应用数学和力学, 第 21 卷 第 8 期(2000 年 8 月
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2000) 08_0829_07

污染环境中 Gallopin 系统的生存分析*

何泽荣[1], 马知恩[2]

(1. 四川三峡学院 计算机系, 重庆万州 404000; 2. 西安交通大学 应用数学系, 西安 710049)

(林宗池推荐)

摘要: 研究了环境污染对 Gallopin 资源_消费者系统中消费者种群的长期影响· 给出了种群弱平均持续生存和绝灭的判据· 在一定条件下得到了阈值·

关 键 词: Gallopin 系统; 消费者种群; 污染; 持续生存; 绝灭
中图分类号: O175.14 文献标识码: A

引 论

文[1]研究了污染环境中 Logistic 种群的生存问题· 它只考虑了单一种群· 实际上任一现实生态环境中的生物种群都需依赖其它种群而生存· 文[2]讨论了一个较为简单的 Gallopin 资源_消费者模型, 得到了消费者种群弱平均持续生存和绝灭的阈值·

本文在文[2]中模型的基础上, 进一步考虑种群个体从环境中直接或间接地吸入毒素, 以及个体向环境的排毒作用, 讨论其推广模型

$$
(\mathrm{M})\begin{cases}
\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = x(t)[r_0 - r_1C_0(t) - bw\cdot \mathrm{e}^{-na(t)/x(t)}], & (1)\\
\dfrac{\mathrm{d}a(t)}{\mathrm{d}t} = f(t) - w\cdot x(t)[1 - \mathrm{e}^{-na(t)/x(t)}], & (2)\\
\dfrac{\mathrm{d}C_0(t)}{\mathrm{d}t} = kC_{\mathrm{e}}(t) - (g+m)C_0(t), & (3)\\
\dfrac{\mathrm{d}C_{\mathrm{e}}(t)}{\mathrm{d}t} = g_1C_0(t)x(t) - k_1C_{\mathrm{e}}(t)x(t) + u(t) - hC_{\mathrm{e}}(t), & (4)
\end{cases}
$$

其中 r_0、r_1、b、w、n、k、g、m、g_1、k_1、h 均为正的常数, $x(t)$、$a(t)$、$C_0(t)$、$C_{\mathrm{e}}(t)$ 分别表示 t 时消费者种群的个体数量、资源量、种群个体体内毒素浓度、环境毒素浓度· $f(t)$ 为资源的自然增长率, 它为 $[0, +\infty)$ 上的正值连续函数· $u(t)$ 为外界向环境的毒素输入率, 它是 $[0, +\infty)$ 上的非负有界连续函数 $\sup\limits_{t\geqslant 0} u(t) \triangleq u_1 > 0$· $f(t)$ 和 $u(t)$ 均为系统的控制函数· 系统初值 $x(0) = x_0 > 0$, $a(0) = a_0 > 0$, $0 \leqslant C_0(0) < 1$, $0 \leqslant C_{\mathrm{e}}(0) < 1$·

定义 如果

$$
\lim_{t\to\infty} \sup_{0\leqslant s\leqslant t} \frac{1}{s}\int_0^s x(r)\mathrm{d}r > 0,
$$

* 收稿日期: 1999_01_11; 修订日期: 2000_04_04
基金项目: 四川三峡学院科研基金资助项目
作者简介: 何泽荣(1963—) ,男, 重庆万州人,副教授, 理学硕士.

称种群 $x(t)$ 弱平均持续生存, 如果 $\lim_{t\to\infty} x(t) = 0$, 称种群 $x(t)$ 走向绝灭·

约定记号

$$\mathbf{R}_+ = [0, +\infty), \quad \langle v(t)\rangle = \frac{1}{t}\int_0^t v(s)\,\mathrm{d}s.$$

$$\limsup_{t\to\infty} v(t) = \lim_{t\to\infty}\sup_{0\leqslant s\leqslant t} v(s), \quad \liminf_{t\to\infty} v(t) = \lim_{t\to\infty}\inf_{0\leqslant s\leqslant t} v(s),$$

$$M_a = a_0 + \int_0^\infty f(t)\,\mathrm{d}t, \quad M_x = \frac{bnw}{bw - r_0} M_a,$$

$$M_y = \begin{cases} \exp\left(\dfrac{r_0 + mw - bw}{bw}\right), & bw > r_0 + mw, \\ 1, & bw \leqslant r_0 + nw. \end{cases}$$

引理 1　对(M，区域 $\{(x, a, C_0, C_e): x > 0, a > 0, C_0 > 0, C_e > 0\}$ 是不变集·

证明　对(M，$x \neq 0$·　只要 $x_0 > 0$, 就有 $x(t) > 0$, $t \in \mathbf{R}_+$·　又因

$$\left.\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right|_{a=0} = f(t) > 0, \quad \left.\frac{\mathrm{d}C_0}{\mathrm{d}t}\right|_{C_0=0,\, C_e>0} = kC_e > 0,$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}C_e}{\mathrm{d}t}\right|_{C_e=0,\, C_0>0,\, x>0} = g_1 C_0 x + u(t) > 0.$$

从而(M 的轨线不能穿越相空间任一坐标平面·　证毕·

引理 2　对(M，设 $g \leqslant k \leqslant g + m$, $u_1 < h$, $r_0 - bw < 0$, 且有

$$\int_0^\infty f(t)\,\mathrm{d}t < \infty,$$

则下列不等式成立:

$$C_0(t) < 1, \quad C_e(t) < 1, \quad a(t) \leqslant M_a, \qquad t \in \mathbf{R}_+,$$

此外, 当 t 充分大时, $x(t) < M_x + \varepsilon$, $\lim_{t\to\infty} \varepsilon = 0$·

证明　首先由引理 1 知, 对 $\forall t \in \mathbf{R}_+$, $x(t) > 0$·　次证 $C_0(t) < 1$, $C_e(t) < 1$, $t \in \mathbf{R}_+$·

如果存在最大有限区间 $[0, T)$, 使 $C_0(t) < 1$, $t \in [0, T)$; $C_e(t) < 1$, $t \in [0, T]$, 但 $C_0(T) = 1$·　由 $g \leqslant k + m$ 知

$$\left.\frac{\mathrm{d}C_0}{\mathrm{d}t}\right|_{C_0(T)=1} = kC_e(T) - (g + m) < k - (g + m) \leqslant 0.$$

矛盾·　故不存在那样的 T·　同理不存在 T, $0 < T < \infty$, 使 $C_e(t) < 1$, $t \in [0, T)$, 同时 $C_0(t) < 1$, $t \in [0, T]$, 但 $C_e(T) = 1$·

如果存在 T, $0 < T < \infty$, 使 $C_0(t) < 1$, $C_e(t) < 1$, $t \in [0, T)$, 但 $C_0(T) = C_e(T) = 1$·　则由(3) 知

$$\left.\frac{\mathrm{d}C_e}{\mathrm{d}t}\right|_{t=T} = (g_1 - k_1)x(T) + u(T) - h \leqslant (g_1 - k_1)x(T) + u_1 - h < 0.$$

我们注意到(M 中的系数具有关系 $g_1 = m_0 g / m_E$, $k_1 = m_0 k / m_E$·　由 $g \leqslant k$ 知 $g_1 \leqslant k_1$, 从而 $\mathrm{d}C_e/\mathrm{d}t\,|_{t=T} < 0$·　因而就保持 $C_e(t) < 1$ 的 t 而言, 区间 $[0, T)$ 仍可向右延拓·　这与 T 的性质矛盾·　从而不可能存在那样的 T, 故 $C_0(t) < 1$, $C_e(t) < 1$, $t \in \mathbf{R}_+$·

最后估计 $a(t)$ 和 $x(t)$·　由(2), $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t \leqslant f(t)$, 故

$$a(t) \leqslant a_0 + \int_0^t f(s)\,\mathrm{d}s \leqslant a_0 + \int_0^\infty f(t)\,\mathrm{d}t = M_a.$$

再由(1，

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \leqslant x\left(r_0 - bw\left(1 - \frac{na}{x}\right)\right) = bnwa - (bw - r_0)x \leqslant bnwM_a - (bw - r_0)x.$$

应用比较原理知

$$\limsup_{t\to\infty} x(t) \leqslant \frac{bnw}{bw - r_0}M_a. \quad \text{证毕.}$$

1　基本结果

定理 1　对(M) ,若 $\liminf\limits_{t\to\infty}\langle u(t)\rangle < hr_0(g+m)/kr_1$, 且 $\liminf\limits_{t\to\infty} f(t) > 0$, 则种群 $x(t)$ 弱平均持续生存.

证明　先证 $\liminf\limits_{t\to\infty}\langle C_0(t)\rangle < r_0/r_1$. 将(3) 和(4) 改写为

$$[C_0(t) - C_0(0)]/t = k\langle C_e(t)\rangle - (g+m)\langle C_0(t)\rangle, \tag{5}$$

$$[C_e(t) - C_e(0)]/t = g_1\langle C_0(t)x(t)\rangle - k_1\langle C_e(t)x(t)\rangle + \langle u(t)\rangle - h\langle C_e(t)\rangle. \tag{6}$$

由 $C_0(t)$、$C_e(t)$ 的有界性知 $\lim\limits_{t\to\infty}\langle C_0(t)x(t)\rangle = \lim\limits_{t\to\infty}\langle C_e(t)x(t)\rangle = 0$. 利用(6) 和(5) 得

$$\liminf_{t\to\infty}\langle u(t)\rangle = h\liminf_{t\to\infty}\langle C_e(t)\rangle = \frac{h(g+m)}{k}\liminf_{t\to\infty}\langle C_0(t)\rangle.$$

由定理条件即得 $\liminf\limits_{t\to\infty}\langle C_0(t)\rangle < r_0/r_1$.

其次, 如结论不真, 即 $\limsup\limits_{t\to\infty}\langle x(t)\rangle = 0$, 将导致矛盾.

由于 $\liminf\limits_{t\to\infty} f(t) > 0$, 故存在 $t_0 > 0$, $0 < \delta \leqslant wna_0$, 使 $f(t) > \delta$, $t \geqslant t_0$. 又由 Taylor 展式, $\exp(-na/x) \geqslant 1 - na/x$. 从而由(2) 知

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} \geqslant \delta - wx\left[1 - \left(1 - \frac{na}{x}\right)\right] = \delta - wna(t), \qquad t \geqslant t_0.$$

方程 $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = \delta - wn\cdot v$ 以 (t_0, a_0) 为初始点的解为

$$v(t) = \frac{\delta}{wn} + \left(a_0 - \frac{\delta}{wn}\right)\mathrm{e}^{-wn(t-t_0)}.$$

由比较原理得, $a(t) \geqslant \delta/wn \triangleq a > 0$, $t \geqslant t_0$. 再由(1) 知

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \geqslant x\left[r_0 - r_1C_0 - bw\cdot\frac{x}{na}\right] \geqslant x\left[r_0 - r_1C_0 - \frac{bw}{na}x\right], \qquad t \geqslant t_0,$$

积分得

$$\frac{1}{t-t_0}\ln\frac{x}{x_0} \geqslant r_0 - r_1\cdot\frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t}C_0(s)\,\mathrm{d}s - \frac{bw}{na}\cdot\frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s,$$

从而

$$\limsup_{t\to\infty}\frac{1}{t-t_0}\ln\frac{x}{x_0} + \limsup_{t\to\infty}\frac{bw}{na}\cdot\frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s \geqslant r_0 - r_1\cdot\liminf_{t\to\infty}\frac{\int_{t_0}^{t}C_0(s)\,\mathrm{d}s}{t-t_0}.$$

注意到

$$\langle C_0(t)\rangle = \frac{1}{t}\int_0^t C_0(s)\,\mathrm{d}s = \frac{1}{t}\int_0^{t_0}C_0(s)\,\mathrm{d}s + \frac{t-t_0}{t}\cdot\frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t}C_0(s)\,\mathrm{d}s,$$

可得

$$\lim_{t\to\infty}\inf\langle C_0(t)\rangle=\lim_{t\to\infty}\inf\frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t}C_0(s)\,\mathrm{d}s<r_0/r_1\cdot$$

由反证假设知

$$\lim_{t\to\infty}\sup\frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t}x(s)\,\mathrm{d}s=0,$$

从而

$$\lim_{t\to\infty}\sup\frac{1}{t-t_0}\ln\frac{x}{x_0}>0\cdot$$

这不可能• 因 $x(t)$ 有界, 故

$$\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t-t_0}\ln\frac{x}{x_0}=0\cdot$$

由此定理结论必真• 证毕•

定理 2 对(M), 若下列各组条件之一成立, 则种群 $x(t)$ 必然走向绝灭•

(Ⅰ) $\lim_{t\to\infty}\inf\langle u(t)\rangle>hr_0(g+m)/kr_1$, 且

$$\begin{cases}h(g+m)\leqslant kg_1M_x,\\ g_1r_0-k_1r_1>bg_1wM_y\end{cases}\text{或}\begin{cases}h(g+m)>kg_1M_x,\\ g_1r_0\geqslant k_1r_1;\end{cases}$$

(Ⅱ) $\lim_{t\to\infty}\inf\langle u(t)\rangle>\dfrac{hr_0(g+m)}{kr_1}+\dfrac{k_1r_1-g_1r_0}{r_1}M_x$, 且

$$\begin{cases}h(g+m)>kg_1M_x,\\ g_1r_0<k_1r_1;\end{cases}$$

(Ⅲ) $\lim_{t\to\infty}\inf\langle u(t)\rangle>\dfrac{hr_0(g+m)}{kr_1}+\dfrac{B}{kr_1}$, 这里 $B=\max(0,A)$,

$$A=bwM_y[kg_1M_x-h(g+m)]+k(k_1r_1-g_1r_0)M_x\cdot$$

证明 假设 $\lim_{t\to\infty}\sup x(t)>0$• 由(1) 可得

$$C_0(x)=\frac{1}{r_1}\left[r_0x-bwx\mathrm{e}^{-na/x}-\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right],$$

$$\frac{1}{t}\ln\frac{x}{x_0}=r_0-r_1\langle C_0\rangle-bw\langle\mathrm{e}^{-na/x}\rangle,\tag{7}$$

$$\langle C_0x\rangle=\frac{1}{r_1}\left[r_0\langle x\rangle-bw\langle x\mathrm{e}^{-na/x}\rangle-\frac{x-x_0}{t}\right]\cdot\tag{8}$$

代(8)入(6)得

$$\begin{aligned}\langle C_e\rangle&=\frac{1}{h}\left[g_1\langle C_0x\rangle-k_1\langle C_ex\rangle+\langle u(t)\rangle-\frac{C_e(t)-C_e(0)}{t}\right]=\\&\frac{1}{h}\left[\frac{g_1}{r_1}\left(r_0\langle x\rangle-bw\langle x\mathrm{e}^{-na/x}\rangle-\frac{x-x_0}{t}\right)-k_1\langle C_ex\rangle+\right.\\&\left.\langle u(t)\rangle-\frac{C_e(t)-C_e(0)}{t}\right]=\\&\frac{1}{hr_1}\left[\langle g_1r_0x-g_1bwx\mathrm{e}^{-na/x}\rangle-k_1r_1\langle C_ex\rangle+r_1\langle u\rangle\right]+o(1)\cdot\end{aligned}$$

由(5)知,

$$\begin{aligned}\langle C_0\rangle&=\frac{1}{g+m}\left[k\langle C_e\rangle-\frac{C_0(t)-C_0(0)}{t}\right]=\\&\frac{1}{hr_1(g+m)}\left[\langle g_1r_0x-g_1bwx\mathrm{e}^{-na/x}\rangle-k_1r_1\langle C_ex\rangle+r_1\langle u\rangle\right]+o(1)\cdot\end{aligned}$$

代入(7 得•

$$\frac{h(g+m)}{t}\ln\frac{x}{x_0}=hr_0(g+m)-hbw(g+m)\langle e^{-na/x}\rangle-$$
$$k[\langle g_1r_0x-g_1bwxe^{-na/x}\rangle-k_1r_1\langle C_ex\rangle+r_1\langle u\rangle]+o(1)•$$

利用 $C_e(t)<1, t\in\mathbf{R}_+$, 整理得

$$kr_1\langle u\rangle\leqslant hr_0(g+m)-\frac{h(g+m)}{t}\ln\frac{x}{x_0}+\langle F(a,x)\rangle+o(1),$$

其中

$$F(a,x)=kg_1bwxe^{-na/x}-bhw(g+m)e^{-na/x}+k(k_1r_1-g_1r_0)x•$$

从而

$$kr_1\liminf_{t\to\infty}\langle u(t)\rangle\leqslant hr_0(g+m)+\limsup_{t\to\infty}\langle F(a,x)\rangle\leqslant$$
$$hr_0(g+m)+\max_D F(a,x),\tag{9}$$

此处 $D=\left\{(a,x):a\in[0,M_a],x\in[0,M_x]\right\}•$

令 $y(t)=e^{-na(t)/x(t)}•$ 定义

$$G(x,y)=F(a,x)=kbg_1wxy-bwh(g+m)y+k(k_1r_1-g_1r_0)x•$$

为了确定 y 的范围, 从(1) 和(2) 可得

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{a}{x}\right)=\frac{1}{x^2}\left(x\frac{da}{dt}-a\frac{dx}{dt}\right)=$$
$$\frac{1}{x^2}[xf(t)-wx^2(1-e^{-na/x})-ax(r_0-r_1C_0-bwe^{-na/x})]\geqslant$$
$$\frac{1}{x^2}[-wx^2(1-e^{-na/x})-ax(r_0-bwe^{-na/x})]=$$
$$w(e^{-na/x}-1)-\frac{a}{x}(r_0-bwe^{-na/x})\geqslant$$
$$w\left(1-\frac{na}{x}-1\right)-\frac{a}{x}\left[r_0-bw\left(1-\frac{na}{x}\right)\right]=$$
$$(bw-r_0-nw)•\frac{a}{x}-bnw\left(\frac{a}{x}\right)^2•$$

若 $bw-r_0-nw>0$, 由比较原理有

$$\liminf_{t\to\infty}\frac{a}{x}\geqslant\frac{bw-r_0-nw}{bnw};$$

若 $bw-r_0-nw\leqslant 0$, 则总有

$$\liminf_{t\to\infty}(a/x)\geqslant 0•$$

按记号 M_y 的意义知 $\limsup_{t\to\infty}y(t)\leqslant M_y$• 于是 $\max_D F(a,x)\leqslant\max_{D'}G(x,y)$, 这里

$$D'=\left\{(x,y):x\in[0,M_x],y\in[0,M_y]\right\}•$$

令 $\partial G/\partial x=\partial G/\partial y=0$, 可解得

$$P:\begin{cases}x=h(g+m)/(kg_1),\\ y=(g_1r_0-k_1r_1)/(bwg_1)•\end{cases}$$

仅当 $g_1r_0\geqslant k_1r_1$ 时, 该驻点才可能成为极值点• 但 $G(x,y)$ 在该驻点的函数值为

$$G(P)=kbg_1w•\frac{h(g+m)}{kg_1}•\frac{g_1r_0-k_1r_1}{wbg_1}-bwh(g+m)•\frac{g_1r_0-k_1r_1}{wbg_1}+$$

$$k(k_1r_1-g_1r_0)\cdot\frac{h(g+m)}{kg_1}=\frac{1}{g_1}\cdot h(g+m)(k_1r_1-g_1r_0)\leqslant 0,$$

又 $G(0,0)=0$• 故 $\max G(x,y)$ 必在 D' 的边界上达到•

当 $h(g+m)>kg_1M_x,\ g_1r_0<k_1r_1$ 时,

$$G(0,y)=-bwh(g+m)y\leqslant 0;$$

$$G(M_x,y)=bwy[kg_1M_x-h(g+m)]+k(k_1r_1-g_1r_0)M_x\leqslant k(k_1r_1-g_1r_0)M_x;$$

$$G(x,0)=k(k_1r_1-g_1r_0)x\leqslant k(k_1r_1-g_1r_0)M_x;$$

$$\begin{aligned}G(x,M_y)&=kx(g_1bwM_y+k_1r_1-g_1r_0)-bwh(g+m)M_y\leqslant\\&kM_x(g_1bwM_y+k_1r_1-g_1r_0)-bwh(g+m)M_y=\\&bwM_y[kg_1M_x-h(g+m)]+k(k_1r_1-g_1r_0)M_x\leqslant\\&k(k_1r_1-g_1r_0)M_x\cdot\end{aligned}$$

所以 $$\max_D G(x,y)=k(k_1r_1-g_1r_0)M_x\cdot$$

同法可得

当
$$\begin{array}{ll}h(g+m)>kg_1M_x,\ 0\leqslant g_1r_0-k_1r_1\leqslant bg_1wM_y, & \max G=0,\\ h(g+m)>kg_1M_x,\ g_1r_0-k_1r_1>bg_1wM_y, & \max G=0,\\ h(g+m)\leqslant kg_1M_x,\ g_1r_0-k_1r_1<0, & \max G=A;\\ h(g+m)\leqslant kg_1M_x,\ 0\leqslant g_1r_0-k_1r_1\leqslant bg_1wM_y, & \max G=\max(0,A),\\ h(g+m)\leqslant kg_1M_x,\ g_1r_0-k_1r_1>bg_1wM_y, & \max G=0\cdot\end{array}$$

总之,我们得到

(Ⅰ 当 $\begin{cases}h(g+m)\leqslant kg_1M_x,\\ g_1r_0-k_1r_1>bg_1wM_y\end{cases}$ 或 $\begin{cases}h(g+m)>kg_1M_x\\ g_1r_0-k_1r_1\geqslant 0\end{cases}$ 时, $\max G=0$;

(Ⅱ 当 $\begin{cases}h(g+m)>kg_1M_x\\ g_1r_0<k_1r_1\end{cases}$ 时, $\max G=k(k_1r_1-g_1r_0)M_x$;

(Ⅲ 对其它情形, $\max G=\max(0,A)$• 利用(9)式立即得出与定理条件相矛盾的结果•

证毕•

2 讨 论

从定理1和定理2可知,当模型参数满足第(Ⅰ 组和第(Ⅲ 组的部分条件时,可得到使种群弱平均持续生存和绝灭的毒素阈值为 $\lim_{t\to\infty}\inf\langle u(t)\rangle=hr_0(g+m)/(kr_1)$,而当 $g_1=k_1=0$ 时,由定理1和定理2可导出文[2] 中的相应结果•

[参 考 文 献]

[1] 何泽荣,马知恩. 污染与捕获对Logistic种群的影响[J]. 生物数学学报, 1997, **12**(3): 230—237.

[2] 马知恩,宋保军,Hallam T G. The threshold between persistence and extinction of a population in a polluted environment[J]. Bull Math Biol, 1989, **51**(3): 311—323.

[3] 马知恩. 种群生态学的数学建模与研究[M]. 合肥:安徽教育出版社, 1996.

[4] 陈兰荪. 数学生态学模型与研究方法[M]. 北京:科学出版社, 1988.

[5] 尤秉礼. 常微分方程补充教程[M]. 北京:人民教育出版社, 1981.

The Survival Analysis for Gallopin' s System in a Polluted Environment

HE Ze_rong[1], MA Zhi_en[2]

(1. Department of Computer Science, Sichuan Three Gorges College, Wanzhou, Chongqing 404000, P R China;

2. Department of Applied Mathematics, Xi' an Jiaotong University, Xi' an 710049, P R China

Abstract: The long_time behavior of the consumer population in a Gallopin' s system, located in a polluted environment, was studied. Firstly, a mathematical model, i. e., a nonlinear ordinary differential system, was made by taking a constant catch rate into account in model of MA Zhi_en. Secondly, using the extension theorem and the comparison theorem, the bound of the system was estimated. Then, the effect of the pollution on the consumer population was discussed by the use of calculus and qualitative theory of differential equation. Finally, some conditions for weak persistence in the mean and extinction are found out. The threshold between persistence and extinction can be established in some cases.

Key words: Gallopin' s system; consumer population; pollution; persistence; extinction