扁壳的非线性特征关系[J]. 土木工程学报, 1995, 28(1): 12—21.
- [9] 刘人怀, 肖潭. 双层正交正放网格扁壳结构的非线性弯曲理论[A]. 见: 庄逢甘编. 现代力学与科技进步[C]. 北京: 清华大学出版社, 1997, 1212—1215.
- [10] 刘人怀, 肖潭. 矩形底双层网格扁壳的非线性弯曲[J]. 暨南大学学报, 1998, 19(3): 1—5.
- [11] 刘人怀, 肖潭. 矩形底双层网格扁壳的非线性屈曲[J]. 暨南大学学报, 1999, 20(1): 1—6

## Nonlinear Bending Theory of Diagonal Square Pyramid Reticulated Shallow Shells

XIAO Tan, LIU Ren\_huai

(Institute of Applied Mechanics, Jinan University, Guangzhou 510632, P R China)

**Abstract:** Double\_deck reticulated shells are a main form of large space structures. One of the shells is the diagonal square pyramid reticulated shallow shell, whose its upper and lower faces bear most of the load but its core is comparatively flexible. According to its geometrical and mechanical characteristics, the diagonal square pyramid reticulated shallow shell is treated as a shallow sandwich shell on the basis of three basic assumptions. Its constitutive relations are analyzed from the point of view of energy and internal force equivalence. Basic equations of the geometrically nonlinear bending theory of the diagonal square pyramid reticulated shallow shell are established by means of the virtual work principle.

**Key words:** diagonal square pyramid reticulated shallow shell; sandwich shell; nonlinearity