

文章编号: 1000-0887(1999) 11-1128\_07

# 动力系统实测数据的非线性混沌模型重构\*

马军海<sup>1</sup>, 陈予恕<sup>2</sup>, 刘曾荣<sup>3</sup>

(1 天津财经学院 管理系, 天津 300222; 2 天津大学 力学系, 天津 300072;  
3 上海大学理学院 数学系, 上海 201800)

摘要: 动力系统实测非线性混沌数据的模型重构技术是相空间重构的重要内容。在判定了实测数据的非线性混沌特征, 计算了实测数据的分维数, Lyapunov 指数, 并对其进行了本征值分解和噪声去除及确定其模型阶数以后, 提出了一个动力系统实测数据的非线性混沌模型, 给出了相应的模型参数辨识方法, 并用其确立的混沌模型进行了预测工作, 计算结果表明: 模型参数辨识方法能迅速地将参数估计值带到多峰目标函数的全局最少值附近, 然后再采用优化理论能较准确地求出模型的参数, 用得到的混沌模型对系统进行预测工作其预测效果良好, 且混沌时序不可能作长期预测。

关键词: 非线性; 混沌时序; Lyapunov 指数; 混沌模型; 参数辨识  
中图分类号: O175.14; O241.81 文献标识码: A

## 引 言

时序建模及预测技术的研究始于八十年代初期, 国内外学者<sup>[1~3]</sup>对线性时序进行了大量的详尽的研究。AR 模型, ARMA 模型及 ARMAV 模型的建模方法及其时域和频域特性, 非平稳时序的各种模型, 模型识别, 模型阶的确定, 模态参数估计等已基本趋于完善和成熟, 然而现实问题中, 大量的时序不是线性时序而是非线性混沌时序, 实践证明一个非线性混沌模型根本无法也不可能用线性模型去取代<sup>[4~6]</sup>, 即使是一个低阶的非线性模型也不能用高阶的线性模型去描述它。所以开展对非线性混沌模型的研究就变得越来越重要<sup>[7],[8]</sup>, 最近十几年来国内外学者用神经网络理论<sup>[9]</sup>, 小波理论<sup>[10]</sup>等对非线性时序开展了研究, 并取得了一定的成果。Martin Casdagli<sup>[11]</sup>, M. E. Davies<sup>[12]</sup>和 Alexei Potapov<sup>[13]</sup>等人分别对混沌时序的建模及预测开展了初步的研究。由于混沌吸引子的内在行为具有相当的不规则性及混沌吸引子具有十分复杂的几何结构, 且不同的混沌吸引子具有的复杂结构也各不相同。所以一般来说, 不同的混沌实测数据应该建立不同的混沌模型。本文提出了一个动力系统实测数据的非线性混沌模型, 给出了相应的模型参数辨识方法, 并用确立的其混沌模型进行了预测工作, 本文力图对所得的混沌时序提出适当的模型使其具如下特点:

\* 收稿日期: 1998\_06\_29; 修订日期: 1999\_05\_08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19672043)

作者简介: 马军海(1964~), 男, 博士(后), 副教授, 在《应用数学和力学》, 《力学学报》等核心刊物上发表论文 13 篇, 主要研究方向: 复杂非线性动力系统(尤其是混沌时序重构)及其工程应用研究。

- 1) 随着参数的变化, 其可以描述非线性振动的极限环。
- 2) 对模型赋予适当的参数, 其可以描述非线性振动的共振跳跃现象。
- 3) 对模型赋予适当的参数, 其可以描述非线性振动的幅频依赖特性。
- 4) 对模型赋予适当的参数, 其可以描述非线性振动的分叉现象及混沌运动。

## 1 模型的提出

令我们所得到的时序  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$  的最少嵌入维数为  $m$ , 假设:

$$\mathbf{Z}_t = [x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}, \dots, x_{t-m}] \in \mathbf{R}^m, \quad (1)$$

令  $\beta_t = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]$  为待定参数, 则可以建立描述混沌时序的非线性模型为

$$x_t = F(\mathbf{Z}_t, \beta_t) + \varepsilon_t, \quad (2)$$

$F$  为待求的非线性函数,  $\varepsilon_t$  为白噪声, 本文将模型 EAR( $n$ ) 进行了改进, 首先使  $e$  指数中的参数  $\gamma$  可变, 其次使  $e$  指数中的平方项可变, 这样虽很大程度上增加了模型辨析的难度, 使模型描述的分岔、混沌现象更丰富, 同时也增加了建模与预测的准确程度。我们建立的非线性形式的模型为:

$$\begin{aligned} x_{t+n} = & [\alpha_1 + \beta_1 e^{-\gamma_1 x_{t+n-1}^2}] x_{t+n-1} + [\alpha_2 + \beta_2 e^{-\gamma_2 x_{t+n-2}^2}] x_{t+n-2} + \dots + \\ & [\alpha_n + \beta_n e^{-\gamma_n x_{t+n-n}^2}] x_{t+n-n} = \sum_{i=1}^n [\alpha_i + \beta_i e^{-\gamma_i x_{t+n-i}^2}] x_{t+n-i}, \end{aligned} \quad (3)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n; \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$  为参数, 很明显: 模型(3) 可以描述非线性系统的极限环现象。

当  $\beta_i = 0, i = 1, 2, \dots, n$  时, 式(3) 所描述的模型便为线性模型。

当  $n = 2$  时, 取  $\varepsilon_t = 0, \beta_2 = 0$ , 则式(3) 便为离散形式的 Van der pol 方程。

取  $n = 2$  时,  $\beta_1 = 0$ , 则式(3) 便为离散形式的 Duffing 方程。

由于系统的刚度与振幅的平方  $x_{t-1}^2$  有关, 其输入为白噪声, 若将  $a_t$  换成谐波输入, 则模型(3) 可描述非线性系统的共振跳跃现象。

取  $n = 2, \beta_1 = 0$ , 式(3) 反映系统固有频率的特征根  $\lambda$  依赖于振动的平方  $x_{t-1}^2$  则知模型(3) 可以描述非线性系统的幅频依赖特性。

由于 Van der pol 和 Duffing 方程在参数变化到一定程度时会出现丰富的混沌现象, 则模型(3) 随着其参数的变化能描述各种混沌时序。

对于模型(3) 参数满足一定条件时, 模型将具有稳定和不稳定的极限环(或环面吸引子)或其描述混沌运动, 其具有稳定极限环(或环面吸引子)的必要条件是:

$$\text{方程 } \lambda^n - \sum_{j=1}^n \alpha_j \lambda^{-j} = 0, \quad (4)$$

的所有根部在单位圆内,

$$|\alpha_n| < 1. \quad (5)$$

$$\text{方程 } \lambda^n - \sum_{j=1}^n (\alpha_j + \beta_j) \lambda^{-j} = 0, \quad (6)$$

的所有根在单位圆外,

$$|\alpha_n + \beta_n| > 1. \quad (7)$$

类似地, 模型(3) 具有不稳定极限环或不稳定的环面吸引子的条件为方程(4) 的所有根部

在单位圆外

$$| \alpha_n | > 1 \quad (8)$$

方程(6)的所有根都在单位圆外

$$| \alpha_n + \beta_n | < 1 \quad (9)$$

## 2 模型参数辨识方法

由于式(3)模型不是一个简单的单峰函数,而是一个多峰函数,其可能有的局部极小值点并非一个,而是多个。这自然给模型的参数辨识工作带来了巨大的困难。我们要找的模型的极值点是全局最小值点而并非局部的极小值点,而大多数的辨识方法如梯度法、牛顿法、共轭梯度法等都受模型参数初值的影响很大,初值选择的好,则可能搜索到目标函数的全局极小值点,若初值选择的不好则只能搜索到其局部极小值点,要搜索到全局极小值点则几乎是不可能的,如梯度法在相继的两个迭代点上目标函数的两个梯度方向是相互正交的,这就造成了最优步长梯度法逼近目标函数极小点的过程是“之”字形的,且越靠近局部极小值点时步长越小,也就是说迭代点越移动越慢,以至在实际问题的应用中,在可行的时间内常常得不到需要的结果,因而从整体上来讲,其对局部极小值点的搜索也不能令人满意。为了解决能找到全局极小值点和在极小值点附近克服上述缺点,本文在参数辨识过程中采取如下方法:

模型(3)的目标函数为:

$$f(D) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^n \left\{ x_{i+n} - \sum_{j=1}^n [\alpha_j + \beta_j e^{-\gamma_j x_{i+n-j}^2}] x_{i+n-j} \right\}^2, \quad (10)$$

$$D = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n]^T, \quad (11)$$

其中上标T表示转置,  $N$  为样本值。则参数识别问题变为问题

$$\min_D f(D) \quad (12)$$

选取初值

$$D_0 = [\alpha_{10}, \alpha_{20}, \dots, \alpha_{n0}; \beta_{10}, \beta_{20}, \dots, \beta_{n0}; \gamma_{10}, \gamma_{20}, \dots, \gamma_{n0}], \quad (13)$$

然后在计算机上产生 $[0, 1]$ 区间的随机数,不妨令 $\gamma$ 为 $[0, 1]$ 上服从均匀分布的一个随机数取:

$$\alpha_{pk} = a_p + (b_p - a_p) \gamma, \quad (14)$$

$$\beta_{pk} = c_p + (d_p - c_p) \gamma, \quad (15)$$

$$\gamma_{pk} = e_p + (f_p - e_p) \gamma, \quad (16)$$

$$p = 1, 2, 3, \dots, n; k = 1, 2, \dots \text{(为第 } k \text{ 次迭代)}$$

$(a_p, b_p)$  为粗略估计的  $\alpha_{pk}$  的存在区间,

$(c_p, d_p)$  为粗略估计的  $\beta_{pk}$  的存在区间,

$(e_p, f_p)$  为粗略估计的  $\gamma_{pk}$  的存在区间,

由(12)式令  $D_k$  (参数的第  $k$  次迭代) 为:

$$D_k = [\alpha_{1k}, \alpha_{2k}, \dots, \alpha_{nk}; \beta_{1k}, \beta_{2k}, \dots, \beta_{nk}; \gamma_{1k}, \gamma_{2k}, \dots, \gamma_{nk}] \quad (17)$$

若  $f(D_k) < f(D_{k-1})$  (18)

则保留  $D_k$ , 若不满足(18)式则重选  $D_k$ , 直到满足(18)式为止。  $f(D_k)$  已比较小的情况下, 则对  $D_k$  中参数的估计已接近于模型的全局极小点, 然后再将其作为新的变尺度法参数估计的初值。

由式(10)、(11)可以看出:耗散函数 $f(\mathbf{D})$ 是向量 $\mathbf{D}$ 的连续可微函数,其导数为:

$$\begin{aligned} \dot{f}(\mathbf{D}) &= \left[ \frac{\partial f(\mathbf{D})}{\partial \alpha_1}, \frac{\partial f(\mathbf{D})}{\partial \alpha_2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{D})}{\partial \alpha_n}, \frac{\partial f(\mathbf{D})}{\partial \beta_1}, \frac{\partial f(\mathbf{D})}{\partial \beta_2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{D})}{\partial \beta_n}, \right. \\ &\quad \left. \frac{\partial f(\mathbf{D})}{\partial \gamma_1}, \frac{\partial f(\mathbf{D})}{\partial \gamma_2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{D})}{\partial \gamma_n} \right]^T = \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[ x_{t+n} - \sum_{j=1}^n (\alpha_j + \beta_j e^{-\gamma_j x_{t+n-j}^2}) x_{t+n-j} \right] x_{t+n-1} \\ \dots \dots \\ -\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[ x_{t+n} - \sum_{j=1}^n (\alpha_j + \beta_j e^{-\gamma_j x_{t+n-j}^2}) x_{t+n-j} \right] x_{t+n-n} \\ -\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[ x_{t+n} - \sum_{j=1}^n (\alpha_j + \beta_j e^{-\gamma_j x_{t+n-j}^2}) x_{t+n-j} \right] x_{t+n-1} e^{-\gamma_j x_{t+n-j}^2} \\ \dots \dots \\ -\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[ x_{t+n} - \sum_{j=1}^n (\alpha_j + \beta_j e^{-\gamma_j x_{t+n-j}^2}) x_{t+n-j} \right] x_{t+n-n} e^{-\gamma_j x_{t+n-j}^2} \\ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[ x_{t+n} - \sum_{j=1}^n (\alpha_j + \beta_j e^{-\gamma_j x_{t+n-1}^2}) x_{t+n-j} \right] \beta_1 x_{t+n-1}^3 e^{-\gamma_1 x_{t+n-1}^2} \\ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[ x_{t+n} - \sum_{j=1}^n (\alpha_j + \beta_j e^{-\gamma_j x_{t+n-j}^2}) x_{t+n-j} \right] \beta_n x_{t+n-n}^3 e^{-\gamma_n x_{t+n-n}^2} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (19)$$

记

$$\dot{f}(\mathbf{D}_k) = \dot{f}(\mathbf{D})|_{\mathbf{D}=\mathbf{D}_k} \quad (20)$$

通过式(12)到式(18)已将目标函数的初值通过 $k$ 次迭代后,其迭代值 $\mathbf{D}_k$ 已在全局极小点附近,所以对问题(12)可用如下的变尺度法求解.将式(18)得到的 $\mathbf{D}_k$ 作为用变尺度法进行参数估计的初值,这样便避免了直接用变尺度法有可能搜索不到全局极小值点的错误.

步骤1:置初值 $\mathbf{D}_0, k=0$ ,拟对称正定的Hessian矩阵的初值矩 $\mathbf{H}_0$ ,控制误差 $\varepsilon$ (取 $\mathbf{H}_0 = \mathbf{Z}$ ),转步骤2;

步骤2:计算 $\dot{f}(\mathbf{D}_k)$ ,并求搜索方向 $\mathbf{P}_k = -\mathbf{H}_k \dot{f}(\mathbf{D}_k)^T$ 转步骤3;

步骤3:以 $\mathbf{D}_k$ 为新的起始点,求一维搜索问题 $\min_{\lambda > 0} f(\mathbf{D}_k + \lambda \mathbf{P}_k) = f(\mathbf{D}_k + \lambda_k \mathbf{P}_k)$ 得 $\lambda_k$ 置 $\mathbf{D}_{k+1} = \mathbf{D}_k + \lambda_k \mathbf{P}_k$ ,转步骤4;

步骤4:若 $\|\mathbf{D}_{k+1} - \mathbf{D}_k\| < \varepsilon$ ,置 $\mathbf{D} = \mathbf{D}_{k+1}$ ,迭代结束,则求出了最优解.否则转步骤5;

步骤5:计算 $\dot{f}(\mathbf{D}_{k+1})$ ,令 $\mathbf{y}_k = \dot{f}(\mathbf{D}_{k+1}) - \dot{f}(\mathbf{D}_k)^T$ .

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{D}_{k+1} - \mathbf{D}_k,$$

实验数据的修正 $\mathbf{H}_k$ 阵为 $\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \frac{\mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k} - \frac{\mathbf{H}_k \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T \mathbf{H}_k}{\mathbf{y}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{y}_k} \quad (k+1 \Rightarrow k)$

步骤6:若 $k = n$ ,则 $\mathbf{D}_k \Rightarrow \mathbf{D}_0$ ,转到步骤1,若 $k < n$ ,则转向步骤3,

步骤6中为保持共轭方向的优越性,一般迭代 $n$ 次后就要重新开始,即令 $\mathbf{H}_0 = \mathbf{E}, \mathbf{D}_0 = \mathbf{D}_n$ .

### 3 计算结果

用在天津大学非线性机械振动模型上得到的一组实验数据根据文献[9]的判断其为混沌

数据。其时间历程图如图 1, 相图如图 2。

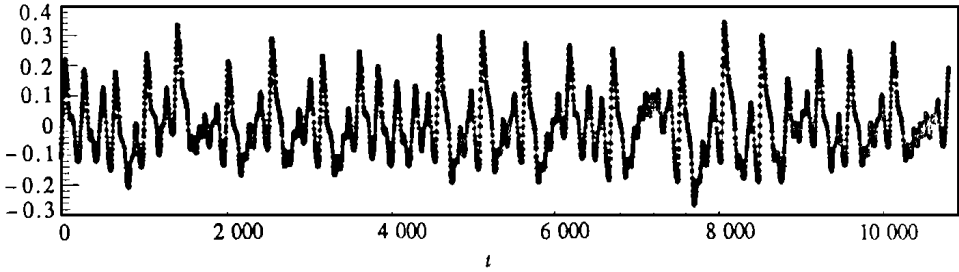


图 1 实验数据的时间历程图

根据文献[9]的计算结果上述实验数据的最佳嵌入维数均为 5, 所以可以取模型(10)的阶数为 5。

对实验数据, 我们用 60 点, 采用(10)的模型, 取模型的阶数为 5, 采用本文的参数辨识方法对动态数据建模, 模型建立后预测第 61 点的值, 并计算其相对误差, 然后划掉建模数据中的第一点, 加入得到的第 61 点预测值点, 仍然是 60 点, 再采用上述方法建模, 预测第 61 点, 然后再划掉新的建模数据中的第一点, 并加入刚得到的新的预测值点, 依此类推, 直到预测的相对误差超过 40% 则停止。

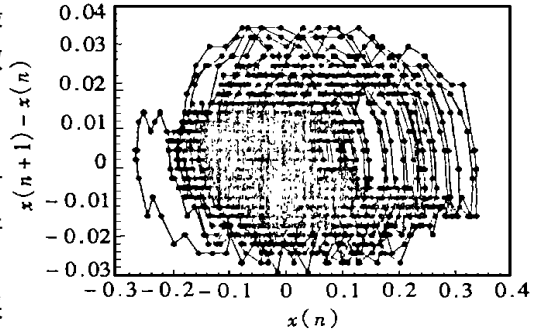


图 2 实验数据的相图

表 1 给出了相对误差不超过 40% 的数据真值, 数据预测值及其与之对应的相对误差值。

表 1

数据点的位置	数据真值 $x_t$	数据预测值 $Y_t$	建模系数	相对误差 $ x_t - y_t/x_t $
61	1.001 21 E_1	1.022 097 E- 1	见表 2	0.020 85
62	7.326 008 E_2	6.814 300 9 E_2	见表 2	0.069 848
63	5.860 806 E_2	5.960 00 E_2	见表 3	0.016 92
64	4.151 404 E_2	3.658 45 E_2	见表 3	0.118 74
65	2.686 203 E_2	2.804 35 E_2	见表 3	0.044
66	2.197 802 E_2	1.800 71 E_2	见表 4	0.180 6
67	2.197 802 E_2	1.691 428 4 E_2	见表 5	0.230 4
68	1.953 602 E_2	0.017 757 5	见表 4	0.082 038
69	2.197 802 E_2	1.575 17 E_2	见表 4	0.283 2
70	2.686 203 E_2	1.712 04 E_2	见表 4	0.362 65
71	3.174 603 E_2	1.936 86 E_2	见表 4	0.389 8
72	3.174 603 E_2	1.856 24 E_2	见表 4	0.415 28

从表 1 中可以看出, 预测第一点的相对误差仅为 2.085%, 预测第一点、第二点的建模参数

是相同的,预测第3点、第4点、第5点的建模参数是相同的,预测第6点,第8点~第12点的建模参数是相同,预测第7点的建模参数是一致的。且第1点至第11点的预测相对误差均小于40%。且在此预测区间内其模型中相应的系数值是基本一致的。

## 4 结 论

a. 参数辨识时,采用本文的算法能迅速逼近多峰函数的最小值附近,并最终找到比较好的全局极值点。

b. 混沌时序的分维数决定模型的阶数,混沌时序的 Lyapunov 指数决定时序预测的长度,用文献[9]的方法确定的模型的阶是好的。

c. 选择适当的混沌模型能增加模型预测的精度,且混沌时序不可能作长期预测。

d. 由于加入的新的建模数据为预测数据,带有偏差,所以模型参数有些扰动,但扰动的幅度不大。

e. 用修正后的 EAR 模型虽增加了模型的复杂程度及参数辨识的难度,但用其对混沌时序进行建模及预测工作,预测效果较好,说明修正工作是非常必要的。

表 2

系数	系数值
$\alpha_1$	- 0. 181 881 4
$\beta_1$	1. 109 982
$\gamma_1$	- 2. 786 626 9
$\alpha_2$	- 0. 631 100
$\beta_2$	0. 467 0
$\gamma_2$	4. 016 72
$\alpha_3$	4. 447 568
$\beta_3$	- 3. 117 874
$\gamma_3$	0. 018 29
$\alpha_4$	0. 852 658
$\beta_4$	- 1. 300 04
$\gamma_4$	- 3. 926 120
$\alpha_5$	- 3. 235 464
$\beta_5$	3. 441 574
$\gamma_5$	- 3. 335 947

表 3

系数	系数值
$\alpha_1$	- 0. 178 293
$\beta_1$	1. 092 960
$\gamma_1$	- 2. 881 448
$\alpha_2$	- 0. 675 65
$\beta_2$	0. 491 428
$\gamma_2$	4. 448 38
$\alpha_3$	4. 701 517
$\beta_3$	- 3. 421 664
$\gamma_3$	0. 019 21
$\alpha_4$	0. 862 7
$\beta_4$	- 1. 458 884
$\gamma_4$	- 3. 891 177
$\alpha_5$	- 3. 952 853
$\beta_5$	3. 620 938
$\gamma_5$	- 3. 337 747

表 4

系数	系数值
$\alpha_1$	- 0. 140 379
$\beta_1$	1. 093 961
$\gamma_1$	- 2. 771 626
$\alpha_2$	- 0. 630 05
$\beta_2$	0. 460 075
$\gamma_2$	3. 970 372
$\alpha_3$	3. 597 383
$\beta_3$	- 2. 808 991
$\gamma_3$	0. 011 701
$\alpha_4$	0. 931 393
$\beta_4$	- 1. 486 812
$\gamma_4$	- 3. 855 197
$\alpha_5$	- 3. 499 251
$\beta_5$	3. 388 272
$\gamma_5$	- 3. 927 959

表 5

系数	系数值
$\alpha_1$	- 0. 128 199
$\beta_1$	1. 344 152
$\gamma_1$	- 2. 960 087
$\alpha_2$	- 0. 657 464
$\beta_2$	0. 461 978
$\gamma_2$	3. 511 463
$\alpha_3$	4. 800 917
$\beta_3$	- 2. 336 282
$\gamma_3$	0. 078 414
$\alpha_4$	0. 562 859
$\beta_4$	- 1. 190 341
$\gamma_4$	- 3. 834 632
$\alpha_5$	- 3. 365 005
$\beta_5$	3. 452 463
$\gamma_5$	- 3. 479 141

## [参 考 文 献]

- [1] Wu Ya, Yang Shuzi. Application of several timeseries models in prediction[A]. In: Applied Time Series Analysis[M]. Beijing: World Scientific Publishing, 1989.
- [2] Chen C.H. Applied Timeseries Analysis[M]. Beijing: World Scientific Publishing Cor, 1989.
- [3] Yang Shuzi, Wu Ya. Applied Timeseries Analysis in Engineering[M]. Beijing: World Scientific Publishing Cor, 1992.
- [4] 马军海, 陈予恕, 刘曾荣. 动力系统实测数据的非线性混沌特性的判定[J]. 应用数学和力学,

- 1998, **19**(6): 481~ 488.
- [5] Nerenberg M A H. Correlation dimension and systematic geometric effects[J]. Phys Rev A, 1990, **42**(6): 7065~ 7674.
- [6] Alan Wolf, et al. Determining Lyapunov exponent from a timeseries[J]. Phys D, 1985, **16**(9): 285~ 317.
- [7] Mess A I, et al. Singular\_value decomposition and embedding dimension[J]. Phys Rev A, 1987, **36**(1): 340~ 347.
- [8] Ma Junhai. The Non\_Linear Dynamic System Reconstruction of the Chaotic Timeseries, A Thesis for Degree of Engineering[D]. Tianjin: Tianjin University, 1997, 5.
- [9] Zhang Qinghua. Wavelet networks[J]. IEE Transactions on Neural Networks, 1992, **6**(11): 889~ 898.
- [10] Liang Yuecao. Predicting chaotic timeseries with wavelet networks[J]. Phys. D, 1995, **85**(8): 225~ 238.
- [11] Dean Prichard. Generating surrogate data for time series with several simultaneously measured variables[J]. Phys Rev Lett, 1994, **191**(7): 230~ 245.
- [12] Davies M E. Reconstructing attractions from filtered time series[J]. Phys D, 1997, **101**: 195~ 206.
- [13] Alexet Potapov. Distortions of reconstruction for chaotic attractors[J]. Phys D, 1997, **101**(5): 207~ 226.

## The Non\_Linear Chaotic Model Reconstruction for the Exerimental Data Obtained From Different Dynamic System

Ma Junhai<sup>1</sup>, Chen Yushu<sup>2</sup>, Liu Zengrong<sup>3</sup>

(1. Department of Economy and Management, Tianjin  
Finance University, Tianjin 300222, P R China;

2. Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, P R China;

3. Department of Mathematics, Shanghai University, Shanghai 201800, P R China)

**Abstract:** The non\_linear chaotic model reconstruction is the major important quantitative index for describing accurate experimental data obtained in dynamic analysis. A lot of work has been done to distinguish chaos from randomness, to calculate fractal dimension and Lyapunov exponent, to reconstruct the state space and to fix the rank of model. In this paper, a new improved EAR method is presented in modelling and predicting chaotic timeseries, and a successful approach to fast estimation algorithms is proposed. Some illustrative experimental data examples from known chaotic systems are presented, emphasising the increase in predicting error with time. The calculating results tell us that the parameter identification method in this paper can effectively adjust the initial value towards the global limit value of the single peak target function nearby. Then the model parameter can immediately be obtained by using the improved optimization method rapidly, and nonlinear chaotic models can not provide long period superior predictions. Applications of this method are listed to real data from widely different areas.

**Key words:** non\_linear; chaotic timeseries; Lyapunov exponent; chaotic model; parameter identification