

文章编号: 1000-0887(2000) 02_0192_09

均布载荷作用下夹层圆板的非线性振动^{*}

杜国君, 李慧剑

(燕山大学 土木工程与力学系, 河北 秦皇岛 066004)

(刘人怀推荐)

摘要: 给出了均布载荷作用下夹层圆板的大幅度振动方程。按假设的时间模态导出了该问题的非线性耦合的代数 and 微分特征方程组, 并利用修正迭代法求出了该方程组的近似解析解, 得到了周边固定夹层圆板振动的幅频-载荷特征关系。讨论了载荷对非线性振动性态的影响。

关键词: 夹层圆板; 均布载荷; 非线性; 幅频-载荷特征关系

中图分类号: O327; O343.5 文献标识码: A

前 言

对于夹层板壳的大挠度问题, 由于数学上非线性的困难而仅有少数人进行过研究。刘人怀等在这方面作了许多工作, 得到了一系列有实际意义的结果^[1~5], 本文作者对夹层板的大幅度振动问题做过初步探讨^[6,7]。然而, 静载荷对夹层板壳振动性态的影响却很少有人加以讨论, 在一些工程实际问题中这一点是不可忽略的。周又和^[8]讨论了中心集中力作用下圆薄板的微幅自由振动问题, 基于空间、时间模态假设, 利用 Galerkin 法获得了最低固有频率-载荷特征关系。王晋莹^[9]等研究了具有初挠度柔韧圆板的非线性振动问题, 基于空间模态假设, 利用 Galerkin 法导出了时间模态的控制方程, 最后利用 Lindstedt-Poincare 摄动法求出了非线性振动的周期解, 但文中忽略了静载荷作用下的薄膜力, 因此这项研究工作并不完善。

本文采用一种解析法来研究静载荷作用下夹层圆板非线性振动问题。静力平衡问题采用精确解。基于时间模态假设和变分法, 将挠度和应力函数设为时间和空间函数的分离形式, 时间函数取谐函数, 空间函数未知。所假设的振动模态包含两个未知的内禀量, 即振频和一个由于静变形而使板具有不对称刚度特性的非线性振子的“漂移”的小量^[10,11], 这两个量均与载荷、边界条件和振幅有关。将假定的模态函数代入本问题的变分方程, 导出空间模态的控制方程和求解“漂移”的代数方程。按修正迭代法求出空间模态的渐近表达式, 导出了均布载荷作用下夹层圆板的幅频-载荷特征关系式, 给出了数值结果。讨论了静载荷对非线性振频及“漂移”的影响, 本文的解法可推广应用于环板和壳体问题的研究。

1 基本方程

根据文[1], 均布载荷作用下夹层圆板的量纲一化的非线性静平衡方程为

* 收稿日期: 1998_10_06; 修订日期: 1999_09_22

作者简介: 杜国君(1961~), 男, 黑龙江人, 副教授, 硕士。

$$L(\rho(KS_r^0 + 1)\phi^0) - S_r^0\phi^0 - P_0\rho = 0, \tag{1}$$

$$L(\rho^2 S_r^0) + (\phi^0)^2/\rho = 0, \tag{2}$$

这里量纲为一的量为

$$\left. \begin{aligned} \rho &= r/a, \quad W^0 = \sqrt{2(1-\nu^2)}w^0/h_0, \quad \phi^0 = W_{,\rho}^0, \\ S_r^0 &= \frac{2h_1a^2}{D}\sigma_r^0, \quad S_\theta^0 = \frac{2h_1a^2}{D}\sigma_\theta^0, \quad K = \frac{D}{G_2h_0a^2}, \quad P_0 = \frac{\sqrt{2(1-\nu^2)}}{2h_0D}q_0, \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

其中, a 为夹层圆板半径, r 为径向坐标, h_1 为表板厚度, h_0 为上下表板中面间距离, D 为夹层板抗弯刚度, q_0 为均布载荷集度, 详见文[1], 且有 $L(\dots) = ((\dots), \rho/\rho)$, $\rho \bullet$ 固定边界条件为

$$\rho = 1: W^0 = 0, (KS_r^0 + 1)\phi^0 + KP_0 = 0, (\mathcal{B}_r^0)_{,\rho} - \mathcal{B}_r^0 = 0, \tag{4}$$

$$\rho = 0: (KS_r^0 + 1)\phi^0 = 0, S_r^0 < \infty \tag{5}$$

在静平衡构形基础上, 考虑其大幅度自由振动, 其运动微分方程的变分形式可由 Hamilton 原理导出为^[6]

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^a (rmw_{,tt} - 2h_1(r\sigma_r w_{,r})_{,r} - G_2h_0(r(\psi + w_{,r}))_{,r}) \delta w \bullet 2\pi dr dt = 0, \tag{6}$$

$$D((r\psi)_{,r}/r)_{,r} - G_2h_0(\psi + w_{,r}) = 0 \tag{7}$$

应变协调方程为

$$((r^2\sigma_r)_{,r}/r)_{,r} + Ew_{,r}^2/2r = 0 \tag{8}$$

设夹层圆板在静载荷 P_0 作用下产生挠度 w_0 , 在此基础上考虑其自由振动, 动挠度为 w , 则总挠度 w 可写为

$$w = w_0 + w, \tag{9}$$

相应地有

$$\sigma_r = \sigma_r^0 + \sigma_r, \tag{10}$$

$$\psi = \psi_0 + \psi \tag{11}$$

将(9)~(11)代入(6)~(8), 并设其解为^[10, 11]

$$\left. \begin{aligned} w &= W(r)(\xi + \cos \omega t), \quad \psi = \phi(r)(\xi + \cos \omega t), \\ \sigma_r &= S(r)(\xi + \cos \omega t) + T(r)(\xi + \cos \omega t)^2, \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

其中 ξ 是一个未知量, 它表征由于静载荷作用产生非线性弯曲变形导致板拉压刚度不对称的非线性振子“漂移”的大小, ω 是静平衡构形附近大幅度振动的量纲为一的振频, $W(r)$ 、 $\phi(r)$ 、 $S(r)$ 、 $T(r)$ 是未知的空间函数。经一系列数学推导可得

$$(L^2 + K\omega^2L - \omega^2)W = -KL^*(f(\rho)) + f_{,\rho}(\rho)/\rho, \tag{13}$$

$$a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 + a_3\xi^3 = 0, \tag{14}$$

其中

$$L(\dots) = (\rho(\dots), \rho)/\rho, \quad L^* = (\rho((\dots), \rho/\rho), \rho)/\rho,$$

$$f(\rho) = \mathcal{B}_r^0 W_{,\rho} + \mathcal{B} W_{,\rho}^0 + f_1(\xi)\rho(W_{,\rho}^0 T + W_{,\rho} S) + f_2(\xi)\rho W_{,\rho} T,$$

$$f_1(\xi) = \frac{2\xi^3 + 3\xi}{2\xi^2 + 1}, f_2(\xi) = \frac{8\xi^4 + 24\xi^2 + 3}{8\xi^2 + 4},$$

以及

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= - \int_0^1 (\rho W_{,\rho}^0 T + \rho W_{,\rho} S), \rho W d\rho, \\ a_1 &= - \int_0^1 \left[\rho L^2(W) - \left(\rho V_{,r}^0 W_{,\rho} + \rho S W_{,\rho} + \frac{3}{2} \rho T W_{,\rho} \right) \right], W d\rho + \\ &\quad \int_0^1 K(\rho(f(\rho)), \rho/\rho), \rho W d\rho + \frac{K\omega^2}{2\xi^2 + 1} \int_0^1 (\rho W_{,\rho}), \rho W d\rho, \\ a_2 &= 2a_0, \\ a_3 &= - \int_0^1 (\rho T W_{,\rho}), \rho W d\rho \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

协调方程为

$$L(\rho^2 S) = \frac{-2\beta W_{,\rho}^0 W_{,\rho}}{\rho}, \quad (16)$$

$$L(\rho^2 T) = \frac{-\beta W_{,\rho}^2}{\rho}. \quad (17)$$

固定边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \rho = 1: W = 0, K\omega^2 \frac{1}{\rho} \int_0^1 \rho W d\rho + K(S_r^0 \phi + S\phi) + \phi = 0, \\ (\rho S)_{,\rho} - \rho S = 0, (\rho T)_{,\rho} - \rho T = 0; \\ \rho = 0: W = W_0, K\omega^2 \frac{1}{\rho} \int_0^1 \rho W d\rho + K(S_r^0 \phi + S\phi) + \phi = 0, \\ S < \infty, T < \infty, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho = 0: W = W_0, K\omega^2 \frac{1}{\rho} \int_0^1 \rho W d\rho + K(S_r^0 \phi + S\phi) + \phi = 0, \\ S < \infty, T < \infty, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

其中 $W_0 = W(\rho)|_{\rho=0}$, 且有

$$W_m^+ = W_0(1 + \xi), W_m^- = W_0(1 - \xi),$$

W_m^+ 、 W_m^- 分别称为静载作用下夹层板的正、负振幅。

以上诸式中量纲为一的量为

$$\left. \begin{aligned} \rho = \frac{r}{a}, \phi = W_{,\rho}, W = \frac{W}{h_0}, W^0 = \frac{w^0}{h_0}, \omega = \omega \left[\frac{ma^4}{D} \right]^{1/2}, \\ T = \frac{h_1 a^2 T}{D}, S = \frac{h_1 a^2 S}{D}, S_r^0 = \frac{h_1 a^2 \sigma_r^0}{D}, K = \frac{D}{G_2 h_0 a^2}, \beta = 2(1 - \nu^2). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

比较(3)、(20)两式有

$$W^0 = W^0 / \sqrt{2(1 - \nu^2)}, S_r^0 = \frac{S_r^0}{2}. \quad (21)$$

2 问题的解析解

据文[2]可得到本问题的精确静态解

$$S_r^0 = \sum_{i=0}^{\infty} a_{2i} \rho^{2i}, \quad (22)$$

$$\phi^0 = \sum_{i=0}^{\infty} b_{2i+1} \rho^{2i+1}, \quad (23)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} a_{2i} &= -\frac{1}{4i(i+1)} \sum_{m=0}^{i-1} b_{2m+1} b_{2i-2m-1}, \quad (i = 1, 2, \dots), \\ b_{2i+1} &= \frac{1}{Ka_0+1} \left[\frac{1}{4i(i+1)} \sum_{m=0}^{i-1} a_{2m} b_{2i-2m-1} - K \sum_{m=1}^i a_{2m} b_{2i-2m+1} \right], \\ b_3 &= \frac{1}{8(Ka_0+1)} ((a_0 - 8Ka_2) b_1 + P). \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

将(13)、(14)代入边界条件,再与(15)联立可得到确定 a_0 、 b_1 的非线性代数方程组,由此求出不同 P 值及边界条件下的 a_0 、 b_1 值,具体过程见文[2]。

下面采用修正迭代法求解边值问题(6)~(8)、(10)、(11),在一阶近似中,略去(6)中非线性项和与静变形有关项,并取 $\xi = 0$ 有

$$(L^2 + K\omega_0^2 L - \omega_0^2) W_1 = 0, \quad (25)$$

$$L(\rho^2 S_1) = -2\beta W_1^0 \rho W_1, \rho/\rho, \quad (26)$$

$$L(\rho^2 T_1) = -\beta W_1^0 \rho/\rho, \quad (27)$$

固定边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \rho = 1: W_1 = 0, K\omega_0^2 \frac{1}{\rho} \int_0^{\rho} \rho W_1 d\rho + \phi_1 = 0, \\ (\rho S_1)_{\rho=1} = 0, (\rho T_1)_{\rho=1} = 0; \end{aligned} \right\} \quad (28a \sim d)$$

$$\rho = 0: W_1 = W_0, K\omega_0^2 \frac{1}{\rho} \int_0^{\rho} \rho W_1 d\rho + \phi_1 = 0, S_1 < \infty, T_1 < \infty \quad (29a \sim d)$$

方程(25)的解可设为

$$W_1 = W_0 \sum_{j=0}^{\infty} A_j^{(1)} \rho^j, \quad (30)$$

其中

$$A_j^{(1)} = \mu_1 \frac{\omega_0^{2j}}{2^{2j}(j!)^2 c^j} + \mu_2 \frac{(-1)^j c^j}{2^{2j}(j!)^2},$$

$$c = \omega_0^2 (K + \sqrt{K^2 + 4/\omega_0^2})/2,$$

式中 μ_1 、 μ_2 为待定系数,应由板的边界条件确定。将(30)代入(28a, b)、(29a)可得到

$$A\mu = 0, \quad (31)$$

其中

$$\mu = [\mu_1, \mu_2, 1]^T,$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{01} & a_{02} & -1 \\ a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \end{bmatrix}.$$

矩阵 A 中各元素表达式略。由于 μ 为非零向量,故 A 的行列式等于零,即

$$\det A = 0. \quad (32)$$

由(32)式解出 ω_0 ,于是得到了 $a_j (i = 0, 1, 2; j = 1, 2)$ 的值,再由(32)式可确定 μ_1 、 μ_2 ,因此 W_1 就确定了。为求 S_1 、 T_1 ,将(30)代入(26)、(27)直接积分方程,并利用边界条件(28c, d)、(29c, d)可得到

$$S^{(1)} = W_0 \sum_{j=0}^{\infty} B_j^{(1)} \rho^{2j}, \quad (33)$$

$$T^{(1)} = W_0^2 \sum_{j=0}^{\infty} C_j^{(1)} \rho^{2j}, \quad (34)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} B_j^{(1)} &= -\frac{\beta}{j(j+1)} \sum_{i=0}^j (j-1) b_{2i+1} A_{j-i}^{(1)}, & j = 1, 2, \dots, \\ B_0^{(1)} &= -\sum_{j=1}^{\infty} \frac{\eta(2j+1) - \nu}{\eta - \nu} B_j^{(1)}, \\ C_j^{(1)} &= -\frac{\beta}{j(j+1)} \sum_{i=0}^j i(j-1) A_i^{(1)} A_{j-i}^{(1)}, & j = 1, 2, \dots, \\ C_0^{(1)} &= -\sum_{j=1}^{\infty} \frac{\eta(2j+1) - \nu}{\eta - \nu} C_j^{(1)}. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

下面求 a_0, a_1, a_2, a_3 , 为此将(30)、(33)、(34) 代入(14) 得

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \varphi_1 W_0^3, \\ a_1 &= \varphi_2 W_0 + \varphi_3 W_0^2 + \varphi_4 W_0^3 + \frac{3}{2} \varphi_5 W_0^4, \\ a_2 &= 2 \varphi_1 W_0^3, \quad a_3 = \varphi_5 W_0^4, \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= -\sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=0}^j \frac{2i}{2j+1} A_i^{(1)} (E_{j-i} + F_{j-i}), \\ \varphi_2 &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=0}^j \frac{8(j-i+1)^2(j-i+2)K}{2(j+1)} A_i^{(1)} (H_{j-i+1} + I_{j-i+1}), \\ \varphi_3 &= -\sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=0}^j 16(j+2)^2(j+1) A_{i+2}^{(1)} A_{j-i}^{(1)} + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=0}^j \frac{4i}{2j+1} A_i^{(1)} (H_{j-i} + I_{j-i}) + \\ &\quad \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=0}^j \frac{8(j-i+1)^2(j-i+2)K}{2(j+1)} A_i^{(1)} f_1(\xi) (E_{j-i+1} + F_{j-i+1}) + \\ &\quad \frac{K\omega^2}{2\xi^2+1} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=0}^j \frac{2i^2}{j+1} A_i^{(1)} A_{j-i+1}^{(1)}, \\ \varphi_4 &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=0}^j \frac{8(j-i+1)^2(j-i+2)K}{2(j+1)} f_2(\xi) A_i^{(1)} G_{j-i+1}, \\ \varphi_5 &= -\sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=0}^j \frac{4}{j+1} C_{j-i}^{(1)} G_i, \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

且有

$$\left. \begin{aligned} E_j &= \sum_{k=0}^j b_{2k+1} C_{j-k}^{(1)}, \quad F_j = \sum_{k=1}^{j+1} 2k A_k^{(1)} B_{j-k+1}^{(1)}, \\ H_j &= \sum_{k=0}^{j+1} 2(j-k+1) a_{2k} A_{j-k+1}^{(1)}, \quad I_j = \sum_{k=0}^j b_{2k+1} B_{j-k}^{(1)}, \\ G_j &= \sum_{k=1}^{j+1} k(j-k+1) A_k^{(1)} F_{j-k+1}, \quad j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

于是(14)可化为

$$\varphi_1 W_0^2 + (\varphi_2 + \varphi_3 W_0 + \varphi_4 W_0^2 + 1.5 \varphi_5 W_0^3) \xi + 2 \varphi_1 W_0^2 \xi^2 + \varphi_5 W_0^2 \xi^3 = 0, \tag{39}$$

对于给定的 W_0 可由此求出 ξ 。

在二阶迭代中有如下特征值问题

$$(L^2 + K \omega^2 L - \omega^2) W_2 = -KL^*(f(\rho)) + f, \rho(\rho)/\rho, \tag{40}$$

边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \rho = 1: W_2 = 0, K \omega^2 \frac{1}{\rho} \int_0^\rho \rho W_2 d\rho + K(S_r^0 \phi_2 + S_2 \phi^0 + S_2 \phi_2) + \phi_2 = 0, \\ (\mathcal{B}_2)_{,\rho} - \mathcal{V}_2 = 0, (\mathcal{P}_2)_{,\rho} - \mathcal{W}_2 = 0, \end{aligned} \right\} \tag{41}$$

$$\left. \begin{aligned} \rho = 0: W_2 = W_0, K \omega^2 \frac{1}{\rho} \int_0^\rho \rho W_2 d\rho + K(S_r^0 \phi_2 + S_2 \phi^0 + S_2 \phi_2) + \phi_2 = 0, \\ S_2 < \infty, T_2 < \infty, \end{aligned} \right\} \tag{42}$$

其中

$$f(\rho) = \mathcal{B}_r^0 W_{,\rho}^{(1)} + \mathcal{B}^{(1)} W_{,\rho}^0 + f_1(\xi) \rho(W_{,\rho}^0 \mathcal{A}^{(1)} + W_{,\rho}^{(1)} \mathcal{S}^{(1)}) + f_2(\xi) \rho W_{,\rho}^{(1)} \mathcal{T}^{(1)}.$$

将(22)、(23)、(30)、(33)、(34)代入(40),可求得(40)的解

$$W^{(2)} = W_0 \sum_{j=0}^{\infty} (A_j^{(2)} + B_j^{(2)}) \rho^{2j} + W_0^2 f_1(\xi) \sum_{j=0}^{\infty} C_j^{(2)} \rho^{2j} + W_0^3 f_2(\xi) \sum_{j=0}^{\infty} D_j^{(2)} \rho^{2j}, \tag{43}$$

其中

$$A_j^{(2)} = \delta_1 \frac{\omega^{2j}}{2^{2j} (j!)^2 c^j} + \delta_2 \frac{(-1)^j c^j}{2^{2j} (j!)^2},$$

$$c = \omega^2 (K + \sqrt{K^2 + 4/\omega^2})/2,$$

$$B_0^{(2)} = B_1^{(2)} = 0,$$

$$B_j^{(2)} = \frac{E_{j-2}}{16j^2(j-1)^2} - \frac{\omega^2 K}{4j^2} B_{j-1}^{(2)} + \frac{\omega^2}{16j^2(j-1)^2} B_{j-2}^{(2)} \quad (j \geq 2),$$

$$E_j = -16K(j+2)(j+1)^2 \sum_{i=0}^{j+2} i(A_i^{(1)} a_{2(j-i+2)} + B_{j-i+1}^{(1)} b_i) +$$

$$4(j+1) \sum_{i=1}^{j+1} i(A_i^{(1)} a_{2(j-i+1)} + B_{j-i+1}^{(1)} b_i),$$

$$b_i = b_{2i-1}/2i \quad (i = 1, 2, \dots), \quad b_0 = \sum_{m=0}^{\infty} b_{2m+1}/2(m+1),$$

$$C_0^{(2)} = C_1^{(2)} = 0,$$

$$C_j^{(2)} = \frac{F_{j-2}}{16j^2(j-1)^2} - \frac{\omega^2 K}{4j^2} C_{j-1}^{(2)} + \frac{\omega^2}{16j^2(j-1)^2} C_{j-2}^{(2)} \quad (j \geq 2),$$

$$F_j = -16K(j+2)(j+1)^2 \sum_{i=0}^{j+2} i(a_{2j} C_{j-i+2}^{(1)} + B_{j-i+1}^{(1)} A_j^{(1)}) +$$

$$4(j+1) \sum_{i=1}^{j+1} i(a_{2j} C_{j-i+1}^{(1)} + B_{j-i+1}^{(1)} A_j^{(1)}),$$

$$D_0^{(2)} = D_1^{(2)} = 0,$$

$$D_j^{(2)} = \frac{G_{j-2}}{16j^2(j-1)^2} - \frac{\omega^2 K}{4j^2} D_{j-1}^{(2)} + \frac{\omega^2}{16j^2(j-1)^2} D_{j-2}^{(2)} \quad (j \geq 2),$$

$$G_j = -16K(j+2)(j+1)^2 \sum_{i=0}^{j+2} iA_j^{(1)} C_{j-i+2}^{(1)} + 4(j+1) \sum_{i=1}^{j+1} iA_j^{(1)} C_{j-i+1}^{(1)}.$$

将(43)代入(41)、(42)得

$$H\delta = 0, \tag{44}$$

其中

$$\delta = [\delta_1, \delta_2, 1]^T,$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \end{bmatrix}.$$

矩阵 H 中各元素均可表示为 ω 的函数项级数, 这里从略.

由(44)可得到如下频率方程

$$\det H = 0. \tag{45}$$

这就是均布载荷作用下夹层圆板大幅度振动的幅频_载荷特征关系. 利用此式可对一定的载荷 P_0 及 W_0 求出相应的振动频率 ω , 因此矩阵 H 的元素全部确定, 再由(44)式求出 δ_1 、 δ_2 , 到此二阶修正迭代解全部确定.

3 数值结果及讨论

我们对所讨论的周边固定夹层圆板进行了数值计算, 取剪切参数 $K = 0.01, 0.05, 0.1$, 量纲为一的均布载荷 $P_0 = 0, 25, 50, 75, 100$, 计算结果见图 1~ 6, 以下对结果加以讨论.

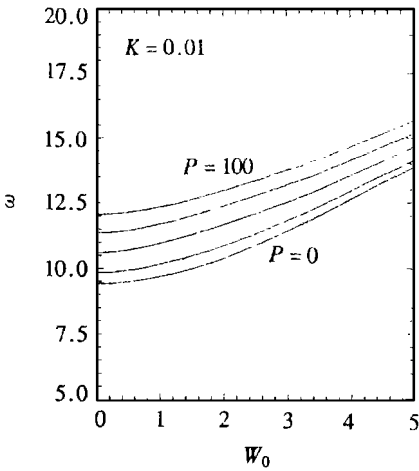


图 1 幅频_载荷关系曲线 ($K = 0.01$)

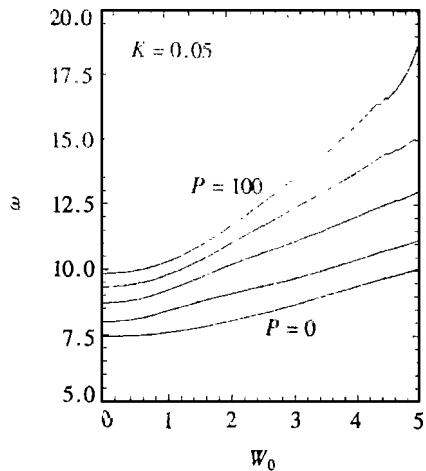


图 2 幅频_载荷关系曲线 ($K = 0.05$)

图 1~ 3 给出了不同剪切参数下夹层圆板的幅频_载荷关系曲线. 由图可见, 静载荷不仅可以改变夹层板的振动基频, 而且可以改变非线性振动状态, 当剪切参数较小时 ($K = 0.01$), 随载荷增大, 非线性状态逐渐减弱; 当 K 较大时 ($K = 0.05, 0.1$), 随载荷增大, 非线性状态又变为逐渐增强, 而且 K 值越大, 非线性状态增强也越大.

图 4~ 6 给出了非线性振子的漂移 ξ 随载荷及振幅的变化规律. 由图可见, 当 K 较小时, 非线性振子的漂移随载荷的增大而增大; 当 $K = 0.05$ 时, 如振幅较小, 随载荷的变化, 非线性

振子的漂移变化很小, 当振幅增大到一定程度时, 非线性振子的漂移又随载荷增大而增大; 当 K 较大时, 非线性振子的漂移先是随载荷增大而减小, 当振幅增大到一定程度时, 又随载荷增大而增大。总体上看, 随着振幅的增大, ξ 开始增大, 达到某个极大值后又开始衰减。

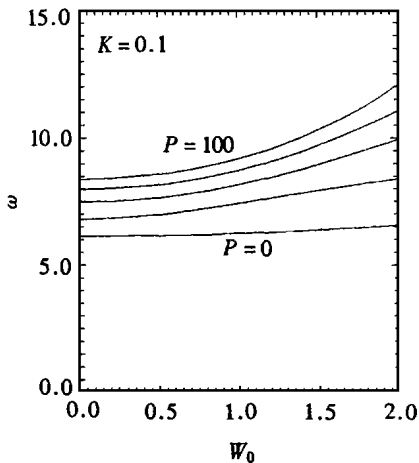


图 3 幅频_载荷关系曲线 ($K = 0.1$)

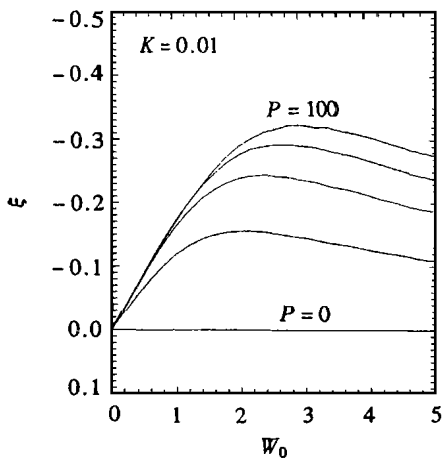


图 4 载荷对漂移的影响 ($K = 0.01$)

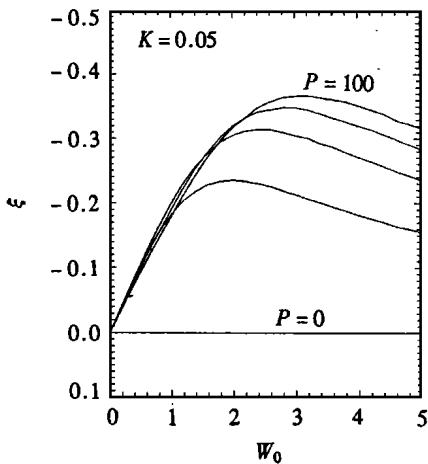


图 5 载荷对漂移的影响 ($K = 0.05$)

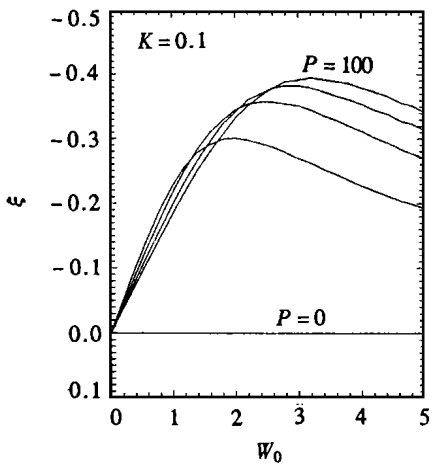


图 6 载荷对漂移的影响 ($K = 0.1$)

[参 考 文 献]

- [1] 刘人怀. 夹层圆板的非线性弯曲[J]. 应用数学和力学, 1981, 2(2): 173~ 190.
- [2] 刘人怀, 施云方. 夹层圆板大挠度问题的精确解[J]. 应用数学和力学, 1982, 3(1): 11~ 23.
- [3] 刘人怀, 朱高秋. 夹层圆板大挠度问题的进一步研究[J]. 应用数学和力学, 1989, 10(12): 1041.
- [4] 刘人怀. 夹层矩形板的非线性振动[J]. 中国科学 A 辑, 1991, 21(10): 1075.
- [5] 刘人怀. 简支夹层矩形板的非线性弯曲[J]. 应用数学和力学, 1993, 14(3): 203~ 218.
- [6] 杜国君. 夹层圆板的大幅度振动[J]. 应用数学和力学, 1994, 15(5): 435~ 442.
- [7] 杜国君. 夹层圆板大幅度振动的进一步研究[J]. 应用数学和力学, 1996, 17(11): 1025~ 1031.
- [8] 周又和. 中心集中力作用下圆薄板的固有频率_载荷特征关系[J]. 应用力学学报, 1992, 9(1):

119.

- [9] 王晋莹, 陈科进. 具有初挠度的柔韧圆板的振动问题[J]. 应用数学和力学, 1993, 14(2): 165~ 171.
- [10] 李东. 正交各向异性旋转扁壳的非线性振动[J]. 应用数学和力学, 1992, 13(4): 313~ 325.
- [11] Nayfeh A H, Mook D T. Nonlinear Oscillation [M]. New York: John Wiley and Sons Inc, 1979.

Nonlinear Vibration of Circular Sandwich Plate Under the Uniformed Load

Du Guojun, Li Huijian

(Department of Civil Engineering and Mechanics, Yanshan University,
Qinhuangdao, Hebei 066004, P R China)

Abstract: The differential equations of the axisymmetric large amplitude free vibration for circular sandwich plates under static load are derived, and a set of nonlinearly coupled algebraic and differential eigenvalue equations of the problem are formulated following an assumed time mode approach suggested. The analytic solutions are presented and a relation for amplitude frequency_load of the plates with edge clamped is derived by modified iteration method. The effects of static load on vibrations of plates are investigated.

Key words: circular sandwich plate; uniformed load; nonlinear; amplitude frequency_load characteristic relation