应用数学和力学, 第 22 卷 第 7 期(2001 年 7 月)
Applied Mathematics and Mechanics
应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2001) 07_0758_05

# AMSAA_BISE 可靠性增长模型不能成立*

梅文华[1], 郭月娥[1], 杨义先[2]

( 1. 北京航空工程技术研究中心, 北京 100076; 2. 北京邮电大学, 北京 100876)

(吴望一 推荐)

摘要: 阐述周源泉、翁朝曦提出的 AMSAA_BISE 模型存在的问题, 提出一个近似计算模型, 并给出数值例加以说明.

关 键 词: 可靠性增长; 多台系统; 同步增长; AMSAA 模型; AMSAA_BISE 模型
中图分类号: O211; TB114.3 文献标识码: A

## 引 言

1972 年 L. H. Crow[1, 2] 提出的 AMSAA 可靠性增长模型最先被美军装备系统分析中心采用, 该模型也称为 Crow 模型. AMSAA 模型是一个已被广泛应用的模型. 1981 年被 MIL_HDBK_189[3] 采用, 1987 年被 MIL_HDBK_781[4] 采用, 1989 年被 IEC TC_56( Co.) 150[5] 采用.

1972 年, L. H. Crow 提出了多台系统进行同步可靠性增长的问题. 1986 年至 1991 年, 基于 AMSAA 模型, 周源泉和翁朝曦[6]~[10] 考虑了多台同型系统同时投入可靠性增长试验、一旦试验过程中发生一个 B 类故障就对所有系统同时进行设计纠正、所有系统同时结束试验的情况. 他们根据 AMSAA 和北京强度与环境研究所将模型命名为 AMSAA_BISE 模型.

本文将指出为什么 AMSAA_BISE 模型不能成立, 并提出一个近似计算模型. 为了便于理解, 给出一个数值例加以说明.

## 1 AMSAA 模型和 AMSAA_BISE 模型简介

### 1.1 AMSAA 可靠性增长模型

AMSAA 模型假设可修系统在开发期的故障服从 Weibull 强度函数 $\lambda(t) = abt^{b-1}$ 的非齐次 Poisson 过程, 其中 $a > 0$, $b > 0$. 参数 $a$ 和 $b$ 也称为尺度参数和形状参数. 当 $b = 1$ 时, $\lambda(t) = a$, 等效于齐次 Poisson 过程或者指数分布情况.

当 $0 < b < 1$, $\lambda(t)$ 严格单调下降, 系统处于可靠性增长之中. 当 $b > 1$, $\lambda(t)$ 严格单调上升, 系统处于可靠性下降之中.

#### 1.1.1 单台系统故障截尾

* 收稿日期: 1999_09_19; 修订日期: 2000_03_11

作者简介: 梅文华( 1965—) , 男, 湖南省涟源市人, 高级工程师, 工学博士, 中国电子学会青年工作委员会委员, 中国电子学会可靠性分会委员, 从事航空电子系统及其可靠性研究, 在国内外重要学术刊物发表论文 36 篇, 出版学术专著 1 部. E_mail: meirsong@sina.com.

假设故障次数 $n$ 固定, $0< t_1< t_2< \cdots< t_n$ 表示最先发生的 $n$ 次故障的时间•

在这种情况下的似然函数为

$$\prod_{j=1}^{n} abt_j^{b-1} \cdot \exp[-at_n^b]\cdot$$

由此可得 $b$ 和 $a$ 的极大似然估计为

$$\hat{b}= n\times\left(\sum_{j=1}^{n}\ln\frac{t_n}{t_j}\right)^{-1},\quad \hat{a}=\frac{n}{t_n^{\hat{b}}}\cdot$$

在时刻 $t_n$, MTBF 的极大似然估计为

$$\hat{M}(t_n)= t_n/(n\hat{b})\cdot$$

1.1.2　单台系统时间截尾

截尾时间 $T$ 固定, 假设在开发期$(0, T]$ 有 $n\geqslant 1$ 次故障发生, 故障时间为 $0< t_1< t_2< \cdots < t_n< T$• 对于时间截尾试验, 似然函数与故障截尾情况相似•

在这种情况下的似然函数为

$$\prod_{j=1}^{n} abt_j^{b-1}\exp[-aT^b],$$

由此可得 $b$ 和 $a$ 的极大似然估计为

$$\hat{b}= n\times\left[\sum_{j=1}^{n}\ln\frac{T}{t_j}\right]^{-1},\quad \hat{a}=\frac{n}{T^{\hat{b}}}\cdot$$

在时刻 $T$, MTBF 的极大似然估计为

$$\hat{M}(T)= T/(n\hat{b})\cdot$$

### 1.2　AMSAA_BISE 可靠性增长模型

1.2.1　多台系统故障截尾

设 $n=\sum_{i=1}^{k} n_i$ 固定, 其中 $n_i$ 表示第 $i$ 台系统在截尾前观测到的故障次数• 又设第 $i$ 台系统的第 $j$ 次观测的故障时间为 $t_{ij}$, $i= 1, 2, \cdots, k$, $j= 1, 2, \cdots, n_i$• 并设 $t_n$ 表示故障截尾时间, 即第 $n$ 次观测的故障时间•

在这种情况下的似然函数为

$$k^n\prod_{i=1}^{k}\left\{\left[\prod_{j=1}^{n_i} abt_{ij}^{b-1}\right]\exp[-at_n^b]\right\},$$

由此可得 $b$ 和 $a$ 的极大似然估计为

$$\hat{b}= n\times\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\ln\frac{t_n}{t_{ij}}\right)^{-1},\quad \hat{a}=\frac{n}{kt_n^{\hat{b}}}\cdot$$

在时刻 $t_n$, MTBF 的极大似然估计为

$$\hat{M}(t_n)= kt_n/(n\hat{b})$$

1.2.2　多台系统时间截尾

设截尾时间 $T$ 固定, 假设 $n=\sum_{i=1}^{k} n_i$, $n_i$ 表示第 $i$ 台系统在截尾前观测到的故障次数• 又设第 $i$ 台系统的第 $j$ 次观测的故障时间为 $t_{ij}$, $i= 1, 2, \cdots, k$, $j= 1, 2, \cdots, n_i$, $0< t_{ij}< T$•

在这种情况下的似然函数为

$$k^n\prod_{i=1}^{k}\left\{\left[\prod_{j=1}^{n_i} abt_{ij}^{b-1}\right]\exp[-aT^b]\right\}\cdot$$

由此可得 $b$ 和 $a$ 的极大似然估计为

$$\hat{b} = n \times \left( \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} \ln \frac{T}{t_{ij}} \right)^{-1}, \quad \hat{a} = \frac{n}{kT^{\hat{b}}}•$$

在时刻 $T$ , MTBF 的极大似然估计为

$$\hat{M}(T) = kT/(n\hat{b})•$$

## 2 AMSAA_BISE 模型中存在的问题及解决方法

本节说明为什么 AMSAA_BISE 模型不能成立, 并提出一种近似计算方法•

当系统投入试验并观测到故障模式时, 可靠性管理策略将这些故障分为两类, 分别称为 A 类故障和 B 类故障[3, 11, 12]• A 类故障是指在试验过程中发生后, 不采取纠正措施, 只进行简单修复的故障• B 类故障是指在试验过程中发生后, 必须采取纠正措施的故障•

B 类故障是在系统研制中发生的系统性故障, 每台系统都会发生• 正如 AMSAA_BISE 模型指出的: 在可靠性增长试验中, 一旦某台系统发生 B 类故障, 那么通常必须对所有系统进行设计纠正, 如图 1 所示, 其中 ①②③…等表示不同模式的 B 类故障, × 表示在其他系统发生 B 类故障时进行了同步纠正•

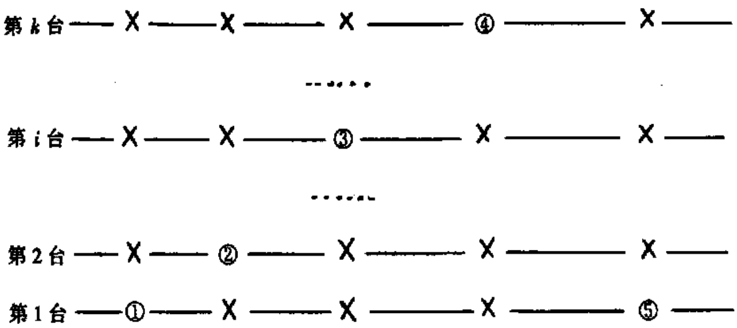


图 1 多台系统同步纠正示意图

由此可知, 系统的故障时间不是相互独立的• 因此从理论上说, AMSAA_BISE 模型推导过程中关于多台系统同步增长时的似然函数是错误的•

如果第 $i$ 台系统在时刻 $t_{ij}$ 发生一次 B 类故障, 仅对该台系统进行纠正, 不对其他系统进行同步纠正, 那么, 在后续的时间里, 这个 B 类故障一定会在其他系统中发生• 也就是说, 对于第 $u$ 台系统, 在试验过程中, 发生的故障一定比 $n_u$ 次多•

假设第 $i$ 台系统发生的这个 B 类故障, 在第 $u$ 台系统中将在时刻 $t_{ij} + \delta t_{uj}$ 发生, 这里 $u \neq i$• 此时, 对于任意一台系统, 已经准确地知道非齐次 Poisson 过程的故障时间, 那么在截尾时 $b$, $a$ 和 MTBF 等参数的极大似然估计可以根据 AMSAA 模型得到•

下面提出一个估计各参数的近似计算方法• 因为并不知道 $\delta_{ij}$ 的精确数值, 假定 $\delta_{uj}$ 近似为0• 也就是说, 当第 $i$ 台系统在时刻 $t_{ij}$ 发生一个 B 类故障时, 对所有系统同时进行设计纠正, 我们认为在时刻 $t_{ij}$ 每台系统都发生了这个 B 类故障• 因此, 如果 $n = s + r$, 这里 $s$ 表示发生 B 类故障的次数, $r$ 表示发生 A 类故障的次数, 那么认为整个试验过程中应记为发生了 $ks + r$ 次故障• 在这种计数的情况下, 截尾时 $b$, $a$ 和 MTBF 等参数的极大似然估计可以使用 AMSAA_BISE 模型近似得到•

## 3 数值例子

本节给出一个数值例• 为简单起见,并且不失一般性,假设有 30 台系统同时投放可靠性增长试验,只发生了两次故障• 第 1 台系统在 47.95h 发生了系统性故障,对所有系统进行了同步纠正• 第 2 台系统在 1 059.91h 发生了系统性故障,对所有系统进行了同步纠正• 试验于 1 338.1h 结束•

### 3.1 处理方法 1: 使用 AMSAA 模型

首先,分析第 2 台系统的故障数据• 该台系统在 47.95h 没有发生故障,但根据第 1 台系统发生的 B 类故障在该时刻进行了同步纠正• 如果该台系统不在 47.95h 进行同步纠正的话,一定会在随后的时间里发生这一故障• 设该台系统在 $t_1 = 47.95 + \delta t > 47.95$ 时刻发生这一 B 类故障• 那么,对于 $t_1 = 47.95 + \delta t > 47.95$, $t_2 = 1\ 059.91$, $T = 1\ 338.1$, 基于 AMSAA 模型,有 $M(1\ 338.1) < 1\ 191.55$•

### 3.2 处理方法 2: 使用 AMSAA_BISE 模型

按照 AMSAA_BISE 模型,对于 $k = 30$, $n = 2$, $t_{11} = 47.95$, $t_{21} = 1\ 059.91$, $T = 1\ 338.1$ 有 $M(1\ 338.1) = 35\ 746.5$• 结果是基于 AMSAA 模型所得结果的 30 倍(即 $k$ 倍)•

表 1　试验数据分析

| 处理方法 | 方法 1 | 方法 2 | 方法 3 |
|---|---|---|---|
| 使用模型 | AMSAA | AMSAA_BISE | 本文模型 |
| $k$ | 1 | 30 | 30 |
| $T(h)$ | 1 338.1 | 1 338.1 | 1 338.1 |
| $n$ | 2 | 2 | 60 |
| 第 1 次故障时间 | $t_1 = 47.95$ | $t_{11} = 47.95$ | $t_{i1} = 47.95, i = 1, 2, \cdots, 30$ |
| 第 2 次故障时间 | $t_2 = 1\ 059.91$ | $t_{21} = 1\ 059.91$ | $t_{i2} = 1\ 059.91, i = 1, 2, \cdots, 30$ |
| $\hat{b}$ | 0.561 496 | 0.561 496 | 0.561 496 |
| $\hat{a}$ | 0.035 117 | 0.001 171 | 0.035 117 |
| $M(T)$ | 1 191.55 | 35 746.5 | 1 191.55 |

### 3.3 处理方法 3

30 台系统在 1 338.1h 的试验过程中发生了 2 个 B 类故障,在 30 台系统中进行了同步纠正• 因此故障次数可以合理地记为 30×2= 60 次• 在这种计数的前提下,按照 AMSAA_BISE 模型对 30 台系统同步增长试验数据进行处理, $k = 30$, $n = 60$, $t_{i1} = 47.95$, $i = 1, 2, \cdots, 30$, $t_{i2} = 1\ 059.91$, $i = 1, 2, \cdots, 30$, $T = 1\ 338.1$, 那么有 $M(1\ 338.1) = 1\ 191.55$• 计算结果与基于 AMSAA 模型得到的结果相等•

## 4 结束语

本文提出了 AMSAA_BISE 模型不能成立的理由,提出了一种近似计算方法• 在 GJB/Z77 和 MIL_HDBK_189 中存在同样问题[13]•

[ 参 考 文 献 ]

[1] Crow L H. Estimation procedures for the duane model. ADA019372[R], 1972, 32—44.
[2] Crow L H(ed). AMSAA reliability growth symposium. ADA027053[R]. 1974.
[3] MIL_HDBK_189. Reliability Growth Management[S]. 1981.
[4] MIL_HDBK_781. Reliability Test Methods, Plans and Environments for Engineering Development, Qual_Ification and Productions[S]. 1987.
[5] IEC TC_56(Co.) 150. Reliability Growth Models and Estimation Methods[S], 1989.
[6] 周源泉. 多台系统同步开发的可靠性增长[J]. 应用数学和力学, 1986, **7**(9): 831—837.
[7] ZHOU Yuan_quan, WENG Zhao_xi. AMSAA_BISE Model[A]. In: Mao Shisong, Y sunada, Ed. 3rd Japan_China Symposium on Statistics[C]. Soka Univ: Tokyo, Japan, 1989, 179—182.
[8] 周源泉, 翁朝曦. AMSAA_BISE 模型及其统计推断[J]. 系统工程与电子技术, 1991, (11): 72—78.
[9] 周源泉, 翁朝曦. 含间断区间的 AMSAA_BISE 模型[J]. 系统工程与电子技术, 1990, (5): 1—7.
[10] 周源泉, 翁朝曦. 可靠性增长[M]. 北京: 科学出版社, 1992.
[11] GJB1407_92. 可靠性增长试验[S]. 国防科工委军标出版发行部, 1992.
[12] GJB/Z77_95. 可靠性增长管理手册[S]. 国防科工委军标出版发行部, 1995.
[13] 梅文华, 杨义先. 对 GJB/Z77 多台同型产品增长模型的分析[J]. 航空学报, 1999, **20**(1): 65—68.

# Comments on AMSAA_BISE Reliability Growth Model

MEI Wen_hua[1], GUO Yue_e[1], YANG Yi_xian[2]

(1. Beijing Aeronautial Technology Research Center, Beijing 100076;
2. Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876)

**Abstract:** From 1986 to 1991, based on AMSAA model, ZHOU Yuan_quan and WENG Zhao_xi presented AMSAA_BISE model to estimate reliability growth for multiple systems development, for the case that more than one system of the same type is put into reliability growth test, once a Type B failure mode is seen during test, corrective action will be taken to all systems. It is shown that there is something wrong with AMSAA_BISE model. According to AMSAA_BISE model, the maximum likelihood estimation of MTBF for multiple systems reliability growth test is much larger than that according to AMSAA model for a single system; The more systems is put into test, the larger the estimation of MTBF. An example is given, and an approximate method is presented.

**Key words:** reliability growth; multiple systems; simultaneous development; AMSAA model; AMSAA_BISE model