应用数学和力学, 第 21 卷 第 7 期(2000 年 7 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

文章编号: 1000_0887(2000) 07_0715_06

无限维关联系统的弦稳定性*

张继业[1], 杨翊仁[2], 曾 京[1]

(1. 西南交通大学 牵引动力国家重点实验室, 成都 610031; 2. 西南交通大学 应用力学研究所, 成都 610031)

(李继彬推荐)

摘要: 对一类无限维关联系统引入弦稳定概念• 系统弦稳定意谓着, 当关联系统的初始状态为有界时, 对任意时刻系统的状态也是有界的• 本文将向量 ***V*** 函数法推广到无限维系统中, 得到了关联系统渐近弦稳定的充分条件, 克服了以前的方法在处理非线性系统的稳定性问题上的困难, 扩大了系统稳定的参数范围•

关 键 词: 无限维; 关联系统; 向量 ***V*** 函数法; 弦稳定性
中图分类号: O317; TP13 文献标识码: A

引 言

在工业实际中, 许多系统的控制问题可化为关联系统进行研究• 对于关联系统的研究主要集中在供电系统的控制[1, 2], 分布参数系统的控制(如在地震时电缆的调节, 梁的振动控制等)[3,4] 以及在车辆跟随系统方面的应用[5~8]• 尽管对于有限维关联系统的稳定性进行了大量的研究并取得了有了许多有意义的结论[1,9~11], 但对于无限维关联系统的稳定性的概念直到 1971 年才在文[12] 中由 Chu 在考虑车辆跟随系统时引入• 粗略地讲, 关联系统的弦稳定性意味着所系统的状态一致有界• 例如在车辆跟随系统中, 跟踪的距离误差不会在从一辆车传到另一辆车时被放大, 梁上每一点的挠度在任意时刻都保持有界• 分布参数系统的稳定问题在进行空间离散后与关联系统的弦稳定问题有密切的关系•

最近, D. Swaroop 和 J. K. Hedrik 在文[13] 中进一步研究了一类无限维关联系统的弦稳定性, 得到了系统指数稳定的充分条件• 文[13] 所用方法基于 Liapunov 加权函数法, 这种方法在处理具有强耦合项的关联系统时比较困难[11], 对于无限维系统便是如此• 本文利用向量 ***V*** 函数法研究一类具有强非线性耦合项的无限维关联系统, 得到了系统弦稳定的充分条件, 解决了文[13] 不易解决问题, 为非线性控制系统的设计提供了新的途径•

1 基本定义与引理

我们使用以下记号: $\|f\|$ 表示 f 的 Euclidean 范数, $\|f_i(\cdot)\|_\infty$ 或简单地 $\|f_1\|_\infty$ 表示

---

* 收稿日期: 1998_07_24; 修订日期: 2000_04_16
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59935100)
作者简介: 张继业(1965~), 副教授, 博士, 研究方向: 稳定性理论, 流固耦合振动, 车辆动力学.

$\sup_{t\geq 0}\|f_i(t)\|$, $\|f_i(0)\|_\infty$ 表示 $\sup_i\|f_i(0)\|$。考虑以下关联系统：

$$\dot{x}_i = f_i(x_i, x_{i-1}, \cdots, x_{i-r+1}), \tag{1}$$

其中 $i\in N$, $x_{i-j}=0$, $\forall i\leqslant j$, $x\in R^n$, $f: R^n\times R^n\times\cdots\times R^n\to R^n$, N 为自然数, $n\in N$, 且 $f_i(0,\cdots,0)=0$。假设系统(1)满足解的存在唯一条件。

定义1 系统(1)的原点 $x_i=0(i\in N)$ 是弦稳定的, 如果对于任意给定 $\varepsilon>0$, 存在 $\delta>0$ 使得 $\|x_i(0)\|_\infty<\delta\Rightarrow\sup_i\|x_i(\cdot)\|_\infty<\varepsilon$。

定义2 系统(1)的原点 $x_i=0(i\in N)$ 是渐近(指数的)弦稳定的, 如果原点是弦稳定的并且 $x_i(t)\to 0$(当 $t\to\infty$)(指数的)。

定义3 系统(1)的原点 $x_i=0(i\in N)$ 是弦不稳定的, 如果存在 $\varepsilon>0$, 对于任意 $\delta>0$, 使得 $\|x_i(0)\|_\infty<\delta\Rightarrow\sup_i\|x_i(\cdot)\|_\infty>\varepsilon$。

当系统(1)为有限维时, 弦稳定(渐近弦稳定)概念等价于 Liapunov 稳定(渐近稳定)。无限维关联系统弦稳定性的研究有其特殊的困难性, 例如系统 $\dot{x}_i=-(1/i)x_i+x_i^3$, $i=1,2,\cdots$, 由定义知, 此系统为弦不稳定的。但是, 如果 $i\leqslant M$, 不管 M 有多大, 系统的零解是 Liapunov 渐近稳定的。

引理1 设 $v_i(t)\geqslant 0(\forall t\geqslant 0, i\in N)$, 如果

$$\dot{v}_i\leqslant g_i(v_i, v_{i-1}, \cdots, v_1)\Big(-\beta_{i0}v_i^{m_{ii}}+\sum_{j=1}^{\infty}\beta_{ij}v_{i-j}^{m_{ij}}\Big)\quad(i=1,2,\cdots), \tag{2}$$

其中, 当 $v_k(1\leqslant k\leqslant i)$ 不全零时 $g_i(\cdot)>0$, $\beta_{i0}>0$, $\beta_{ij}>0$, $\beta_{ij}=0$(当 $j\geqslant i$ 时), $m_{ii}\leqslant m_{ij}$, $j=1,2,\cdots$。若存在一点 $v=(v_{10}, v_{20}, \cdots)$ 使

$$-\beta_{i0}v_{i0}^{m_{ii}}+\sum_{j=1}^{\infty}\beta_{ij}v_{i-j,0}^{m_{ij}}<0\quad(i=1,2,\cdots), \tag{3}$$

且 $\inf\{v_{i0}\}=\alpha>0$, $\sup_i\{v_{i0}\}=\beta$, 则对任意给定正数 $\varepsilon>0$, 存在 $\delta>0$, 使得 $\|v_i(0)\|_\infty<\delta\Rightarrow\sup_i\|v_i\|_\infty<\varepsilon$, 且当 $t\to+\infty$ 时, 有 $v_i(t)\to 0$。

证明 对任意给定 $\varepsilon>0$, 取线段 γ: $v_i=\tau v_{i0}$, $0<\tau\leqslant 1$。由于不等式(3)成立, 且 $m_{ii}\leqslant m_{ij}$, $i,j=1,2,\cdots$, 则在线段 γ 上, 有 $\dot{v}_i<0$, $i=1,2,\cdots$, 取充分小的 τ_0, 使 $\max\{\beta,\tau_0\}<\varepsilon$, 取 $\delta=\min\{\alpha,\tau_0\}$。令 $a=(\tau_0 v_{10}, \tau_0 v_{20}, \cdots)$, 称 $B_a=\{u\mid 0\leqslant u_i\leqslant\tau_0 v_{i0}, i=1,2,\cdots\}$ 为以 a 为顶点的箱体, 称 $f_a^i=\{u\in\partial B_a\mid u=\tau_0 v_0, u\leqslant\tau_0 v_0(j\neq i, j=1,2,\cdots)\}$ 为箱面。设初始状态 $\|v_i(0)\|_\infty<\delta$, 对任意正整数 k, 当 $1\leqslant i\leqslant k$ 时, 考虑不等式(2)。设存在时刻 $t_1>0$, 使满足不等式(2)的轨线在时刻 $t=t_1$ 时到达某一箱面 f_a^i, 这说明在此时刻 $\dot{v}_i\geqslant 0$。设轨线与箱面的交点为 $v^*=(v_k^*, v_{k-1}^*, \cdots, v_1^*)$, 则在交点处有

$$\dot{v}_i\leqslant g(v^*)\Big(-\beta_{i0}(\tau_0 v_{i0})^{m_{ii}}+\sum_{j=1}^{\infty}\beta_{ij}(v_{i-j}^*)^{m_{ij}}\Big)\leqslant$$

$$g_i(v^*)\Big(-\beta_{i0}(\tau_0 v_{i0})^{m_{ii}}+\sum_{j=1}^{\infty}\beta_{ij}(\tau_0 v_{i-j,0})^{m_{ij}}<0,$$

这与 $\dot{v}_i(t_1)\geqslant 0$ 矛盾。故轨线不能到达箱面。由 k 的任意性知 $\sup_i\|v_i\|_\infty<\delta<\varepsilon$。

将式(2)中 v 换成 u, 不等号换成等号, 即得比较方程

$$\dot{u}_i=g_i(u_i, u_{i-1}, \cdots, u_1)\Big(-\beta_{i0}u_i^{m_{ii}}+\sum_{j=1}^{\infty}\beta_{ij}u_{i-j}^{m_{ij}}\Big)\quad(i=1,2,\cdots,k), \tag{4}$$

显然, 在线段 γ 上, 有 $\dot{u}_i<0$, $1\leqslant i\leqslant k$, 由文[9]~[11]知, 系统(4)的零解为渐近稳定的, 由

比较原理及 k 的任意性知, 对系统(2) 有 $v_i(t) \to 0, (t \to \infty), i \in N$•

2 无限维关联系统的弦稳定性

定理 1 对于系统(1), 如果以下条件满足

1) $\| f_i(y_1, \cdots, y_r) - f_i(z_1, \cdots, z_r) \| \leqslant l_{i1} \| y_1 - z_1 \|^{m_{i1}} + \cdots + l_{ir} \| y_r - z_r \|^{m_{ir}}$, (5)

2) 设系统 $\dot{x}_i = f_i(x_i, 0, 0, \cdots, 0)$ 的原点为渐近稳定, 即存在 Liapunov 函数 $v_i(x_i)$ 使

$$\alpha_{il} \| x_i \|^{2n_i} \leqslant v_i(x_i) \leqslant \alpha_{ih} \| x_i \|^{2n_i}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} f_i(x_i, 0, \cdots, 0) \leqslant - \alpha_{i1} \| x_i \|^{2n_i}, \tag{7}$$

$$\left\| \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\| \leqslant \alpha_{i3} \| x_i \|^{n_i}, \tag{8}$$

$$\inf_i \{ \alpha_{il} \} \geqslant \alpha > 0, \ \sup_i \{ \alpha_{ih} \} \leqslant \beta, \ \inf_i \{ n_i \} = N, \ \sup_i \{ n_i \} = M,$$

3) $$- \alpha_{i1} \left(\frac{1}{\alpha_{ih}} \right)^{\frac{1}{2}} + \alpha_{i3} \sum_{i=2}^{r} l_{i,\, i-j+1} \left(\frac{1}{\alpha_{i-j+1}} \right)^{\frac{m_{i,\, i-j+1}}{n_{i-j+1}}} < 0,$$

$$n_{i-j+1} \leqslant 2m_{i,\, i-j+1} \quad (i = 1, 2, \cdots), \tag{9}$$

则系统(1) 的零解为渐近弦稳定的•

证明 为了方便, 用 v_i 表示$v_i(x_i)$

$$\begin{aligned}
\dot{v}_i = {} & \frac{\partial v_i}{\partial x_i} f_i(x_i, \cdots, x_{i-r+1}) = \\
& \frac{\partial v_i}{\partial x_i} f_i(x_i, 0, \cdots, 0) + \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \{ x_i, \cdots, x_{i-r+1}) - f_i(x_i, 0, \cdots, 0) \} \leqslant \\
& - \alpha_{i1} \| x_i \|^{2n_i} + \alpha_{i3} \| x_i \|^{n_i} (\sum_{j=2}^{r} l_{i,\, i-j+1} \| x_{i-j+1} \|^{m_{i,\, i-j+1}}) = \\
& \| x_i \|^{n_i} (- \alpha_{i1} \| x_i \|^{n_i} + \alpha_{i3} (\sum_{j=2}^{r} l_{i,\, i-j+1} \| x_{i-j+1} \|^{m_{i,\, i-j+1}})) \leqslant \\
& \left(\frac{v_i}{\alpha_{ih}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(- \alpha_{i1} \left(\frac{v_i}{\alpha_{ih}} \right)^{\frac{1}{2}} + \alpha_{13} \sum_{j=2}^{r} l_{i,\, i-j+1} \left(\frac{v_{i-j+1}}{\alpha_{i,\, i-j+1}} \right)^{\frac{m_{i,\, i-j+1}}{n_i}} \right) \text{•}
\end{aligned} \tag{10}$$

当 $- \alpha_{i1} \| x_i \|^{n_i} + \alpha_{i3} \sum_{j=2}^{r} l_{i,\, i-j+1} \| x_{i-j+1} \|^{m_{i,\, i-j+1}} \leqslant 0$ 时, 取(10) 式• 反之将(10) 式首项中 α_{ih} 改为 α_{il}• 由于(9) 式成立, 故当 $v = (1, 1, 1, \cdots)$ 时, (10) 式小于零• 对任意给定 $\varepsilon > 0$, 取 $\varepsilon_1 = \alpha \cdot \varepsilon^{2M}$, 对于 ε_1, 存在 $\delta_1 > 0$, 由引理 1 知, 当 $\| v_i(0) \|_\infty < \delta_1$ 时, 有 $\| v_i(t) \|_\infty < \varepsilon_1$, 取 $\delta = \min \left\{ 1, \left(\frac{\delta_1}{\beta} \right)^{\frac{1}{2N}} \right\}$, 可以证明此时, 当 $\| x_i(0) \|_\infty < \delta$ 时, 有 $\| x_i(t) \|_\infty < \varepsilon$• 又由引理 1 知, 当 $t \to + \infty$ 时, $v_i(t) \to 0$, 由定理条件知, 当 $t \to + \infty$ 时, $x_i(t) \to 0$• 故系统(1) 的零解为渐近弦稳定的• 证毕•

推论 1 对于系统(1), 若满足以下条件

1) $\| f_i(y_1, \cdots, y_r) - f_i(z_1, \cdots, z_r) \| \leqslant l_1 \| y_1 - z_1 \| + \cdots + l_r \| y_r - z_r \|$,

2) 对于 $\dot{x}_i = f_i(x_i, 0, 0, \cdots, 0)$ 的原点为渐近稳定, 即存在 Liapunov 函数 $v_i(x_i)$ 使

$$\alpha_i \| x_i \|^2 \leqslant v_i(x_i) \leqslant \alpha_h \| x_i \|^2,$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} f_i(x_i, 0, \cdots, 0) \leqslant -\alpha_i \|x_i\|^2,$$

$$\left\|\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\right\| \leqslant \alpha_3 \|x_i\|,$$

3) $-\alpha_1\left(\frac{1}{\alpha_l}\right)^{\frac{1}{2}} + \alpha_3 \sum_{j=2}^{r} l_j \left(\frac{1}{\alpha_h}\right)^{\frac{1}{2}} < 0 \quad (i = 1, 2, \cdots,),$

则系统(1)的零解为渐近弦稳定的•

推论 1 有条件与文[13]的条件相同，但所得结论的参数范围比文[13]宽• 文[13]用于判定弦稳定性的方法实质上是加权 Liapunov 函数法，但是这种方法在处理非线性问题时比较困难• 一般地，用文[13]的处理方法不能处理本文定理 1 中的情况•

很容易将定理 1 推广到非自治关联系统，考虑以下系统

$$\dot{x}_i = f_i(x_i, x_{i-1}, \cdots, x_{i-r+1}, t), \tag{11}$$

其中 $i \in N$, $x_{i-j} = 0$, $\forall i \leqslant j$, $x \in R^n$, $f: R^n \times R^n \times \cdots \times r^n \times R \rightarrow R^n$, N 为自然数, $n \in N$, 且 $f_i(0, \cdots, 0, t) = 0$• 用与定理 1 类似的方法, 可以得到以下结论•

定理 2 对于系统(11), 如果满足以下条件

1) $\|f_i(y_1, \cdots, y_r, t) - f_i(z_1, -, z_r, t)\| \leqslant l_{i1}\|y_1 - z_1\|^{m_{i1}} + \cdots + l_{ir}\|y_r - z_r\|^{m_{ir}},$ (12)

2) 对于 $\dot{x}_i = f_i(x_i, 0, 0, \cdots, 0, t)$ 的原点为渐近稳定, 即存在 Liapunov 函数 $v_i(x_i, t)$ 使

$$\alpha_{il}\|x_i\|^{2n_i} \leqslant v_i(x_i, t) \leqslant \alpha_{ih}\|x_i\|^{2n_i}, \tag{13}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x_i} f_i(x_i, 0, \cdots, 0, t) \leqslant -\alpha_{i1}\|x_i\|^{2n_i}, \tag{14}$$

$$\left\|\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\right\| \leqslant \alpha_{i3}\|x_i\|^{n_i},$$

$$\inf_i\{\alpha_{il}\} \geqslant \alpha > 0, \quad \sup_i\{\alpha_{ih}\} \leqslant \beta, \quad \inf_i\{n_i\} = N, \quad \sup_i\{n_i\} = M$$

$$(i = 1, 2, \cdots; j = i, i-1, \cdots, i-r+1),$$

3) $-\alpha_{i1}\left(\frac{1}{\alpha_{ih}}\right)^{\frac{1}{2}} + \alpha_{i3}\sum_{j=2}^{r} l_{i,i-j+1}\left(\frac{1}{\alpha_{i-j+1}}\right)^{\frac{m_{i,i-j+1}}{n_{i-j+1}}} < 0,\ n_{i-j+1} \leqslant 2m_{i,i-j+1},$

则系统(11)的零解为渐近弦稳定的•

下面考虑一类产生于车辆跟随系统中的关联系统

$$\dot{x}_i = f_i(x_i, x_{i-1}, \dot{x}_{i-1}) \qquad (i = 1, 2, \cdots), \tag{15}$$

其中 $i \in N$, $x_{i-j} = 0$, $\forall i < j$, $x \in R^n$, $f: R^n \times R^n \times R^n \rightarrow R^n$, N 为自然数, $n \in N$, 且 $f_i(0, 0, 0) = 0$•

定理 3 对于系统(15), 若满足以下条件

1) $\|f_i(y_1, y_2, y_3) - f_i(z_1, z_2, z_3)\| \leqslant l_1\|y_1 - z_1\|^m + l_2\|y_2 - z_2\|^m + d\|y_3 - z_3\|,$ (16)

2) 对于系统 $\dot{x}_i = f_i(x_i, 0, 0)$, 存在 Liapunov 函数 $v_i(x_i)$ 使

$$\alpha_l\|x_i\|^{2n} \leqslant v_i(x_i) \leqslant \alpha_h\|x_i\|^{2n},$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} f_i(x_i, 0, 0) \leqslant -\alpha_3\|x_i\|^{2n},$$

$$\left\|\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\right\| \leqslant \alpha_4\|x_i\|^n,$$

3) $-\alpha_3\cdot\alpha_l^{-0.5}+\alpha_4(l_2+dl_1)(1-d)^{-1}\alpha_h^{m/n}<0$ 且 $d<1,\ n\leqslant 2m$, (17)

则系统(15)的零解为渐近弦稳定的.

证明　由不等式(16)得

$$\begin{aligned}\|\dot{x}_i\| &= \|f_i(x_i,x_{i-1},\dot{x}_{i-1})-f_i(0,0,0)\|\leqslant\\ &l_1\|x_i\|^m+l_2\|x_{i-1}\|^m+d\|\dot{x}_{i-1}\|\leqslant\\ &l_1\|x_i\|^m+(l_2+dl_1)(\|x_{i-1}\|^m+d\|x_{i-2}\|^m+\cdots+d^{i-2}\|x_i\|,\end{aligned}$$

令 $v(x_i)=v_i$, 对于系统(15)有

$$\begin{aligned}\dot{v}_i=&\frac{\partial v_i}{\partial x_i}f_i(x_i,x_{i-1},\dot{x}_{i-1})=\frac{\partial v_i}{\partial x_i}f_i(x_i,0,0)+\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\Big\{f_i(x_i,x_{i-1},\dot{x}_{i-1})-\\ &f_i(x_i,0,0)\Big\}\leqslant-\alpha_3\|x_i\|^{2n_i}+\alpha_4\|x_i\|^{n_i}(l_2\|x_{i-1}\|^m+d\|\dot{x}_{i-1}\|)\leqslant\\ &\|x_i\|^n(-\alpha_3\|x_i\|^n+\alpha_4(l_2+dl_2)(\|x_{i-1}\|^m+d\|x_{i-2}\|^m+\cdots+\\ &d^{i-2}\|x_1\|^m))\leqslant\left(\frac{v_i}{\alpha_h}\right)^{\frac12}\left\{-\alpha_3\left(\frac{v_i}{\alpha_h}\right)^{\frac12}+\alpha_4(l_2+dl_1)\left(\frac{1}{\alpha_l}\right)^{m/n}\Big(v_{i-1}^{m/n}+\right.\\ &\left.d\cdot v_{i-2}^{m/n}+\cdots+d^{i-2}\cdot v_1^{m/n}\Big)\right\},\end{aligned}\tag{18}$$

当 $-\alpha_3\|x_i\|^n+\alpha_4(l_2+dl_1)(\|x_{i-1}\|^m+d\|x_{i-2}\|^m+\cdots+d^{i-2}\|x_i\|^m)\leqslant 0$ 时, 取式(18), 否则, 将(18)式首项中 α_h 改为 α_l. 用处理定理1相似的方法可知, 当式(17)成立时, 系统(15)的零解为渐近弦稳定.

致谢　感谢舒仲周教授的指导!

[参　考　文　献]

[1] Siljak D D. Large_Scale Dynamic Systems Stability and Structure[M]. Amstrerdam: North_Holland, 1978.

[2] Davison E J, Tripathi N. The optimal decentralized control of a large power system: Load and frequence control[J], IEEE Trans Automat Control, 1978, **23**(2): 312~325.

[3] Ei_Sayed M L, Krishnaprasad P S. Homogenous interconnected systems: A example[J]. IEEE Trans Automat Control, 1981, **26**(4): 894~901.

[4] Ozguner U, Barbieri E, Decentralized control of a class of distributed parameter systems[A]. In: Proc IEEE Conf Decision Contr[C]. Dec, 1985, 932~935.

[5] Melzer S M, Kuo B C. Optimal regulation of systems described by a countably infinite number of objects[J]. Automatica, 1971, **7**: 359~366.

[6] Levine J, Athans M. On the optimal error regulation of a string of moving vehicles[J]. IEEE Trans Automat Control, 1966, **11**(11): 355~361.

[7] Barbieri E. Stability analysis of a class of interconnected systems[J]. Journal of Dynamic System Measurements Control, 1993, **115**(3): 546~551.

[8] Caudill R E, Garrard W L. Vehicle follower longitudinal control for automated transit vehicles[J]. Journal of Dynamic System Measurements Control, 1977, **99**(4): 241~248.

[9] 舒仲周. 比较方程的稳定性[J]. 数学年刊, 1986, **7**(6): 676~684.

[10] 舒仲周. 大系统渐近稳定的一般判定定理[J]. 系统科学与数学, 1990, **10**(1): 93~96.

[11] 张继业, 舒仲周. 大系统渐近稳定的向量V函数法[J]. 控制理论与应用, 1996, **13**(3): 386~390.

[12] Chu K C. Decentralized control of high speed vehicle strings[J]. Transportation Res, 1974, 362~

383.

[13] Swaroop D, Hedrick J K. String stability of interconnected systems[J]. IEEE Trans Automat Control, 1996, **41**(3): 349~357.

String Stability of Infinite Interconnected Systems

Zhang Jiye[1], Yang Yiren[2], Zeng Jing[1]

(1. National Traction Power Laboratory, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, P R China;
2. Institute of Applied Mechanics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, P R China)

Abstract: The notion of string stability of a countably infinite interconnection of a class of nonlinear system was introduced. Intuitively, string stability implies uniform boundedness of all the states of the interconnected system for all time if the initial states of the interconnected system are uniformly bounded. Vector $\boldsymbol{V}$_function method used to judge the stability is generalized for infinite interconnected system and sufficient conditions which guarantee the asymptotic string stability of a class of interconnected system are given. The stability regions obtained here are much larger than those in previous papers. The method given here overcomes some difficulties to deal with stability of infinite nonlinear interconnected system in previous papers.

Key words: infinite_dimension; interconnected system; vector $\boldsymbol{V}$_function method; string stability