

文章编号: 1000-0887(2000) 09-0916-09

# 壁湍流多尺度湍涡结构推广的自相似标度律\*

姜楠<sup>1,2</sup>, 王振东<sup>1,2</sup>, 舒玮<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院力学研究所 LNM, 北京 100080; 2. 天津大学力学系, 天津 300072)

(李家春推荐)

摘要: 在水槽中测量了中等雷诺数下平板湍流边界层中的瞬时流向速度的时间序列, 验证了 Benzi 提出的推广的自相似标度律, 用子波变换将壁湍流脉动速度分解为多尺度湍涡结构的速度, 研究了每一个尺度的湍涡速度结构函数的推广的自相似标度律。主要结论如下: 湍流的统计性质是自相似的, 这不仅适用于充分发展湍流, 而且适用于中等雷诺数和低雷诺数湍流, 而且具有相同的标度指数; 推广的自相似标度律的适用的尺度范围远远大于惯性子区的范围, 可以一直延伸至耗散区的尺度范围; 推广的自相似标度律不仅适用于均匀各向同性湍流, 也适用于剪切湍流如边界层湍流。

关键词: 子波变换; 湍涡; 标度律  
中图分类号: O357 文献标识码: A

## 引 言

最近几十年来, 许多工作致力于湍流结构函数的标度律的测量和模型研究, 所谓湍流速度的  $n$  阶结构函数定义为  $\langle \Delta V(r)^n \rangle$ , 这里  $\Delta V(r) = V(x+r) - V(x)$  是位移为  $r$  的流场空间两点的平行于  $r$  的速度分量之差。

对于湍流结构函数标度律的研究以往只限于 1) 雷诺数充分大的充分发展湍流; 2) 局部各向同性; 3) 在惯性子区的范围内

$$\langle \Delta V(r)^n \rangle \propto r^{\xi(n)} \quad (\eta \ll r \ll L), \quad (1)$$

这里  $\eta$  是湍流耗散尺度,  $L$  是湍流积分尺度,  $\xi(n)$  称为标度指数。

对于 3 阶结构函数, 根据 Kolmogorov 方程:

$$\langle \Delta V(r)^3 \rangle = -\frac{4}{5} \varepsilon + 6\nu \frac{\partial \langle \Delta V(r)^2 \rangle}{\partial r}. \quad (2)$$

在惯性子区范围内(2)右边第二项可以忽略不计, 得到:

$$\langle \Delta V(r)^3 \rangle = -\frac{4}{5} \varepsilon. \quad (3)$$

即  $\xi(3) = 1$ . (4)

从而得到经典的 Kolmogorov 标度律:

\* 收稿日期: 1999\_09\_03; 修订日期: 2000\_06\_08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19732005); 教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(97005612); 国家“九五”攀登计划资助项目。

作者简介: 姜楠(1968—), 河南人, 副教授, 博士。

$$\xi(n) = \frac{n}{3} \quad (5)$$

最近, Benzi 等人<sup>[1]</sup>在实验中对圆柱尾流、自由射流进行测量, 在雷诺数不很大的情况下发现了所谓的“推广的自相似性(Extended Self-Similarity)”:

$$\langle \Delta V(r)^n \rangle = A_n |\langle \Delta V(r)^3 \rangle|^{\xi_1(n)} = B_n |\langle \Delta V(r)^3 \rangle|^{\xi_2(n)} \quad (6)$$

其中  $A_n$  和  $B_n$  是与位移  $r$  无关的常数。

由于 3 阶结构函数  $\langle \Delta V(r)^3 \rangle$  与位移  $r$  的一次方成正比, 推广的自相似标度律将研究湍流速度的  $n$  阶结构函数  $\langle \Delta V(r)^n \rangle$  与位移  $r$  的标度关系, 推广到研究湍流速度的  $n$  阶结构函数  $\langle \Delta V(r)^n \rangle$  与 3 阶结构函数  $\langle \Delta V(r)^3 \rangle$  的标度关系。推广的自相似性(6) 不仅对于充分发展湍流适用, 而且雷诺数较低和中等的湍流, 甚至在惯性子区不存在的情况下也是有效的。而且它的尺度范围不只限于惯性子区, 最小尺度可以与耗散尺度同一个量级。

Stolovitzky 等(1993)<sup>[2]</sup>也重复了 Benzi 等人的实验并给出了他们的实验结果。Stolovitzky 等测量了中等雷诺数的平板湍流边界层流向脉动速度的时间序列, 并研究了其结构函数的推广的自相似标度律。他们认为对于低阶结构函数, 耗散区和惯性区标度律的标度指数没有明显的差异; 对于高阶结构函数, 耗散区和惯性区具有不同标度指数的标度律。在耗散区推广的自相似律的标度指数近似为  $\xi_1(8) = 2.66$ ,  $\xi_2(8) = 2.42$ , 与  $\xi(n) = n/3$  接近, 而惯性子区的标度指数  $\xi_1(8) = 2.05$ ,  $\xi_2(8) = 2.12$ , 略小于  $\xi(n) = n/3$ 。标度指数在耗散区和惯性子区间存在着光滑的过渡区。结构函数的阶数越高, 标度指数在惯性子区和耗散区的差异越明显。

## 1 实验设备和技术

我们在开口循环式水槽中对中等雷诺数下的平板湍流边界层进行了实验研究。用 TSI 热膜测速仪、TSI 1210\_20W 单丝热膜水探针和 TSI 1218\_20W 单丝热膜边界层水探针测量了速度信号的时间序列。水槽中的来流速度为  $U_\infty = 0.28\text{m/s}$ , 动量厚度的雷诺数为  $Re_\theta = 2570$ , 热膜探针在距离水槽壁面  $y^+ = 16$  处测量了平板湍流边界层的流向脉动速度分量的时间序列。图 1 是测量得到的壁湍流流向脉动速度分量的时间序列信号。

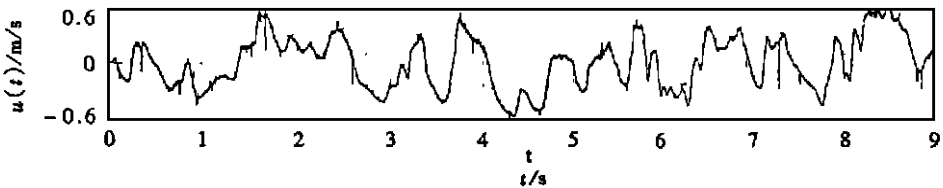


图 1 平板湍流边界层近壁区  $y^+ = 16$  流向脉动速度

## 2 壁湍流脉动速度结构函数推广的自相似标度律

1.  $n$  阶结构函数的绝对值  $|\langle \Delta V(r)^n \rangle|$  随 3 阶结构函数的绝对值  $|\langle \Delta V(r)^3 \rangle|$  的变化规律  
根据图 1 所示中等雷诺数下水槽中平板湍流边界层在近壁区  $y^+ = 16$  的流向脉动速度, 得到 2、4、6 阶结构函数  $|\langle \Delta V(r)^n \rangle|$  随三阶结构函数  $|\langle \Delta V(r)^3 \rangle|$  的变化规律(双对数坐标如图 2 所示)。从图 2 中可以看到, 在耗散区和惯性子区确实存在着不同标度指数的标度律, 耗散区的标度指数小于惯性子区的标度指数, 阶数越高, 这种差别越明显。这与 Stolovitzky 等(1993)

在实验中得到的结论是不一致的。

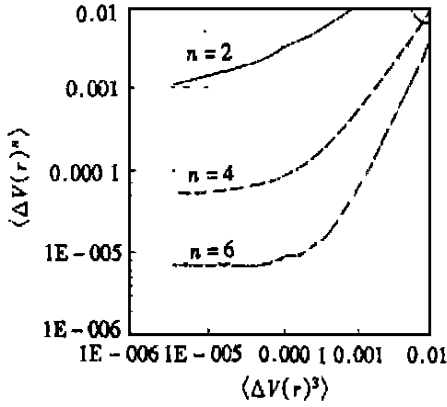


图2 双对数坐标推广的自相似律

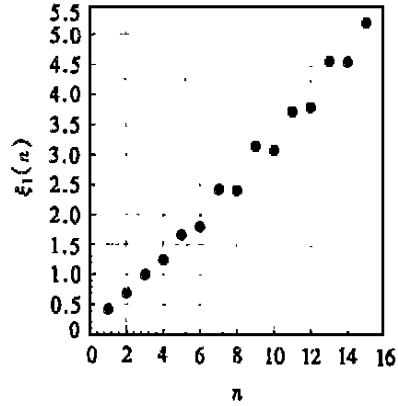


图3 推广的自相似律(6)中的标度指数  $\xi_1(n)$  随  $n$  的变化规律

在惯性子区标度指数  $\xi_1(n)$  随阶数  $n$  的变化如图3所示。从图3中可以看到:在惯性子区奇数阶结构函数的标度指数  $\xi_1(n)$  大于  $\xi_1(n) = n/3$ , 偶数阶结构函数的标度指数  $\xi_1(n)$  小于  $\xi_1(n) = n/3$ , 阶数越高, 这种差别越明显。这与 Stolovitzky 等(1993)在实验中得到的结论是不一致的。

2.  $n$  阶结构函数  $\langle |\Delta V(r)|^n \rangle$  随 3 阶结构函数  $\langle |\Delta V(r)|^3 \rangle$  的变化规律

图4为双对数坐标推广的自相似律(6)中  $n$  阶结构函数  $\langle |\Delta V(r)|^n \rangle$  随 3 阶结构函数  $\langle |\Delta V(r)|^3 \rangle$  的变化规律。从图中可以看出, 在耗散区和惯性子区确实存在着不同标度指数的标度律, 耗散区的标度指数小于惯性子区的标度指数, 阶数越高, 这种差别越明显。在惯性子区结构函数符合推广的自相似律。图5为在惯性子区推广的自相似律(6)中的标度指数  $\xi_2(n)$  随  $n$  的变化规律。从图中可以看到:  $\xi_2(n) = n/3$ 。这与 Stolovitzky 等(1993)在实验中得到的结论是不一致的。

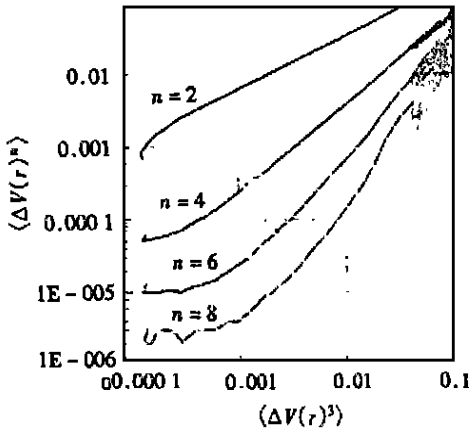


图4 双对数坐标推广的自相似律

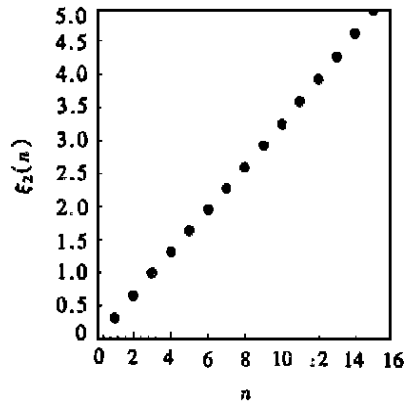


图5 推广的自相似律(6)中的标度指数  $\xi_2(n)$  随  $n$  的变化规律

### 3 壁湍流流向脉动速度多尺度湍涡结构函数推广的自相似标度律

#### 1. $n$ 阶结构函数的绝对值 $|\langle \Delta V_l(r)^n \rangle|$ 随 3 阶结构函数的绝对值 $|\langle \Delta V_l(r)^3 \rangle|$ 的变化规律

对于湍流来说,子波具有特定的物理意义。由 Tennekes 和 Lumley<sup>[3]</sup> 首次引用的“湍涡”是最适合湍流分解的基元。根据他们的认识,湍涡在谱空间具有一定的频带宽度和相似性的贡献;在物理空间对应着局部的贡献,这一点和波不同。

湍涡在空间和时间上都是局部的。傅立叶变换不考虑湍涡的局部性,因此不适合对湍流的分解,这导致傅立叶变换对湍流分解失去物理意义。子波分解可以代替傅立叶分解将湍流分解为湍涡基元。湍涡就是湍流中的子波。作为一种新的工具,子波变换能够将湍流分解为湍涡结构来代替傅立叶分解。图 6 为 Tennekes 和 Lumley<sup>[3]</sup> 建议的一个湍涡的自相关函数和能谱函数,图 7 为根据实验测量用子波变换得到的一个湍涡的自相关函数和能谱函数,可以看到,二者非常相似。图 8 为用子波分解从实验测量的壁湍流流向脉动速度信号中提取的各尺度湍涡信号。

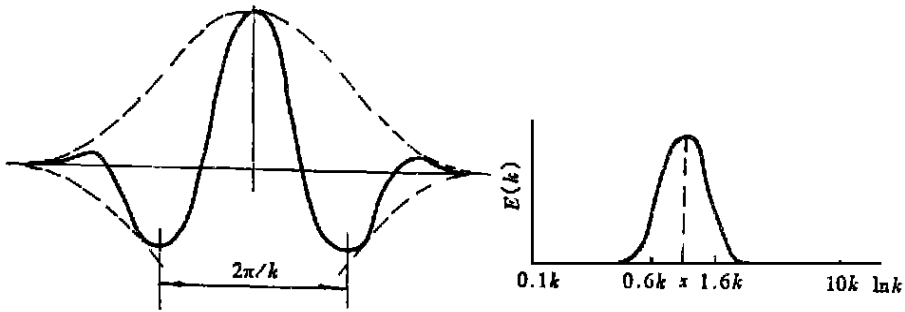


图 6 Tennekes 和 Lumley 建议的一个湍涡的自相关函数和能谱函数<sup>[3]</sup>

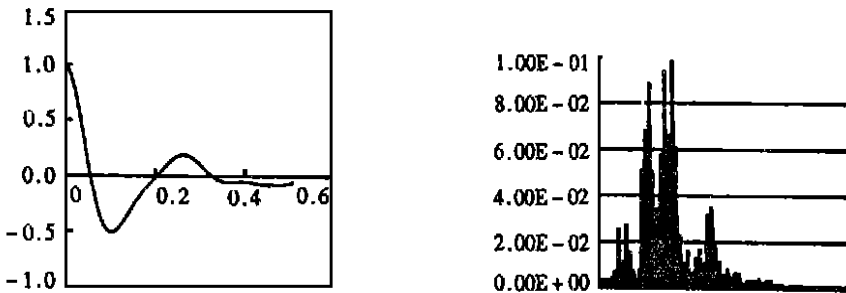


图 7 子波分解得到的实验中的一个尺度湍涡的自相关函数和能谱函数

图 9 为双对数坐标中,  $n$  阶结构函数  $|\langle \Delta V_l(r)^n \rangle|$  随 3 阶结构函数  $|\langle \Delta V_l(r)^3 \rangle|$  的变化规律。从图 9 中可以看到在双对数坐标中  $|\langle \Delta V_l(r)^n \rangle|$  与  $|\langle \Delta V_l(r)^3 \rangle|$  的关系非常符合斜率为  $\xi_l(n) = n/3$  的直线。而且随着尺度的增加符合推广的自相似律的  $r$  的范围也在扩大。图 10 为等式(6)中的标度指数  $\xi_l(n)$  随阶数  $n$  的变化规律,从图 10 中可以看到,  $\xi_l(n)$  与  $\xi_l(n) = n/3$  非常符合。

#### 2. $n$ 阶结构函数 $|\langle \Delta V_l(r)^n \rangle|$ 随 3 阶结构函数的绝对值 $|\langle \Delta V_l(r)^3 \rangle|$ 的变化规律

图 11 为双对数坐标中,推广的自相似律(6)中  $n$  阶结构函数  $|\langle \Delta V_l(r)^n \rangle|$  随 3 阶结构函数

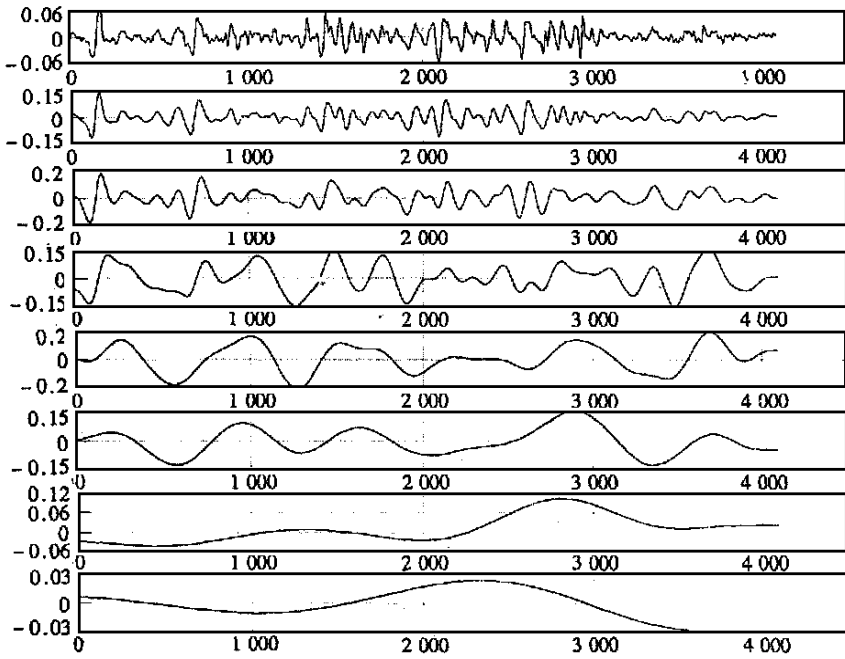
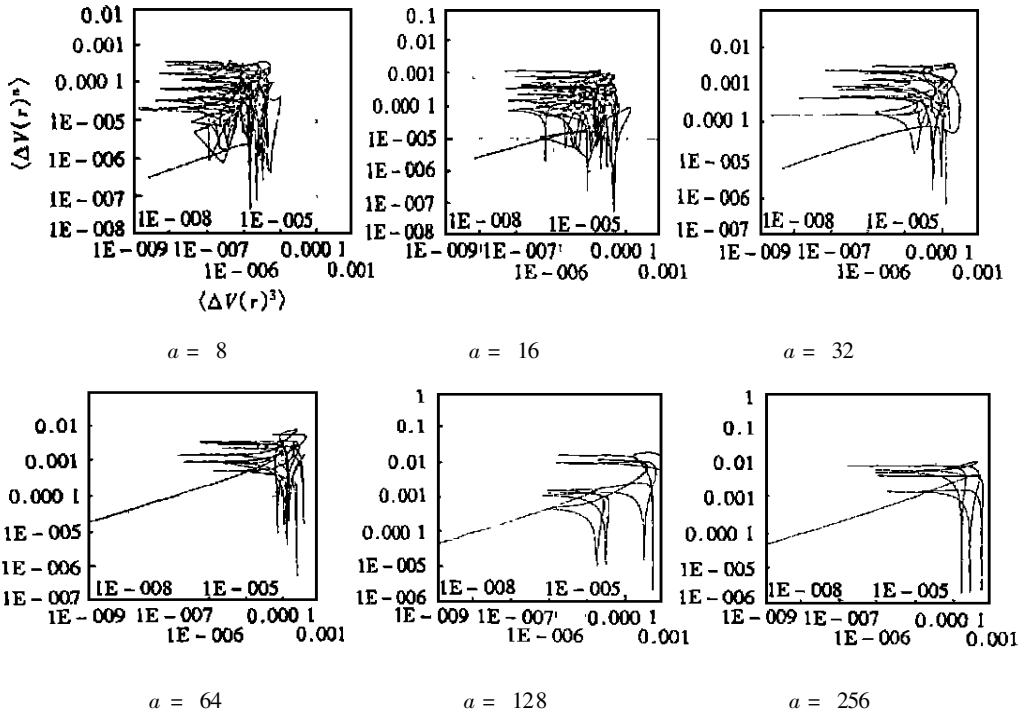


图 8 用子波变换得到的壁湍流多尺度湍涡速度信号

$\langle |\Delta V_l(r)|^3 \rangle$  的变化规律。从图 11 中可以看到在双对数坐标中  $\langle |\Delta V_l(r)|^n \rangle$  与  $\langle |\Delta V_l(r)|^3 \rangle$  的关系非常符合斜率为  $\xi_2(n) = n/3$  的直线。而且随着尺度的增加符合推广的自相似律的  $r$  的范围也扩大。图 12 为等式(6)中的标度指数  $\xi_2(n)$  随阶数  $n$  的变化规律, 从图 12 中可以看到  $\xi_2(n)$  与  $\xi_2(n) = n/3$  非常符合。



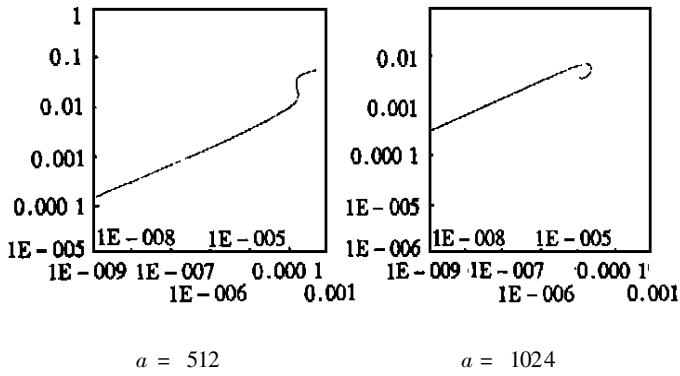


图9 双对数坐标多尺度湍流结构推广的自相似律

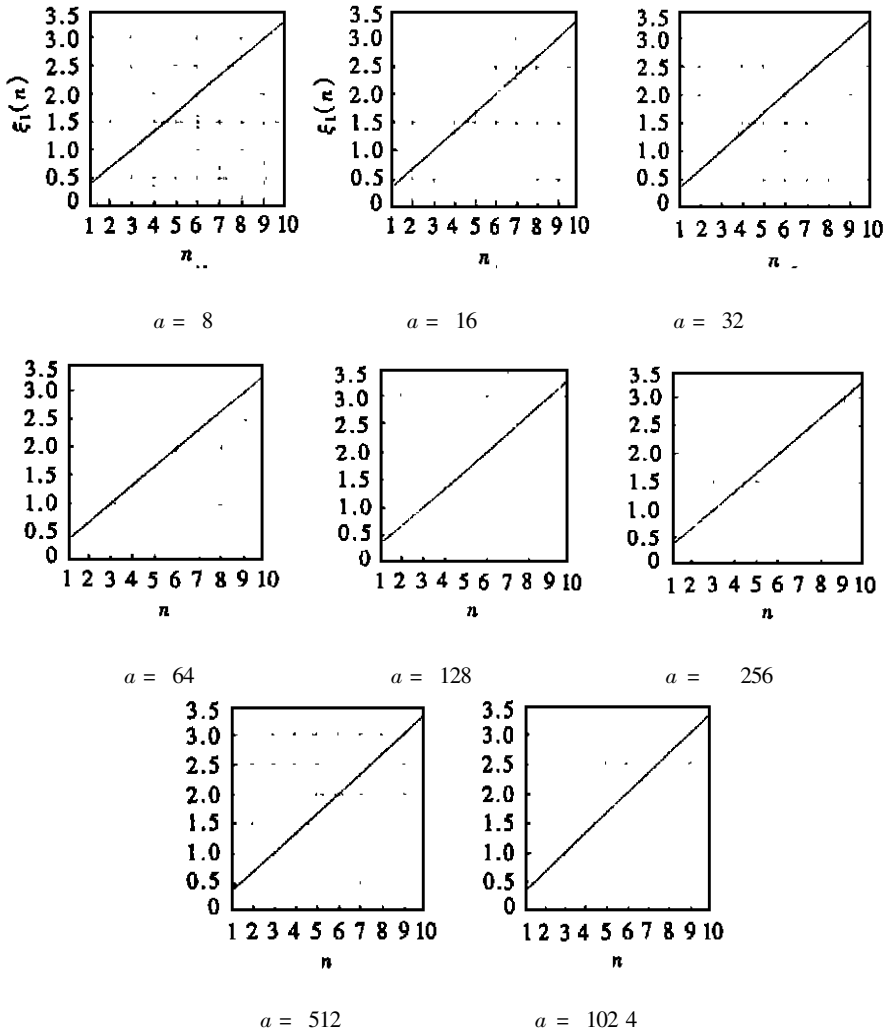


图10 推广的自相似律(6)中的标度指数  $\xi_1(n)$  随  $n$  的变化规律

## 4 主要结论

1. 湍流的统计性质是自相似的, 这不仅适用于充分发展湍流, 而且适用于中等雷诺数和低雷诺数湍流, 而且具有相同的标度指数;
2. 推广的自相似标度律的适用的尺度范围远远大于惯性子区的范围, 可以一直延伸至耗散区的尺度范围;
3. 推广的自相似标度律不仅适用于均匀各向同性湍流, 也适用于剪切湍流如边界层湍流。

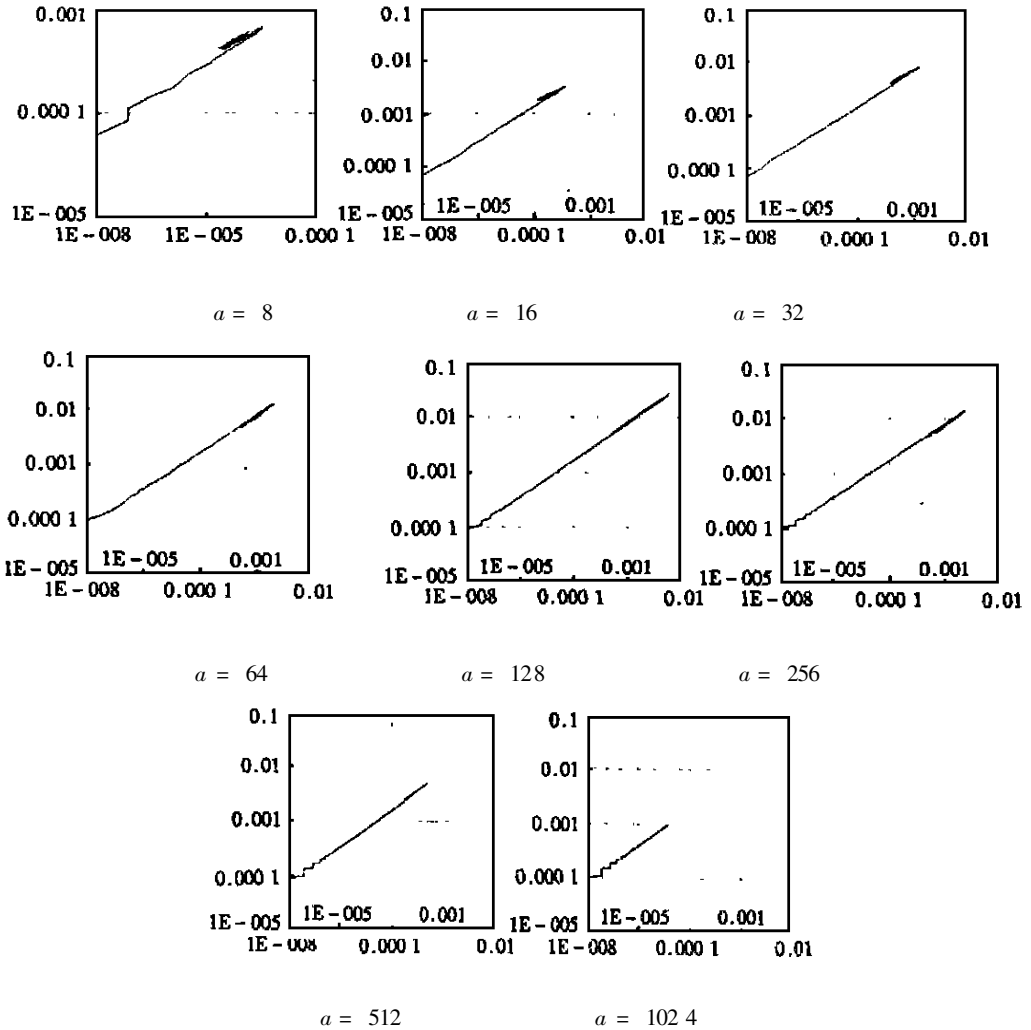


图 11 双对数坐标多尺度湍涡结构推广的自相似律

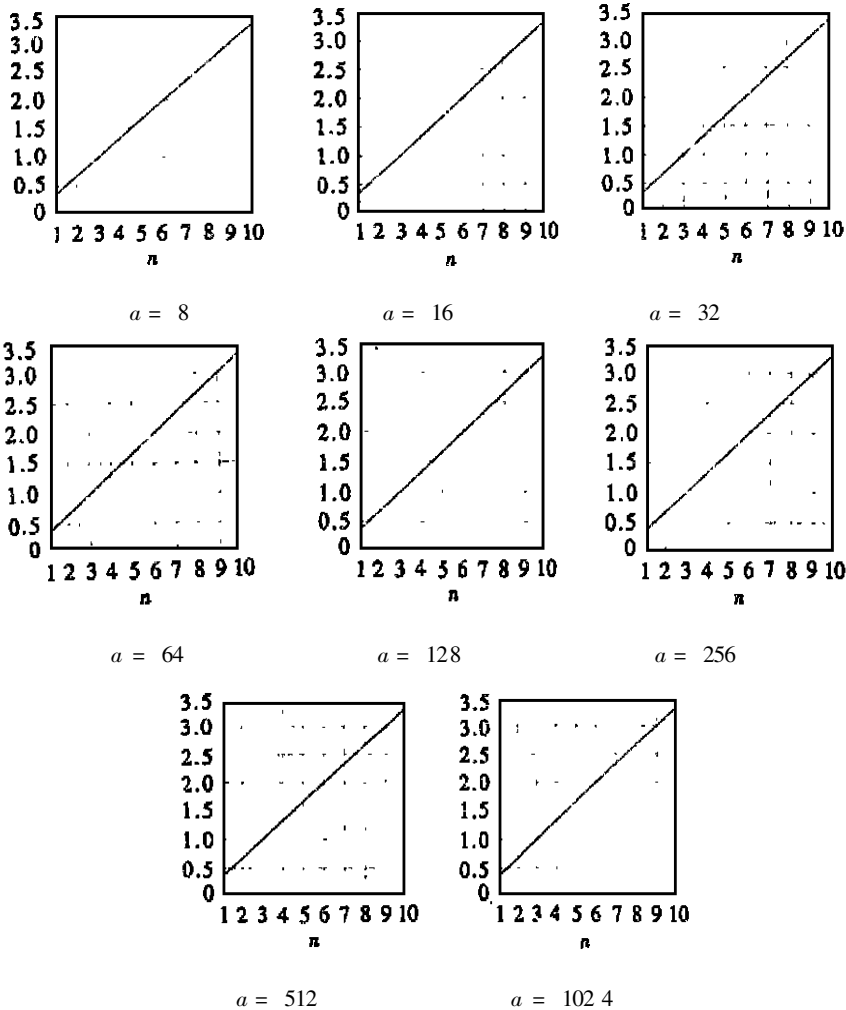


图 12 推广的自相似律(6)中的标度指数  $\xi_2(n)$  随  $n$  的变化规律

[参 考 文 献]

- [1] Benzi R, Ciliberto S, Tripiccone R, et al. Extended self-similarity in turbulence flows[J]. Physical Review E, 1993, 48(1): 29—32.
- [2] Stolovitzky G, Sreenivasan K R. Scaling of structure functions[J]. Physical Review E, 1993, 48(1): 33—36.
- [3] Tennekes H, Lumley J L. A First Course in Turbulence [M]. Cambridge Massachusetts and London, England: MIT Press, 1972.



# Extended Self\_Similar Scaling Law of Multi\_Scale Eddy Structure in Wall Turbulence

JIANG Nan<sup>1,2</sup>, WANG Zhen\_dong<sup>1,2</sup>, SHU Wei<sup>1,2</sup>

( 1. Institute of Mechanics LNM, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, P R China ;

2. Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, P R China )

**Abstract:** The longitudinal fluctuating velocity of a turbulent boundary layer was measured in a water channel at a moderate Reynolds number. The extended self\_similar scaling law of structure function proposed by Benzi was verified. The longitudinal fluctuating velocity in the turbulent boundary layer was decomposed into many multi\_scale eddy structures by wavelet transform. The extended self\_similar scaling law of structure function for each scale eddy velocity was investigated. The conclusions are 1) The statistical properties of turbulence could be self\_similar not only at high Reynolds number, but also at moderate and low Reynolds number, and they could be characterized by the same set of scaling exponents  $\xi_1(n) = n/3$  and  $\xi_2(n) = n/3$  of the fully developed regime. 2) The range of scales where the extended self\_similarity valid is much larger than the inertial range and extends far deep into the dissipation range with the same set of scaling exponents. 3) The extended self\_similarity is applicable not only for homogeneous turbulence, but also for shear turbulence such as turbulent boundary layers.

**Key words:** wavelet transform; eddy; scaling law