

文章编号: 1000-0887(2001) 01-0093-11

非饱和土的非线性固结模型和弹塑性 固结模型及其应用*

陈正汉^{1,2}, 黄 海¹, 卢再华¹

(1. 解放军后勤工程学院 土木系, 重庆 400041;

2. 中国科学院 寒区旱区环境与工程研究所 冻土工程国家重点实验室, 兰州 730000)

(本刊编委陈正汉来稿)

摘要: 把作者最近提出的非饱和土的增量非线性本构模型及由作者改进的 Alonso 等人提出的非饱和土弹塑性模型引入陈正汉建立的非饱和土的固结理论, 得到非饱和土的非线性固结模型和弹塑性固结模型, 设计了有关程序, 求解了地基在分级加载条件下的固结过程和塑性区的动态扩展, 从而把非饱和土固结问题的研究推到了一个新水平。

关键词: 非饱和土; 非线性; 弹塑性; 固结; 有限元

中图分类号: TU43; O347. 7 文献标识码: A

引 言

非饱和土的本构关系和固结理论是 90 年代以来的研究热点。应用公理化方法, 本文第一作者在 1990 年前后建立了非饱和土的固结理论和三个方面的全量型本构关系(即, 土骨架变形与有效应力的本构关系, 水、气受到的扩散阻力与水、气相对于骨架的渗透速度间的本构关系、饱和度_密度_吸力间的本构关系), 求得了一维固结问题的解析解和二维固结问题的有限元解^[1~4]。近几年来, 笔者致力于非饱和土的本构关系的研究, 提出了非饱和土的增量非线性模型^[5~6], 改进了 Alonso 等提出的非饱和土的弹塑性模型^[7~8]。本文的任务是把这两种合理实用的本构模型引入非饱和土固结理论, 建立相应的固结模型, 并用之解决工程问题, 使非饱和土的固结理论适时更新, 更好地为工程建设服务。

1 非饱和土的增量非线性本构模型

1994 年, 笔者论证了 Fredlund 提出的双应力状态变量^[9]的合理性及其与有效应力的等价性^[10]。近年来, 根据对非饱和土的一系列试验研究, 笔者用双应力状态变量建立了一组非饱和土的增量非线性本构模型。模型共包含 13 个参数, 每个参数都有确定的物理意义或几何意义, 确定全部参数只需做两种三轴试验。著名的 Duncan-Chang 模型是该模型在吸力等于零时的特例。现将该模型简介如下:

* 收稿日期: 2000_04_18; 修订日期: 2000_10_10

作者简介: 陈正汉(1947—), 男, 陕西南郑县人, 博士, 教授, 博导, 全国优秀教师、总后科技金星, 第九届全国人大代表。

用 σ_{ij} 、 u_a 、 u_w 和 δ_{ij} 分别表示总应力张量、孔隙气压力、孔隙水压力和 Kronecker 记号, 则 Fredlund 提出的非饱和土的两个应力状态变量可表示为

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}, \quad (1)$$

和

$$s_{ij} = (u_a - u_w) \delta_{ij}, \quad (2)$$

σ'_{ij} 和 s_{ij} 分别称为净总应力张量和吸力张量。为简便计, 引入以下记号

$$p = \frac{1}{3} \sigma'_{mm} \quad (3)$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]^{1/2}, \quad (4)$$

$$s = u_a - u_w, \quad (5)$$

分别称为净平均应力、偏应力和基质吸力, σ_x 、 σ_y 、 σ_z 、 τ_{xy} 、 τ_{yz} 和 τ_{zx} 是总应力分量。

本文用 ε_v 和 ε_w 分别表示土的体应变和土中水量变化, ε_w 通过以下两式与体积含水量 θ 和重量含水量 w 相联系:

$$\theta = \theta_0 - \varepsilon_w, \quad (6)$$

$$w = w_0 - \frac{1 + e_0}{G} \varepsilon_w, \quad (7)$$

其中 $\theta = s_r n$, (8)

s_r 、 n 、 θ_0 、 w_0 、 e_0 和 G 依次是土的饱和度、孔隙率、初始体积含水量、初始重量含水量、初始孔隙比和土粒比重。

若两个应力状态变量的增量所引起的土的变形和水量变化都是线性的, 则非饱和土的增量型本构关系可表达为:

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \frac{1 + \nu_t}{E_t} \Delta \sigma'_{ij} - \frac{3\nu_t}{E_t} \Delta p \delta_{ij} + \frac{\Delta s}{H_t} \delta_{ij}, \quad (9)$$

$$\Delta \varepsilon_w = \frac{\Delta p}{K_{wt}} + \frac{\Delta s}{H_{wt}}, \quad (10)$$

式中, Δ 表示增量, E_t 、 ν_t 和 H_t 分别是土的切线弹性模量、切线泊松比和与吸力相关的切线体积模量, K_{wt} 和 H_{wt} 则分别是与净平均应力相关的水的体积模量和与吸力相关的水的体积模量。

这 5 个参数随应力状态和应力水平而变化, 但在一个增量过程中则视为常数。 E_t 的变化规律为:

$$E_t = p_{atm} (1 - R_f L)^2 E_i, \quad (11)$$

式中 p_{atm} 是大气压, R_f 、 L 和 E_i 分别是破坏比、应力水平和起始弹性模量, R_f 是常数。 L 和 E_i 用以下两式描述:

$$L = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} = \frac{(1 - \sin \phi') (\sigma_1 - \sigma_3)}{2(c' + \sigma_3 \tan \phi') \cos \phi' + 2(\sigma_3 - u_a) \sin \phi'}, \quad (12)$$

$$E_i = \left[k_0 + m_1 \frac{s}{p_{atm}} \right] p_{atm} \left[\frac{\sigma_3 - u_a}{p_{atm}} \right]^n, \quad (13)$$

式中 c' 和 ϕ' 是土的有效凝聚力 and 有效内摩擦角, 与饱和土的相应参数相同。 ϕ' 是吸力引起的强度增加率, 下标 f 表示破坏时的量值。 k_0 、 m_1 和 n 都是土性参数。 ν_t 随应力水平的变化规律为:

$$\nu_t = \nu_i + (\nu_{if} - \nu_i) L, \quad (14)$$

式中 ν_i 和 ν_{if} 分别是起始泊松比和破坏时的泊松比, 二者都是常数。在本构方程(9)中, ν_i 也可用土的切线体积模量 K_t 代替。根据笔者的研究, K_t 随吸力变化, 其规律是:

$$K_t = K_t^0 + m_2 s, \quad (15)$$

式中 K_t^0 和 m_2 是土性参数。

笔者的研究表明, K_{wt} 对某种土而言是常数, 而 H_t 和 H_{wt} 与吸力状态有关, 即

$$H_t = 3 \ln 10 \frac{s + p_{atm}}{\lambda_\epsilon(p)}, \quad (16)$$

$$H_{wt} = \ln 10 \frac{s + p_{atm}}{\lambda_w(p)}, \quad (17)$$

式中, $\lambda_\epsilon(p)$ 和 $\lambda_w(p)$ 是与净平均应力有关的参数。 $\lambda_w(p)$ 随 p 的变化不大, 可视为常数。 $\lambda_\epsilon(p)$ 随 p 的变化规律为

$$\lambda_\epsilon(p) = \lambda_\epsilon^0(p) + m_3 \log \left[\frac{p + p_{atm}}{p_{atm}} \right], \quad (18)$$

式中 $\lambda_\epsilon^0(p)$ 和 m_3 是常数。

应用(11)~(18)各式, 可以定出当前应力状态和应力水平下的全部切线参数, 进而应用(9)和(10)式就能算出在当前应力状态基础上施加一个应力增量($\Delta \sigma_j$ 和 Δs)引起的土的变形增量 $\Delta \epsilon_j$ 和水的体积变化增量 $\Delta \epsilon_w$ 。

与国内外同类研究成果相比, 上述模型的优点是: 1). 包含土的变形和水量变化两个方面, 且都用增量形式给出, 具有理论上的完整性和形式上的统一性。2). 给出了全部参数的变化规律与试验确定方法。3). 概念清楚、实用性强。

2 非饱和土的非线性固结模型

把上节介绍的非饱和土的增量非线性本构关系引入本文第一作者提出的非饱和土的固结理论, 就可得到由以下基本方程组成的非饱和土的非线性固结模型:

连续方程:

$$\text{土骨架} \quad \frac{\partial(1-n)}{\partial t} + [(1-n)X_{si}], i = 0, \quad (19)$$

$$\text{水} \quad \frac{\partial(ns_r)}{\partial t} + [ns_r X_{wi}], i = 0, \quad (20)$$

$$\text{气} \quad \frac{\partial[n(1-s_r)(u_a + p_{atm})]}{\partial t} + [n(1-s_r)(u_a + p_{atm})X_{ai}], i = 0 \quad (21)$$

运动方程:

$$\text{总体平衡} \quad (\sigma_j - u_a \delta_j)_{,j} + u_{a,j} \delta_j + B_i = 0, \quad (22)$$

$$\text{水} \quad ns_r (X_{wi} - X_{si}) = -k_w \left[\frac{u_w}{\gamma_w} + y \right]_{,i}, \quad (23)$$

$$\text{气} \quad n(1-s_r) (X_{ai} - X_{si}) = -k_a \left[\frac{u_a}{\gamma_w} \right]_{,i}. \quad (24)$$

几何方程:

$$\epsilon_{ij} = -\frac{1}{2} (X_{si,j} + X_{sj,i}). \quad (25)$$

本构方程:

$$\Delta \varepsilon_j = \frac{1 + \nu_t}{E_t} \Delta \alpha_j - \frac{3\nu_t}{E_t} \Delta p \delta_j + \frac{\Delta s}{H_t} \delta_j, \quad (26)$$

$$\Delta \varepsilon_w = \frac{\Delta p}{K_{wt}} + \frac{\Delta s}{H_{wt}}, \quad (27)$$

式中, X_{si} 、 X_{wi} 、 X_{ai} 、 B_i 、 ν_w 、 k_w 和 k_a 依次为土的固相位移分量、液相位移分量、气相位移分量、体力分量、水的容重、渗水系数和渗气系数。如引用以下符号

$$\begin{aligned} W &= \Delta X_s, & P_1 &= \Delta u_w, & P_2 &= \Delta u_a, \\ x &= \frac{3K_t}{H_t}, & k_1 &= \frac{k_w}{\gamma_w}, & k_2 &= \frac{k_a}{\gamma_w}, \\ a_1 &= \frac{K_t}{K_{wt}} + n s_r, & a_2 &= \frac{1}{H_{wt}} - \frac{x}{K_{wt}}, & a_3 &= -a_2, \\ b_1 &= 1 - a_1, & b_2 &= -a_2, & b_3 &= \frac{n(1-s_r)}{u_a + p_{atm}} - a_2. \end{aligned} \quad (28)$$

则综合(19)~(27)式, 并利用(6)~(8)式可得非饱和土非线性固结的控制方程组(数学模型):

$$\begin{aligned} \mu_1 \nabla^2 W + (\lambda + \mu_1) \operatorname{div} \operatorname{div} W - x \operatorname{div} P_1 - (1-x) \operatorname{div} P_2 - b_i &= 0, \\ a_1 \operatorname{div} W + a_2 \frac{\partial P_1}{\partial t} + a_3 \frac{\partial P_2}{\partial t} &= \operatorname{div} [k_1 \operatorname{div} (P_1 + \gamma_w y)], \\ b_1 \operatorname{div} W + b_2 \frac{\partial P_1}{\partial t} + b_3 \frac{\partial P_2}{\partial t} &= \operatorname{div} [k_2 \operatorname{div} P_2], \end{aligned} \quad (29)$$

式中 ∇^2 为梯度算子, div 是散度算子, b_i 是体力分量的增量, y 是竖向坐标, λ 和 μ_1 是切线 lame 参数。

除系数有所差别外, (29) 式在形式上与原理论^[2-3]的表述相同。(29) 式对原理论做了以下变动:

- 1). 用两个应力状态变量取代了有效应力, 其效果相当与用(28)式定义的 $x = 3K_t/H_t$ 取代原来的 $x = K_n/K_{sn}$, K_n 和 K_{sn} 分别是孔隙率为 n 和 s_n 的土样的体积模量。
- 2). 用水分变化的增量本构方程(27)式取代了原来的饱和度_吸力_密度状态方程^[11]。从理论上讲, 二者是等价的, 但后者是全量型的, 前者是增量型的, 更便于应用。
- 3). 考虑了渗水系数和渗气系数随空间的变化, 从而为处理入渗过程和蒸发过程提供了方便。
- 4). 模型参数随应力水平和应力状态变化, 能反映土变形的非线性。

3 非饱和土的弹塑性本构模型

在迄今提出的非饱和土的弹塑性模型中, 以 Alonso 等人的模型^[12]最为流行。Alonso 认为, 吸力的存在使土变硬, 屈服应力随吸力增大, 这一特性在 $p-s$ 平面上可用所谓的 LC 曲线描述(图1), 称为加载湿陷屈服线。另一方面, 单纯的吸力增加也可引起土的屈服, 在 $p-s$ 平面上可用所谓的 SI 直线描述(图1), 称为吸力增加屈服线。两条屈服线与坐标轴包围的区域是弹性区。当应力路径穿越任一屈服线时, 土都将发生屈服。

Alonso 的模型有三个缺点: 一是假设吸力增加屈服条件是 $s = s_0$, s_0 为土在历史上曾受过的最大吸力。笔者的研究表明这个认识有局限性, 有的土的屈服吸力 s_y 大于 s_0 ^[7], 这等于扩大了弹性区的范围。其次, 两条屈服线 LC 和 SI 形成一个角点, 给数值分析带来不便。三是 LC 线和 SI 线的运动是耦合的, 协调它们之间的关系并非易事。后两个缺点曾由 Delage 指出

过^[13]。最近,笔者用一系列吸力增量与净平均应力增量之比等于常数的三轴固结试验探讨了非饱和土在 p_s 平面上的屈服性状,发现屈服线是一条光滑的封闭曲线,如图 2 中曲线所示。该曲线可以看成是 LC 曲线和 SI 直线的包络线,这样就可用图 2 中的一条屈服线取代 LC 和 SI 两条屈服线,避免了 Alonso 模型的上述缺点。

图 2 中屈服线可用下式描述:

$$p_0 = p_0^* + \xi s - \zeta [e^{\eta s/p_{am}} - 1], \quad (30)$$

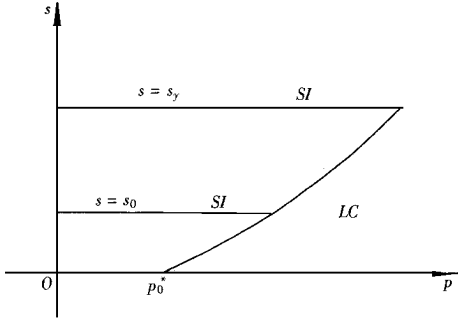


图 1 加载湿陷屈服线 (LC) 和吸力增加屈服线 (SI)

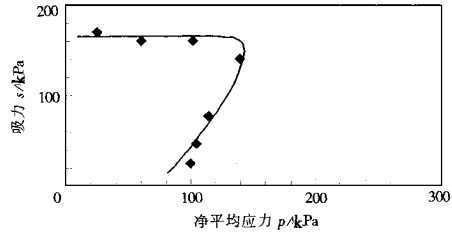


图 2 p_s 平面上的屈服线

式中, p_0 是非饱和土的屈服净平均应力, p_0^* 是饱和土的屈服平均应力, ξ , ζ 和 η 是土性参数。当吸力等于零时, (30) 式给出

$$p_0 = p_0^*, \quad (31)$$

此式表明饱和土是非饱和土在吸力等于零时的特例,或者说饱和土在 p 轴上的屈服应力是非饱和土在 p_s 平面上屈服线的下限。相应地,饱和土在 p_q 平面内的屈服轨迹应是非饱和土在 $p_s q$ 三维空间中的屈服面与 p_q 坐标面的截交线。通常饱和土用修正剑桥模型描述,在 p_q 平面内的屈服轨迹是椭圆,其数学表达式是

$$q^2 - M^2 p (p_0^* - p) = 0, \quad (32)$$

类似地,非饱和土的屈服面方程可写为

$$f(p, q, s) = q^2 - M^2 (p + p_s) (p_0 - p) = 0, \quad (33)$$

式中 $p_s = ks$, k 为土性参数。把(30)代入(32),就可得到非饱和土在 $p_s q$ 空间中的屈服面的表达式:

$$q^2 - M^2 (p + p_s) [p_0^* + \xi s - \zeta (e^{\eta s/p_{am}} - 1) - p] = 0, \quad (34)$$

屈服面的形状如图 3 所示。

修正剑桥模型取塑性体应变 \mathcal{E}_v 为硬化参数,则 p_0^* 随 \mathcal{E}_v 的增加而增大,其硬化规律为

$$p_0^* = p_{atm} \exp \left[\frac{1 + e_0}{\lambda(0) - k} \right] \mathcal{E}_v, \quad (35)$$

式中 e_0 是土的初始孔隙比, $\lambda(0)$ 和 k 分别是饱和土的压缩指数和回弹指数。

设土的变形包括弹性变形和塑性变形两部分,净应力和吸力对这两部分变形都有贡献。其中弹性应变增量由下式给出:

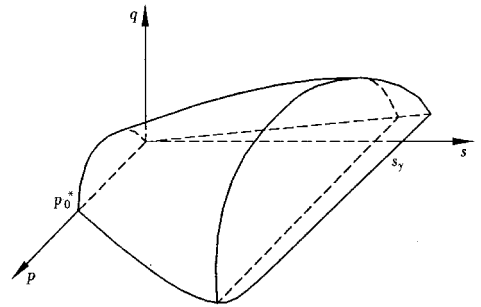


图 3 屈服面的空间形式

$$d\varepsilon_j = \frac{1+\nu}{E}d\alpha_j - \frac{3\nu}{E}dp\delta_j + \frac{ds}{H}\delta_j, \tag{36}$$

其中 E 和 ν 是弹性模量和泊松比, H 由下式定义

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{3} \cdot \frac{k_s}{1+e_0} \cdot \frac{1}{s+p_{atm}}, \tag{37}$$

k_s 是与吸力相关的回弹指数。本文采用相关联的流动法则, 非饱和土骨架变形的弹塑性本构关系可写成矩阵形式:

$$\{d\sigma\} = [D_{ep}]\{d\varepsilon\} + \{F_{sep}\} ds, \tag{38}$$

式中, $[D_{ep}] = [D_e] - \frac{[D_e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} + \frac{1}{3} \{m\} \frac{\partial f}{\partial s} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D_e]}{\left[-F' \left\{ \frac{\partial H}{\partial \varepsilon} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D_e] \right] \left[\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} + \frac{1}{3} \{m\} \frac{\partial f}{\partial s} \right]}$, $\tag{39}$

$$\{F_{sep}\} = - [D_e] \{D_{es}\}^{-1} - \frac{[D_e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} + \frac{1}{3} \{m\} \frac{\partial f}{\partial s} \left[\frac{\partial f}{\partial s} - \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D_e] \{D_{es}\}^{-1} \right]}{\left[-F' \left\{ \frac{\partial H}{\partial \varepsilon} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D_e] \right] \left[\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} + \frac{1}{3} \{m\} \frac{\partial f}{\partial s} \right]}, \tag{40}$$

$F' = \frac{df}{dH}$, H 为硬化参数, $\{m\} = \{111000\}^T$. $[D_e]$ 和 $\{D_{es}\}$ 分别是与净应力相关的弹性矩阵和与吸力相关的弹性列向量。

4 非饱和土的弹塑性固结模型

式(19)~(25), (27)和(38)一起组成了非饱和土弹塑性固结的基本方程组。经过一些运算, 可得类似于(29)式的非饱和土弹塑性固结的控制方程组。例如, 若用 u, v, P_1 和 P_2 分别表示土的水平方向位移分量增量、竖直方向位移分量增量、孔隙水压力增量和孔隙气压力增量, 则控制方程在二维条件下的具体形式为:

$$D_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + D_{14} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] + D_{41} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + D_{42} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + D_{44} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right] + F_1 \frac{\partial}{\partial x} P_1 - (1 + F_1) \frac{\partial}{\partial x} P_2 - b_x = 0, \tag{41}$$

$$D_{21} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + D_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + D_{24} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right] + D_{41} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + D_{42} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + D_{44} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] + F_2 \frac{\partial}{\partial y} P_1 - (1 + F_2) \frac{\partial}{\partial y} P_2 - b_y = 0, \tag{42}$$

$$a_1 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] + a_2 \frac{\partial P_1}{\partial t} + a_3 \frac{\partial P_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_1 \left[\frac{\partial P_1}{\partial y} + v_w \right] \right], \tag{43}$$

$$b_1 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] + b_2 \frac{\partial P_1}{\partial t} + b_3 \frac{\partial P_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k_2 \frac{\partial P_1}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_2 \frac{\partial P_1}{\partial y} \right], \tag{44}$$

其中, D_{ij} 为 $[D_{ep}]$ 中的元素, F_i 是 $[F_{sep}]$ 中的元素, 且 $F_1 = F_2 = F_3$.

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{3K_{wt}}(D_{11} + D_{21} + D_{31}) + ns_r, \\ a_2 &= -a_3 = \frac{1}{H_{wt}} + \frac{1}{3K_{wt}}(F_1 + F_2 + F_3), \\ b_1 &= 1 - a_1, b_2 = -a_2, b_3 = a_2 + \frac{n(1-s_r)}{(u_a + P_{atm})} \end{aligned} \right\} \tag{45}$$

5 理论的应用

根据上述的非饱和土的非线性固结模型和弹塑性固结模型,作者用 Galerkin 法推导了有限元表达式,设计了求解二维固结问题的分析程序 CSU8-2 和 USEPC。前者曾被用于解决南水北调中线工程膨胀土渠坡稳定性的分析问题^[14],限于篇幅,此处不再介绍。

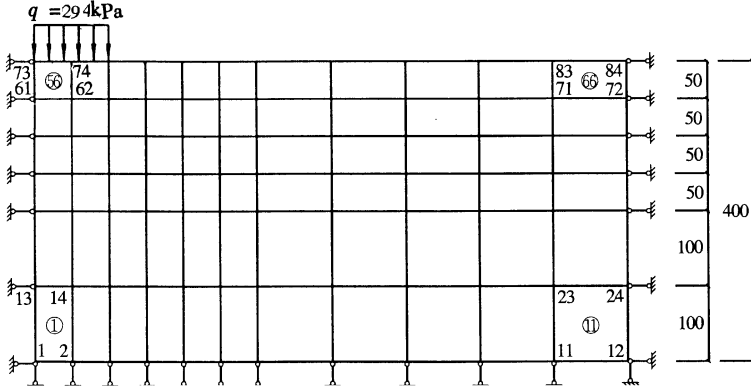


图 4 非饱和土平面固结问题计算简图(单位: cm)

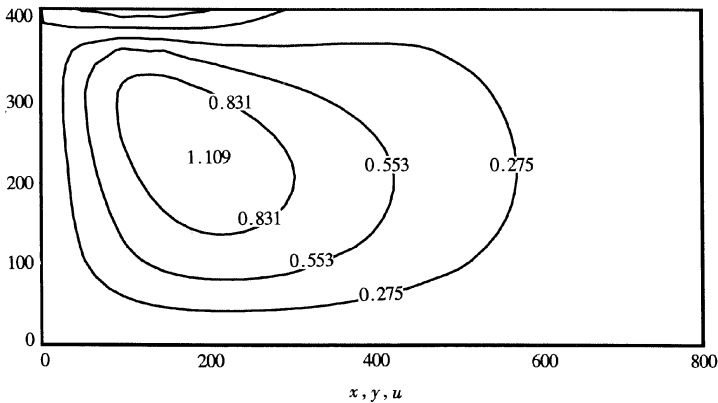


图 5 水平位移分布等值线 ($t = 0$) (单位: cm)

通过两个典型问题的计算分析检验了非饱和土的弹塑性固结分析程序 USEPC。一是饱和土地基的弹塑性固结问题,二是非饱和土地基的固结问题。用 USEPC 程序计算这两个问题的结果分别与已有的饱和土弹塑性固结程序 BCF 和非饱和土的弹性固结程序 CSU8 所得结果接近^[15]。下面给出一个用程序 USEPC 计算分析非饱和土二维弹塑性固结的例子。

图 4 是一个作用有均布荷载的非饱和土地基,利用对称性取一半研究。为模拟施工情况,均布荷载分三级施加,每级 98kPa。上边界透水透气,其余三个边界既不透水也不透气。计算包括每级荷载下的加载瞬时 ($t = 0$) 的不排水不排气分析和随后的固结过程分析。由计算结果可得到结点的竖向位移、水平位移、孔隙水压力和孔隙气压力等。

图 5 ~ 图 8 和图 9 ~ 图 12 分别是第一级荷载作用下 $t = 0$ 和 $t = 0.01d$ 的计算结果,从

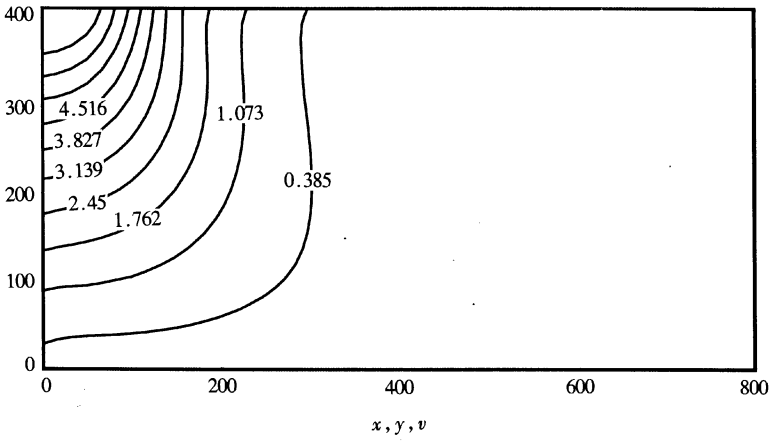


图6 竖向位移分布等值线 ($t = 0$) (单位: cm)

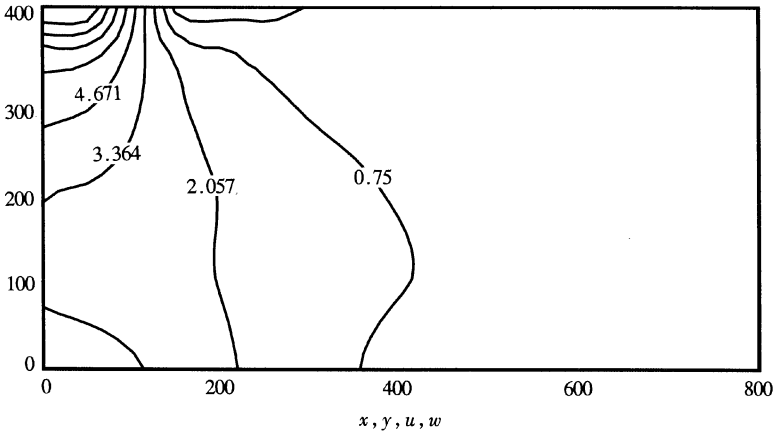


图7 孔隙水压力分布等值线 ($t = 0$) (单位: kPa)

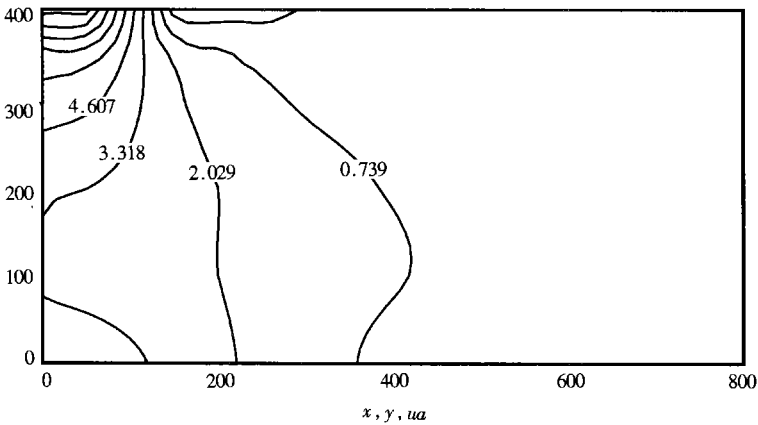


图8 孔隙气压力分布等值线 ($t = 0$) (单位: kPa)

这些图可知, 非饱和土的瞬时沉降比固结沉降大, 孔隙水压力和孔隙气压力都消散的较快。图 13 是分级加载过程中塑性区的开展情况。在第一级荷载作用下所有单元都处于弹性状态, 第二级荷载施加后, 荷载面附近的 9 个单元屈服了(图中由两组斜线覆盖的单元)。第三级荷载

施加后, 塑性区进一步扩展(图中只有一组斜线覆盖的单元)• 图 14 是地基在第三级荷载施加固结完成后的竖向位移分布•

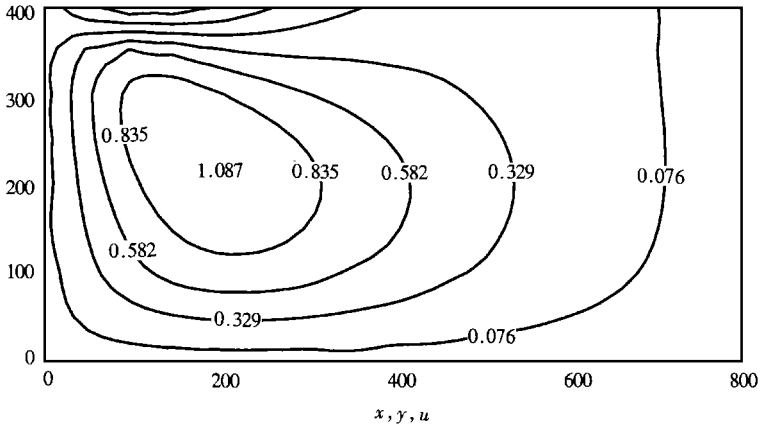


图 9 水平位移分布等值线 ($t = 0.01d$) (单位: cm)

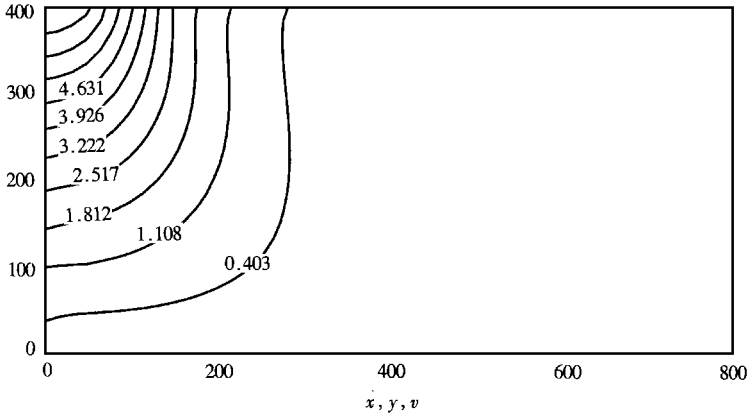


图 10 竖向位移分布等值线 ($t = 0.01d$) (单位: cm)

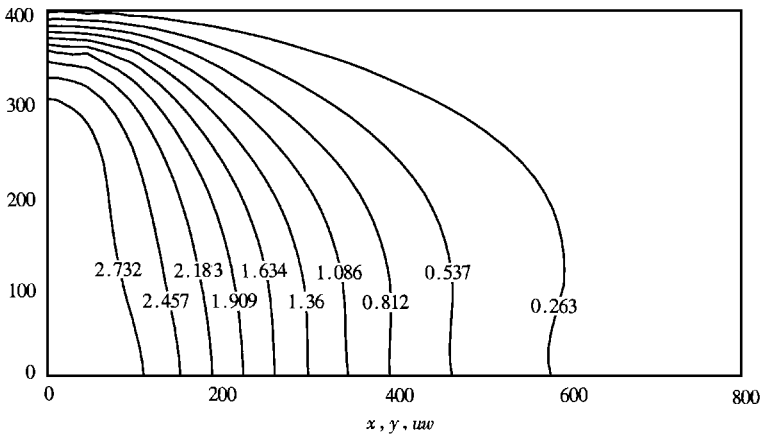


图 11 孔隙水压力分布等值线 ($t = 0.01d$) (单位: kPa)

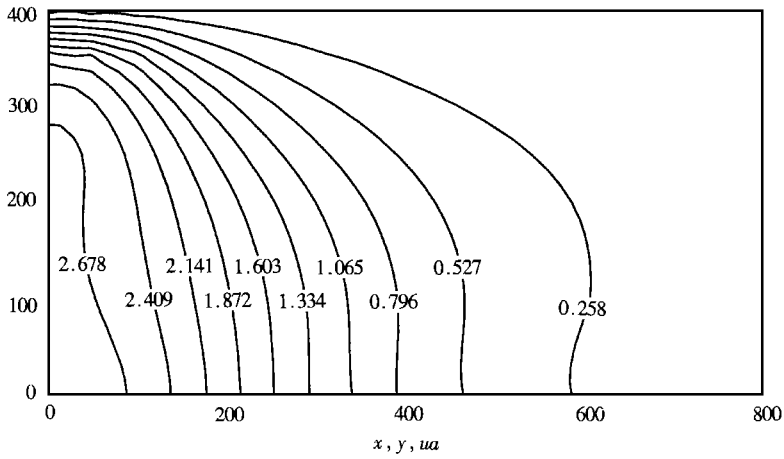


图 12 孔隙气压力分布等值线 ($t = 0.01d$) (单位: kPa)

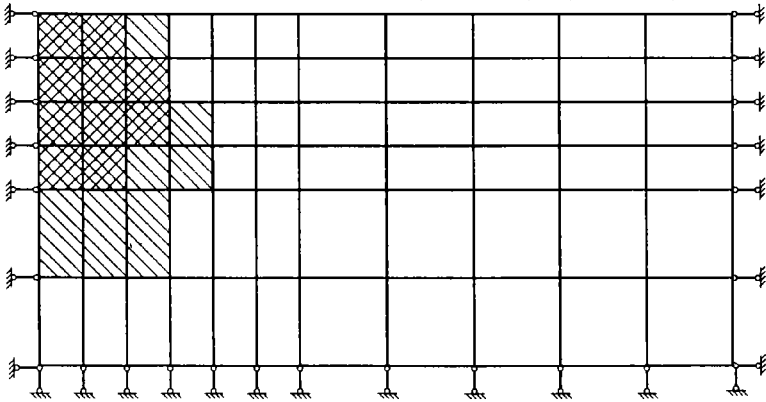


图 13 塑性区随荷载级数的变化

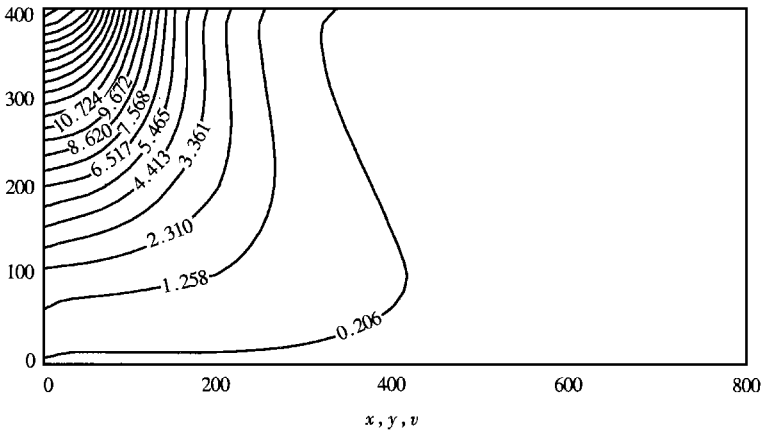


图 14 竖向位移分布等值线 ($t = 10d$) (单位: cm)

[参 考 文 献]

- [1] 陈正汉, 谢定义, 刘祖典. 非饱和土的固结理论 [A]. 见: 中国力学学会岩土力学专业委员会与同济大学岩土工程研究所合编. 岩土力学新分析方法讨论文集 [C]. 上海, 1989, 298—306.
- [2] CHEN Zheng_han, XIE Ding_yi, LIU Zu_dian. The consolidation of unsaturated soil [A]. In: G Beer, J R Booker, J P Carter Eds. Proc 7th Int Conf on Computer Methods and Advances in Geomechan-

- ics [C]. A A Balkema, Rotterdam, Brookfield: International Association for Computer Methods and Advances in Ceomechanics. 1991, 1617—1621.
- [3] 陈正汉. 非饱和土固结的混合物理论(I) [J]. 应用数学和力学, 1993, 14(2): 127—137.
- [4] 陈正汉. 非饱和土固结的混合物理论(II) [J]. 应用数学和力学, 1993, 14(8): 687—698.
- [5] CHEN Zheng_han, ZHOU Hai_qing, Fredlund G D, et al. A non_linear model for unsaturated soils [A]. In: Proc 2nd Int Conf Unsaturated Soils [C]. Beijing: International Academic Publishers, 1998, 533—537.
- [6] 陈正汉, 周海清, Fredlund D G. 非饱和土的非线性模型及其应用 [J]. 岩土工程学报, 1999, 21(5): 603—608.
- [7] 陈正汉. 重塑非饱和黄土的变形、强度、屈服和水量变化特性 [J]. 岩土工程学报, 1999, 21(1): 82—90.
- [8] 黄海, 陈正汉, 李刚. 非饱和土在 p_s 平面上屈服轨迹及土-水特征曲线的探讨 [J]. 岩土力学, 2000, 21(4): 316—321.
- [9] Fredlund D G and Rahardjo. Soil Mechanics for Unsaturated Soils [M]. New York: John Wiley and Sons, 1993.
- [10] 陈正汉. 非饱和土的应力状态和应力状态变量 [A]. 见: 第七届全国土力学及基础工程学术会议论文选集 [C]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994, 186—191.
- [11] 陈正汉, 谢定义, 王永胜. 非饱和土的水气运动规律及其工程性质的试验研究 [J]. 岩土工程学报, 1993, 15(3): 9—20.
- [12] Alonso E E, Gens A, Josa A. A constitutive model for partially saturated soils [J]. Geotechnique, 1990, 40(3): 405—430.
- [13] Delage P, Graham J. Mechanical behaviour of unsaturated soils Understanding the behaviour of unsaturated soils requires reliable conceptual models [A]. In: E E Alonso, P Delage Eds. Proceedings of the First International Conference on Unsaturated Soils [C]. Paris: De L cole Nationale Des Ponts et Chauss es, 1995, 1223—1256.
- [14] 陈正汉. 膨胀土渠坡渗水、渗气变形的非线性分析 [A]. 见: 长江科学院编. 南水北调膨胀土渠坡稳定和滑动早期预报研究论文集 [C]. 武汉, 1998, 68—78.
- [15] 黄海. 非饱和土的屈服特性及弹塑性固结的有限元分析 [D]. 重庆: 后勤工程学院, 2000.

Non_Linear and Elasto_Plasticity Consolidation Models of Unsaturated Soil and Applications

CHEN Zheng_han^{1,2}, HUANG Hai¹, LU Zai_hua¹

(1 Logistical Engineering University, Chongqing 400041, P R China;

2 State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, CAREERI, CAS, Lanzhou 730000, P R China)

Abstract: The non_linear constitutive model suggested by the authors and the Alonso's elasto_plasticity model of unsaturated soil modified by the authors are introduced into the consolidation theory of unsaturated soil proposed by CHEN Zheng_han, and the non_linear and the elasto_plasticity consolidation models of unsaturated soil are obtained. Programs related to the two consolidation models are designed, and a 2_D consolidation problem of unsaturated soil is solved using the programs, the consolidation process and the development of plastic zone under multi_grade load are studied. The above research develops the consolidation theory of unsaturated soil to a new level.

Key words: unsaturated soil; non_linear; elasto_plasticity; consolidation; finite element method