

文章编号: 1000-0887(2001) 01-0047-09

# 复合材料叠层圆柱壳的非线性 动力稳定性理论

周承倜, 王列东

(大连大学, 大连市经济技术开发区, 大连 116622)

(本刊编委周承倜来稿)

**摘要:** 用 Hamilton 原理建立了复合材料叠层圆柱壳非线性动力稳定性理论的一般性基本方程, 其中包含了非线性大挠度, 横向剪切, 纵向惯性力等因素。用变分法获得基本方程的解。分析表明: 叠层圆柱壳在动载荷下会发生参数共振而进入动力不稳定区域而导致动力失稳。计算了几种典型复合材料圆柱壳: 即 T300/5208 石墨环氧, E\_玻璃环氧和 ARALL 圆柱壳。结果表明: 这些因素对于各种复合材料圆柱壳的动力稳定性具有程度不同的重要影响, 所以研究叠层圆柱壳动力稳定性时, 考虑这些因素是重要的。

**关键词:** 复合材料; 圆柱壳体; 动力稳定性; ARALL 圆柱壳

**中图分类号:** O342      **文献标识码:** A

## 引 言

复合材料圆柱壳在承受动力载荷下工作时, 可能会发生动力屈曲或动力失稳。如果动力载荷的作用是突然的, 或者是在瞬时内变化的, 例如突加载荷或者冲击载荷, 这时受载壳体就可能发生动力屈曲。文献[1]就是结构发生这类动力屈曲问题的早期研究报告。动力屈曲问题的力学机制与静力屈曲相类似。其差别仅在于在静力情况下增加考虑瞬时惯性力的作用。所以对于同一结构的动力屈曲载荷将低于静力屈曲载荷。但是, 如果动力载荷是随着时间而周期性变化的, 受载结构就可能发生参数共振而导致动力失稳, 它的力学机制要比静力失稳复杂得多。在静力失稳问题中, 主要因素仅是临界载荷, 但是在动力失稳问题中不仅是动力载荷的大小而且还有振动频率和外激振动频率的大小也起着重要作用。当板壳结构的面内动力载荷的频率与面外激振频率满足某些参数条件时就会激发参数共振, 使板壳结构进入动力失稳状态, 从而引起板壳结构颤振, 使叠层板壳的内部发生脱层扩展或损伤累积, 使内部微裂纹长大和发展, 最后可能导致整体板壳结构的灾难性破坏。所以, 承受动力载荷的板壳结构的动力稳定性问题对工程结构的整体安全性具有重要意义。由于问题的复杂性, 这方面的研究成果还很少。最早是 Bolotin V.V. 对于各向同性材料的几种壳体进行了线性动力稳定性理论的研究。

**收稿日期:** 2000\_01\_14; **修订日期:** 2000\_09\_08

**基金项目:** 辽宁省科学技术基金资助(972068) 和省教委高校科研项目资助(9826421184)

**作者简介:** 周承倜(1929), 男, 浙江镇海人, 教授, 复合材料研究所所长。已出版专著 10 部, 发表论文 120 余篇。

究<sup>[2]</sup> 到 80 年代中期, Bogdanovich A. E. 进行了各向异性叠层圆柱壳的动力屈曲的研究<sup>[3]</sup>; Dumir P. C. 和 Khatri K. N. 进行了正交各向异性扁锥壳的轴对称静动力屈曲问题的研究<sup>[4]</sup> 他们所考虑的各向异性壳体动力稳定性的各种影响因素都较少 本文研究复合材料叠层圆柱壳在几种主要因素影响下的动力稳定性问题 用 Hamilton 原理建立非线性动力稳定性问题的一般性基本方程 其中包含: 非线性大挠度, 横向剪切效应, 纵向惯性力影响等 为了比较各种复合材料壳体对于动力稳定性的影响, 计算了 T300/5208 石墨环氧, E\_玻璃环氧, 和 ARALL\_1 所制成的正交各向异性的叠层圆柱壳体 结果表明: 这些影响因素对于不同材料的叠层圆柱壳的动力稳定性具有不同的显著影响, 说明了用非线性动力稳定性理论研究这些影响的重要性

## 1 基本方程式

复合材料叠层圆柱壳内任何一点在  $x, y, z$  方向的位移  $u, v, w$  为:

$$u = u_c + z \alpha_x, v = v_c + z \alpha_y, w = w_c, \quad (1)$$

其中,  $u_c, v_c, w_c$  是圆柱体的中曲面上该点的位移;  $\alpha_x$  和  $\alpha_y$  是对于该点中面法线分别在  $x$  和  $y$  方向的转角  $Z$  是中面法线方向的坐标分量(向壳体内部为正) 圆柱壳中任一点的应变 $\{\epsilon\}$ 和曲率 $\{\kappa\}$ 为:

$$\begin{aligned} \{\epsilon\} &= \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u, x \\ (1/R)v, x + (w/R), x \\ (1/R)u, x + v, x \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{Bmatrix}; \\ \{\kappa\} &= \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_x, x \\ (1/R) \alpha_x, x \\ (1/R) \alpha_y, x + \alpha_x, y \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

内力, 力矩和应变, 曲率的物理关系式为:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \kappa \end{Bmatrix}; \quad \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{55} & A_{45} \\ A_{45} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \end{Bmatrix}; \\ \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \alpha_x + w, x \\ \alpha_y + (1/R)w, x \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中, 矩阵  $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}$  为刚度系数<sup>[5]</sup> 作用在圆柱壳端部的动载荷为:

$$N_x = -(N_0 + N_t \cos t) \quad (4)$$

总势能 为外力势能  $V$  和应变能  $U$  之和:  $\Pi = V + U$  动能  $T$  为:

$$T = \int_0^L \int_0^{h/2} \frac{1}{2} [(u, t)^2 + (v, t)^2 + (w, t)^2] R dz dx, \quad (5)$$

$$V = - (N_0 + N_t \cos t) \int_0^L u, x R dx, \quad (6)$$

$$U = \int_0^L \int_0^{h/2} (\{\epsilon\}^T [A] \{\epsilon\} + 2\{\kappa\}^T [B] \{\epsilon\} + \{\kappa\}^T [D] \{\kappa\}) R dz dx, \quad (7)$$

其中,  $h$  是壳板厚度,  $\rho$  是壳板密度 根据 Hamilton 原理, 有:

$$\int_{t_1}^{t_2} (T - \Pi) dt = 0 \quad (8)$$

分别对于  $u, v, w, \alpha_x, \alpha_y$  进行变分<sup>[6]</sup>, 可得到一般性动力稳定性方程:

$$\left. \begin{aligned}
 N_{x,x} + \frac{1}{R}N_x, - u_{,u} - S_{x,u} &= 0, \\
 N_{x,x} + \frac{1}{R}N_x + \frac{1}{R}Q - (N_0 + N_t \cos t)v_{,xx} - v_{,u} - S_{,u} &= 0, \\
 M_{x,x} + \frac{1}{R}M_x - Q_x - S_{u,u} - I_{x,u} &= 0, \\
 M_{x,x} + \frac{1}{R}M_x + Q - S_{v,u} - I_{,u} &= 0, \\
 Q_{x,x} + \frac{1}{R}Q - \frac{1}{R}N - (N_0 + N_t \cos t)w_{,xx} - w_{,u} &= 0,
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中  $(, S, I) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) dz$

一般性的基本方程(9)可作以下几种简化假设: 1) 如果壳体的每层材料的各向异性性质都相同, 就可以有  $= h$ , 和  $S = 0$ ; 2) 如果略去转动惯性力的影响, 则  $I = 0$ ; 3) 在薄壳情况下, 采用 Kirchhoff 假定;  $v_{,x} = v_{,z} = 0$ , 于是得到  $v_{,x} = -w_{,x}$ ,  $v_{,z} = -(1/R)w_{,z}$ ; 4) 如果叠层壳体正交铺设而具有对称正交各向异性性质, 则耦合刚度系数  $[B] = 0$ , 即有:

$$\left. \begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} N_x \\ N \\ N_x \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x \\ x \end{Bmatrix}; \\
 \begin{Bmatrix} M_x \\ M \\ M_x \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -w_{,xx} \\ -(1/R)w_{,z} \\ -(2/R)w_{,xz} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

在公式(9)中消去  $Q_x$  和  $Q$ , 引入  $S = 0$  和  $I = 0$ , 得到简化的基本方程:

$$\left. \begin{aligned}
 N_{x,x} + (1/R)N_x - u_{,u} &= 0, \\
 N_{x,x} + (1/R)N_x + (1/R)(M_{x,x} + (1/R)M_x) - \\
 (N_0 + N_t \cos t)v_{,xx} - v_{,u} &= 0, \\
 M_{x,xx} + (2/R)M_{x,x} + (1/R^2)M_x - (1/R)N - \\
 (N_0 + N_t \cos t)w_{,xx} - w_{,u} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将公式(1)和(3)代入上式(11), 引入量纲为一的参数  $\xi = x/R$ , 得到以下方程:

$$\left. \begin{aligned}
 A_{11}u_{,\xi\xi} + A_{66}u_{,\xi\xi} + (A_{12} + A_{66})v_{,\xi\xi} + A_{12}w_{,\xi\xi} - R^2u_{,u} &= 0, \\
 (A_{12} + A_{66})u_{,\xi\xi} + A_{22}v_{,\xi\xi} + A_{66}v_{,\xi\xi} + A_{22}w_{,\xi\xi} - (D_{22}/R^2)w_{,\xi\xi} - \\
 ((D_{12} + 2D_{66})/R^2)w_{,\xi\xi} - (N_0 + N_t \cos t)v_{,\xi\xi} - R^2v_{,u} &= 0, \\
 (A_{12}u_{,\xi\xi} + A_{22}v_{,\xi\xi} + A_{22}w_{,\xi\xi} + (D_{11}/R^2)w_{,\xi\xi} + (D_{22}/R^2)w_{,\xi\xi} + \\
 ((2D_{12} + 4D_{66})/R^2)w_{,\xi\xi} + (N_0 + N_t \cos t)w_{,\xi\xi} + R^2w_{,u} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

上式是对称正交各向异性叠层圆柱壳体的动力稳定性的基本方程

## 2 动力不稳定性区域

作为最基本的典型情况, 仅考虑横向惯性力的影响, 而略去  $u_{,u}, v_{,u}$  和  $(N_0 + N_t \cos t)v_{,z}$ , 于是基本方程(12)可简化成以下公式:

$$\left. \begin{aligned} A_{11}u, + A_{66}u, + (A_{12} + A_{66})v, + A_{12}w, &= 0, \\ (A_{12} + A_{66})u, + A_{22}v, + A_{66}v, + A_{22}w, - \\ (D_{22}/R^2)w, - ((D_{12} + 2D_{66})/R^2)w, &= 0, \\ A_{12}u, + A_{22}v, + A_{22}w + (D_{11}/R^2)w, + \\ (D_{22}/R^2)w, + ((2D_{12} + 4D_{66})/R^2)w, + \\ (N_0 + N_t \cos t)w, + R^2w_{,u} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

考虑两端简支边界条件:  $w = 0, L/R; w = 0, v = 0$  取位移函数为:

$$\left. \begin{aligned} u &= f_u(t) \cos n \quad \sin k, \quad v = f_v(t) \sin n \quad \cos k, \\ w &= f_w(t) \sin n \quad \sin k \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中  $n = i R/L$ ,  $i$  是圆柱壳的纵向波数,  $k$  是周向半波数  $i$  和  $k$  取整数 将位移函数(14)代入方程(13)的前两式, 解出  $f_u(t)$  和  $f_v(t)$  得到:

$$\left. \begin{aligned} f_u(t) &= - [(1 + d_1)/] f_w(t), \\ f_v(t) &= - [(2 + d_2)/] f_w(t), \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} &= A_{11}A_{66} n^4 + A_{22}A_{66} k^4 + (A_{11}A_{22} - A_{12}^2 - 2A_{12}A_{66}) n^2 k^2 \\ d_1 &= (A_{22}k^2 - A_{12}n^2) A_{66} n; \\ d_2 &= (A_{11}A_{22} - A_{12}^2) n^2 k + (A_{22}k^2 - A_{12}n^2) A_{66} k; \\ d_1 &= [((A_{12} + A_{66})/R^2) nk^2] [D_{22}k^2 + (D_{12} + 2D_{66}) n^2], \\ d_2 &= [((A_{11}n^2 + A_{66}k^2)/R^2) k] [D_{22}k^2 + (D_{12} + 2D_{66}) n^2] \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

将公式(15)的  $f_u(t)$  和  $f_v(t)$  代入方程(13)的第三式, 得到以下方程:

$$f_w(t) + [1 - ((N_0 + N_t \cos t)/N_{cr})] f_w(t) = 0 \quad (17)$$

在上式中已引用下列符号:

$$\begin{aligned} &= (1 + d_1 + d_2)/R^2, \quad N_{cr} = (1 + d_1 - d_2)/n^2, \\ d_1 &= (A_{11}A_{22} - A_{12}^2)A_{66} n^4 / R^2, \\ d_2 &= (A_{11}A_{22} - A_{12}^2) [A_{11}A_{22} (nk)^2 + A_{22}A_{66} k^2 - A_{12}^2 (nk)^2 - A_{12}A_{66} (nk)^2], \\ &= [D_{22}k^2 + (D_{12} + 2D_{66}) n^2]/R, \\ &= [D_{11}n^4 + D_{22}k^4 + n^2(2D_{12} + 4D_{66})k^2]/R^2 \end{aligned}$$

引入符号  $\alpha$  和  $\beta$ , 就可以得到以下标准形式的基本方程(19):

$$= [1 - (N_0/N_{cr})]^{1/2}, \quad = N_t/[2(N_{cr} - N_0)], \quad (18)$$

$$f_w(t) + [1 - 2\alpha \cos t] f_w(t) = 0 \quad (19)$$

公式(19)是正规 Mathieu 方程, 由此方程可确定动力不稳定性区域 Mathieu 方程的基本解包括以下两项周期为  $2T$  和  $T$  的周期性解:

$$f(t) = \sum_{j=1,3,5} (a_j \sin(j t/2) + b_j \cos(j t/2)), \quad (20)$$

$$f(t) = b_0 + \sum_{j=2,4,6} (a_j \sin(j t/2) + b_j \cos(j t/2)) \quad (21)$$

为了求得周期  $2T$  ( $T = 2\pi/\alpha$ ) 和  $T$  的解, 将(20)和(21)代入 Mathieu 方程(19), 可获得一阶和二阶临界频率  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$ :

$$*_1 = 2 \sqrt{(1 - \dots)}, \quad *_2 = \sqrt{(1 + (1/3)^2)}, \quad *_2 = \sqrt{(1 - 2^2)} \quad (22)$$

### 3 纵向惯性力的影响

因为在圆柱壳端部承受纵轴方向 ( $x$  方向) 的压力动载荷, 所以考虑沿圆柱壳纵轴方向的纵向惯性力是重要的。在基本方程(12)中需要考虑惯性力项:  $R^2 u_{,tt}$  和  $R^2 w_{,tt}$ 。从方程(12)的前两个方程求解  $u$  和  $v$ 。这两个方程是齐次方程, 对应的齐次解  $u_0$  和  $v_0$  为:

$$u_0 = C_1 + g(\dots) \cos t, \quad g(\dots) = C_2 \sin \dots + C_3 \cos \dots, \\ v_0 = R \sqrt{(\dots/A_{11})}, \quad w_0 = 0$$

同时  $w_0 = 0$ 。于是得到薄膜应力解  $N_x$  (齐次解) 为:

$$N_{x0} = A_{11} x_0 = (1/R) v_0 = (A_{11}/R) C_1 + (\dots/R) A_{11} (C_2 \cos \dots - C_3 \sin \dots) \cos t$$

将上式代入应力边界条件: 当  $x = 0, L/R$  时,  $N_{x0} = -N_0 - N_t \cos t$ , 由此可以确定出常数  $C_1, C_2$  和  $C_3$ 。代入无矩解  $u_0$  可得到:

$$u_0 = - (R/A_{11}) N_0 - (N_t \cos t) / (\dots \sqrt{A_{11}}) \\ [\sin \dots + \tan(L \dots / (2R)) (\cos \dots)], v_0 = 0$$

当  $(L \dots / 2R) = \dots / 2$  时,  $u_0 = \dots$ , 发生纵向共振, 这时纵向共振频率为:  $L = (\dots / L)$

$\sqrt{A_{11}} \dots$  为求解方程(12)的特解时, 设纵向惯性力沿  $Ox$  面内均匀分布。特解为:

$$\left. \begin{aligned} u_p &= - [(\dots + d_1)/B] \# f_w(t) \# \cos nN \# \sinh kH \\ v_p &= [(A_2 + d_2)/B] \# f_w(t) \# \sin nN \# \cosh kH \\ w_p &= f_w(t) \sin nN \# \sinh kH \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

方程(12)的完全解为:

$$u = u_0 + u_p, \quad v = v_0 + v_p, \quad w = w_p \#$$

将  $u, v, w$  代入方程(12)的第三式, 得到:

$$QR^2 f_w''(t) + [\dots + \dots - \dots - n^2(N_0 + N_t \cos H)] \# f_w(t) = \\ W_1 \# N_0 + W_2 \# N_t \cos H, \quad (24)$$

式中,  $W = (A_{12}/A_{11})R,$

$$W_2 = (A_{12}/A_{11})R \# [\cos X_0 N - \tan((L X_0)/(2R)) \sin X_0 N] \#$$

因此, 考虑纵向惯性力后, 参数共振问题转化为强迫振动问题。

### 4 非线性大挠度的影响

对于非线性大挠度圆柱壳问题, 其变形几何方程为:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= u_{,x} + \frac{1}{2} w_{,x} w_{,x}; \\ EH &= \frac{1}{R} v_{,H} + \frac{1}{R} w_{,H} + \frac{1}{2R^2} w_{,H} w_{,H}; \\ C_{xH} &= \frac{1}{R} u_{,H} + v_{,x} + \frac{1}{R} w_{,x} w_{,H} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

在基本方程(11)中略去纵向惯性力  $Q_{u,tt}$  和切向惯性力  $Q_{v,tt}$ , 并略去当量切向载荷效应, 平衡方程即得到简化。将内力-应变关系式(3)和非线性变形几何方程(25)代入已经简化的平

衡方程(11), 并应用位移函数  $w = f(t) \# \sin nN \sin kH$ , 然后解出位移  $u$  和  $v$  将位移  $u, v, w$  代入公式(25) 解出应变  $\epsilon_x$  和  $\epsilon_H$  再从公式(10) 求出内力  $N_x$  将  $u, v, w$  和  $N_x$  代入平衡方程(11) 的第三式, 最后得到以下的非线性方程:

$$f d(t) + X^2 \# f(t) - (X^2/N_{cr})(N_0 + N_t \cos H) \# f(t) + C \# f^3(t) = 0, \quad (26)$$

其中,  $X^2 = [(A_{22} - A_{11}nA_{12} - A_{22}kB_1)R^2 + D_{11}n^4 + D_{22}k^4 + 2n^2k^2(D_{12} + 2D_{66})]/(QR^4)$ ,

$$N_{cr} = (QR^2/n^2)X^2, \quad C = [n^2/(16QR^4)](A_{11}A_{22} - A_{12}^2)(A_{11}A_{22}) \# \quad (27)$$

引入公式(18) 所定义的  $G$  和  $H$  即得到以下的非线性 Mathieu 方程:

$$f d(t) + 8^2(1 - 2G \cos H) \# f(t) + C \# f^3(t) = 0, \quad (28)$$

上式中非线性项  $C \# f^3(t)$  代表大挠度项 按照 Liapunov 原理, 动力不稳定性区域由公式(28) 的线性方程确定<sup>[2]</sup> 所以在这里只讨论参数共振 参数振动的周期为  $2T$  的解是公式(20) 将解(20) 代入方程(28) 获得:

$$\begin{aligned} & \left[ 1 + G - \left( \frac{H}{28} \right)^2 \right] \# a_1 - G \# a_3 + \sphericalangle_1(a_i, b_i) = 0, \\ & \left[ 1 - j \# \left( \frac{H}{28} \right)^2 \right] \# a_j - G \# (a_{j-2} + a_{j+2}) + \sphericalangle_j(a_i, b_i) = 0 \quad (j = 3, 5, 7, \dots), \\ & \left[ 1 - G - \left( \frac{H}{28} \right)^2 \right] \# b_1 - G \# b_3 + \mathbb{W}(a_i, b_i) = 0, \\ & \left[ 1 - j \# \left( \frac{H}{28} \right)^2 \right] \# b_j - G \# (b_{j-2} + b_{j+2}) + \mathbb{W}_j(a_i, b_i) = 0 \quad (j = 3, 5, 7, \dots), \end{aligned}$$

上式中  $\sphericalangle_j(a_i, b_i)$  和  $\mathbb{W}_j(a_i, b_i)$  定义为包含  $\sin(jH/2)$  和  $\cos(jH/2)$  诸项的系数, 它们是非线性动力稳定性方程的参数振动解展成 Fourier 级数的各系数项  $(H/28)$  是外激振动参数 作为对应于/第一不稳定性区域0 的/第一阶参数共振0 的解, 可以取第一阶的近似解如下:

$$\sphericalangle_1(a_i, b_i) = \frac{3C}{48^2} A^2 a_1, \quad \mathbb{W}(a_i, b_i) = \frac{3C}{48} A^2 b_1, \quad A = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \quad (29)$$

上式中  $A$  是第一主参数振动的振幅:

$$A = \sqrt{\left[ \left( \frac{H}{28} \right)^2 - 1 + G \right] \# \left[ \frac{3C}{48^2} \right]^{-1}} \quad (30)$$

可以证明, 在上式的  $G$  项中只有  $+G$  项是稳定解, 而其他项是不稳定解 同样, 可以获得第二阶参数共振解:

$$A = \sqrt{\left[ 2 \left( \frac{H}{28} \right)^2 - \frac{3}{4} \right] + \sqrt{\left[ 2 \left( \frac{H}{28} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^2 + G^2}} \# \left[ \frac{3C}{48^2} \right]^{-1} \\ b = GA \# \left[ 1 + A^2(3C/28) \right]^{-1}, \quad (31)$$

$$A = \left[ \left[ 4 \left( \frac{H}{28} \right)^2 - 1 \right] \# \left[ \frac{3C}{48^2} \right]^{-1} \right] \quad (b = 0) \# \quad (32)$$

在上式中, 公式(31) 是稳定解, 公式(32) 是不稳定解

## 5 数值算例, 讨论和结论

在数值计算中采用三种复合材料叠层圆柱壳, 它们都是对称正交铺设的 其中, ARALL\_1 壳采用 3/2 的 ARALL\_1 板制成(即用 3 层 7075-T6 铝板和其间夹有 2 层 Kavalr\_49 环氧芯层) # E\_玻璃环氧和 T300/5208 石墨环氧的壳体都是 3 层对称正交铺设的 圆柱壳计算模型都采用相同的几何尺寸: 圆柱壳半径  $R = 015$  m, 长度  $L = 215$  m, 厚度  $h = 1135$  mm # 图 1 ~ 图 6 示

出计算结果, 由此讨论并得出结论如下:

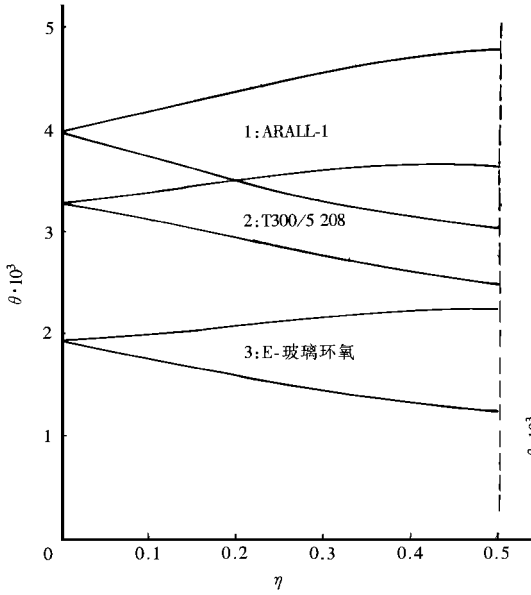


图 1 三种材料圆柱壳的第一阶动力不稳定性区域

(圆柱壳半径  $R = 0.15 \text{ m}$ , 长度  $L = 215 \text{ m}$ , 厚度  $h = 1135 \text{ mm}$ , 圆柱壳基本载荷:  $N_0 = 1 @ 10^7 \text{ N/m}$ )

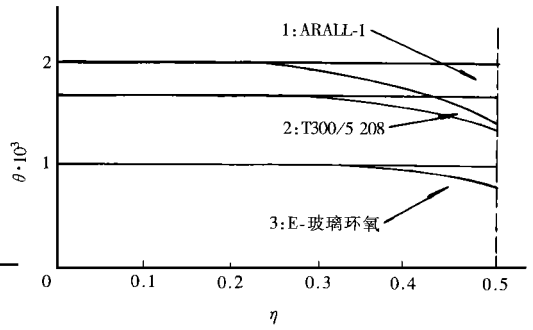


图 2 三种材料圆柱壳的第二阶动力不稳定性区域

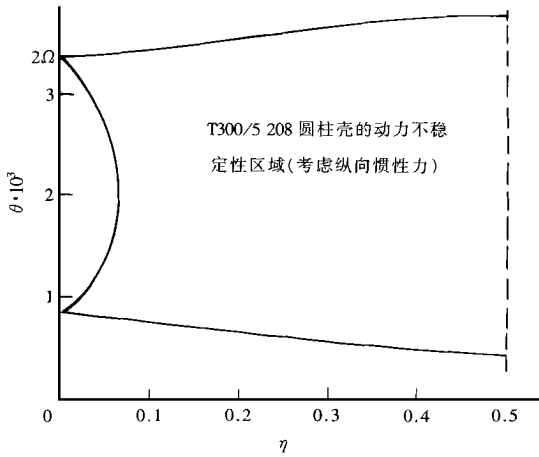


图 3 考虑纵向惯性时 T300/5208 圆柱壳的动力不稳定性区域

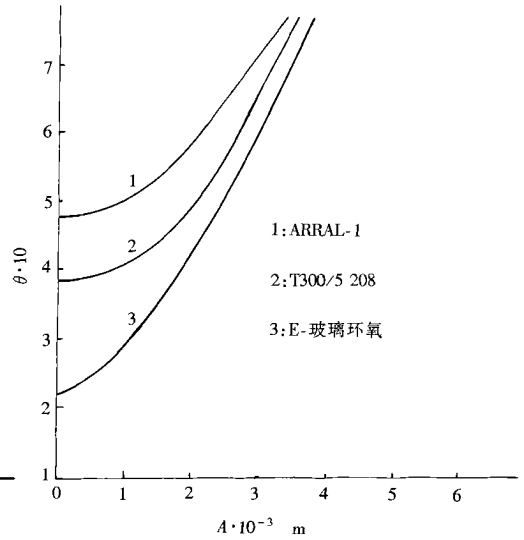


图 4 三种材料圆柱壳的动力稳定性解 ( $G = 0.3$ )

1) 三种不同材料圆柱壳的第一阶和第二阶动力不稳定性区域在图 1 和图 2 中示出# 从图中可见: 在发生参数共振时, ARALL\_1 圆柱壳具有最高的临界频率值, 其次是 T300/5208 圆柱壳; 临界频率值最低的是 E\_玻璃环氧圆柱壳# 一阶和二阶的动力不稳定性区域的面积是 ARALL\_1 圆柱壳的最大, 其次是 T300/5208 石墨环氧圆柱壳# 动力不稳定性区域面积最小的

是 E\_玻璃环氧圆柱壳#

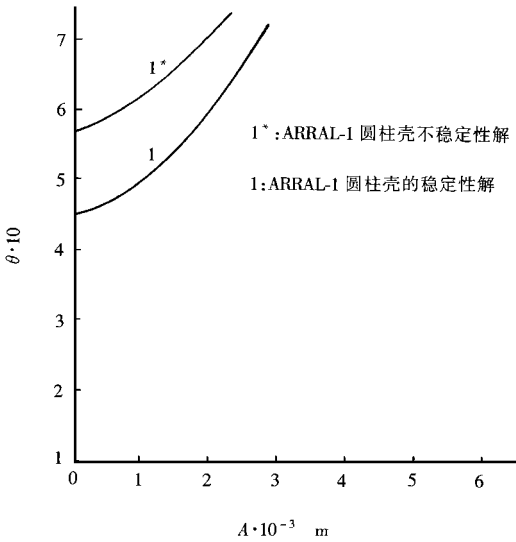


图 5 ARRAL\_1 圆柱壳动力稳定性解和 不稳定性解的比较 (G= 013)

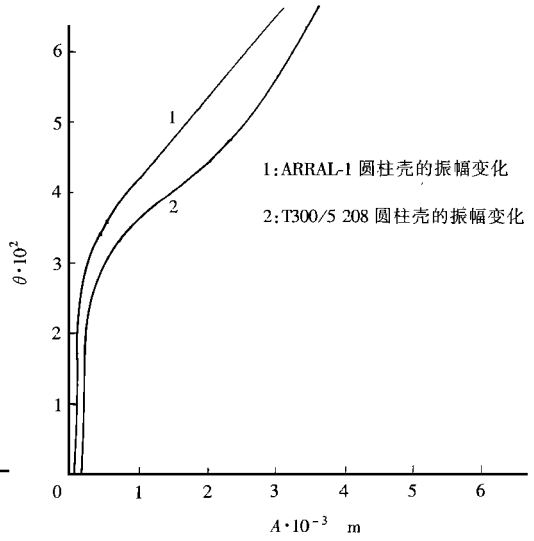


图 6 ARRAL\_1 和 T300/5208 圆柱壳的 振幅变化(圆柱壳的初始缺陷 f\_0= 01015, 圆柱壳的 G = 013, 厚度 h = 0100135 m, 半径 R = 015 m, 长度 L = 215 m)

2) 从图 2 可见, 三种材料圆柱壳的第二阶参数共振的临界频率值都低于第一阶的# 而且他们的第二阶动力不稳定性区域的面积都已经大大地缩小, 并分别远小于第一阶的#

3) 当复合材料圆柱壳承受纵向压缩动力载荷时, 纵向惯性力对于圆柱壳的动力不稳定性区域有着重要的作用# 在图 3 中示出 T300/ 5208 圆柱壳在考虑纵向惯性力后的动力不稳定性区域的分布形状# 与图 1 相比较, 不稳定性区域的面积扩展很多, 而且区域形状向低频率方向扩展# 这是因为圆柱壳的纵向共振频率低于横向自振频率, 所以考虑纵向惯性力后, 揭露出受纵向动力压缩的圆柱壳的参数共振临界频率远低于图 1 中只考虑横向惯性力时的临界频率# 对于 ARALL\_1 和 E\_玻璃环氧的纵向受动力压缩圆柱壳也是类似情况#

4) 在板壳结构的动力稳定性分析中同时存在稳定性解和不稳定性解# 图 4 示出三种材料圆柱壳的动力稳定性解# 其中 ARALL 圆柱壳的稳定性解的频率值最高, E\_玻璃环氧圆柱壳的稳定性解的频率值最低# 图 5 示出 ARALL 圆柱壳的动力稳定性解和不稳定性解# 这两种解之间的差别表示激发参数振动时所需要的干扰振动的频率和振幅的大小# 如果两者之间的差别较小, 则发生参数共振的可能性较大, 这表明此承载圆柱壳体系的动力稳定性较差# 如果两者的差别较大, 就表明需要较高频率和振幅的干扰振动才能引发参数共振, 说明此圆柱壳体系的动力稳定性较好# 对于复合材料叠层板结构, 此两种解的差别要小于同样材料的圆柱壳结构, 所以同样材料的圆柱壳结构的动力稳定性要比叠层平板结构优越, 也就是说圆柱壳结构产生参数共振的可能性要比同样材料的平板结构小#

5) 在分析中考虑横向剪切效应, 相当于使圆柱壳的刚度有些降低, 这时壳体的屈曲载荷也有些下降, 但同时圆柱壳纵向共振频率值却有所提高# 从这个意义上来说, 横向剪切效应对于增加叠层圆柱壳的动力稳定性是有利的#



6) 动力不稳定性区域由线性基本方程确定<sup>[2]</sup>。非线性大挠度的影响只在控制方程的非线性项中反映。非线性大挠度的动力稳定性理论只着重于研究由非线性项的引入而影响参数共振的性态。用非线性大挠度理论可以研究壳体的初始缺陷对于壳体参数共振的影响。图 6 示出两种材料(ARALL\_1 和 T300/5208)的圆柱壳用非线性大挠度理论的计算结果。两种壳体的几何尺寸相同并具有同样的初始缺陷  $f_0 = 0.1015$ 。图中的振动频率和振幅的关系曲线表明 T300/5208 的曲线变化较大,并且在同样的频率值作用下具有较大的振幅值。这些振动性态曲线的表现说明 ARALL\_1 圆柱壳具有比 T300/5208 圆柱壳较好的动力稳定性性能。

### [参 考 文 献]

- [1] Budiansky B, Hutchinson J W. Dynamic buckling of imperfection sensitive structures[A]. Applied Mechanics [C]. Proceedings of 11th International Congress of Applied Mechanics. Freiburg I: Br Munich, 1964.
- [2] Bolotin V V. The Dynamic Stability of Elastic Systems[M]. VI Weingerten, et al, transl. San Francisco: Holden\_Day Inc, 1964. (English version)
- [3] Bogdanovich A E. Nonlinear problems of dynamic buckling of reinforced laminar cylindrical shells [J]. Soviet Applied Mechanics, 1986, 22(8): 745-753.
- [4] Dumir P C, Khatri K N. Axisymmetric static and dynamic buckling of orthotropic shallow conical caps [J]. AIAA Journal, 1985, 53(11): 1762-1767.
- [5] Jones Robert M. Mechanics of Composite Materials[M]. Washington U S A: Hemisphere Publishing Co, (now Taylor & Francis Co), 1975.
- [6] Chajes Alexander. Principals of Structural Stability Theory [M]. Massachusetts, U S A: Prentice\_Hall Inc, 1974.

## N o n l i n e a r T h e o r y o f D y n a m i c S t a b i l i t y f o r L a m i n a t e d C o m p o s i t e C y l i n d r i c a l S h e l l s

ZHOU Cheng\_ti, WANG Lie\_dong

(Dalian University, Economic & Technical Development Zone, Dalian 116622, P R China)

Abstract: Hamilton Principle was used to derive the general governing equations of nonlinear dynamic stability for laminated cylindrical shells in which, factors of nonlinear large deflection, transverse shear and longitudinal inertia force were concluded. Equations were solved by variational method. Analysis reveals that under the action of dynamic load, laminated cylindrical shells will fall into a state of parametric resonance and enter into the dynamic unstable region that causes dynamic instability of shells. Laminated shells of three typical composites were computed: i. e. T300/5208 graphite epoxy E-glass epoxy, and ARALL shells. Results show that all factors will induce important influence for dynamic stability of laminated shells. So, in research of dynamic stability for laminated shells, to consider these factors is important.

Key words: composite material; cylindrical shell; dynamic stability; ARALL shell