 应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(1999) 11_1175_08

转动系统相对论性动力学方程的代数结构与 Poisson 积分*

傅景礼, 陈向炜, 罗绍凯

(商丘师专, 河南 商丘 476000)

(李骊推荐)

摘要: 研究转动相对论系统动力学方程的代数结构, 得到了完整保守转动相对论系统与特殊非完整转动相对论系统动力学方程具有 Lie 代数结构; 一般完整转动相对论系统、一般非完整转动相对论系统动力学方程具有Lie 容许代数结构• 并给出转动相对论系统动力学方程的 Poisson 积分•

关 键 词: 转动系统; 相对论; 分析力学; 运动方程; 代数结构; Poisson 积分
中图分类号: O410, O316, O152. 5, O177. 8 文献标识码: A

引 言

1979 年, R. Bengtsson 和 S. Frauendorf 精确测量 14 种核子的自旋转速最大值, 结果表明各核子的自旋转速最大值各不相同[1]• 随着科学技术的进步, 越来越多的实验现象与高速转动问题有关, 爱因斯坦的相对论理论和经典力学的转动理论已不适用, 近年来建立的相对论性分析力学理论也不适用[2~ 6]• M. Carmeli 于 1985 年, 建立了转动相对论力学理论[7~ 10]; 罗绍凯最近建立了转动系统的相对论性分析力学理论[11], 构造了转动相对论系统的新型动力学函数, 给出了多种形式的变分原理、运动方程及相应的守恒律• 近代分析力学强调新的数学方法[12, 13], 使得更能反应其实质• 本文给出转动相对论系统动力学方程的逆变形式、代数结构, 进而将积分完整保守系统的 Poisson 方法推广应用于转动相对论系统•

1 转动相对论系统动力学方程的逆变形式

1) 完整转动相对论系统动力学方程的逆变形式

研究 N 个物体构成的力学系统, 在时刻 t 第i 个物体受到的外力对Oz 轴之矩M_i, 经典转动惯量 I_{oi}, 相对于 S 系角坐标 θ_i, 极限角速度 Γ_i, 若系统受到 k 个理想完整约束, 在广义坐标下 $(q^s, s = 1, \cdots, n)$, 转动相对论系统的 Lagrange 方程为[11]

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_r^*}{\partial \dot{q}^s} - \frac{\partial T_r^*}{\partial q^s} = G_s \qquad (s = 1, \cdots, n), \tag{1}$$

* 收稿日期: 1998_05_11; 修订日期: 1999_04_20
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19572018) 和河南省自然科学基金资助项目(934060800, 984053100)
作者简介: 付景礼(1955~) , 男, 副教授, 研究方向: 一般力学中的现代数学方法, 发表论文 30 多篇.

其中

$$T_r^* = \sum_{i=1}^{N} I_{oi}\Gamma_i^2\left(1-\sqrt{1-\dot\theta_i^2/\Gamma_i^2}\right), \qquad I_i = I_{oi}/\sqrt{1-\dot\theta_i^2/\Gamma_i^2}, \tag{2}$$

为转动相对论系统的广义动能函数和相对论性转动惯量

$$G_s = \sum_{i=1}^{N} M_i \frac{\partial \theta_i}{\partial q^s}, \tag{3}$$

为第 i 个广义坐标对应的广义力•

对于完整保守系统, 则有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L_r}{\partial \dot q^s} - \frac{\partial L_r}{\partial q^s} = 0 \qquad (s = 1, \cdots, n), \tag{4}$$

其中 $L_r = T_r^* - V$ 为转动相对论系统的广义 Lagrange 函数•

采用重复坐标中和规则, 对(4)式构造相对论性广义 Hamilton 函数

$$H_r = \frac{\partial L_r}{\partial \dot q^s}\dot q^s - L_r = p_s\dot q^s - T_r^* + V, \tag{5}$$

用推导正则方程的通常方法, 由式(5)可得完整转动相对论系统的广义 Hamilton 正则方程[11]

$$\dot q^s = \frac{\partial H_r}{\partial q^s}, \quad \dot p_s = -\frac{\partial H_r}{\partial q^s} \qquad (s = 1, \cdots, n), \tag{6}$$

引入 $2n$ 个分量的逆变向量

$$a^\mu = \begin{cases} q^\mu & (\mu = 1, \cdots, n), \\ p_{\mu-n} & (\mu = n+1, \cdots, 2n)\bullet \end{cases} \tag{7}$$

则(6)式表为逆变形式

$$\dot a^\mu - \omega^{\mu\nu}\frac{\partial H_r}{\partial \boldsymbol{a}^\nu} = 0 \qquad (\mu, \nu = 1, \cdots, 2n), \tag{8}$$

式中

$$(\omega^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{0}_{n\times n} & \boldsymbol{I}_{n\times n} \\ -\boldsymbol{I}_{n\times n} & \boldsymbol{0}_{n\times n} \end{pmatrix}, \tag{9}$$

显然 $\omega^{\mu\nu}$ 具有反对称性•

对于一般完整转动相对论系统, 将广义力分为有势和非有势两部分, 即 $G_s = -\dfrac{\partial V}{\partial q^s} + G_s'$, 则(1) 式可写为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L_r}{\partial \dot q^s} - \frac{\partial L_r}{\partial q^s} = G_s', \tag{10}$$

(10) 称为一般完整转动相对论系统的 Lagrange 方程•

对于(10) 构造相对论性广义 Hamilton 函数

$$H_r = \frac{\partial L_r}{\partial \dot q^s}\dot q^s - L_r = p_s\dot q^s - T_r^* + V, \tag{11}$$

则(10) 可部分正则化, 得到一般完整转动相对论系统的 Hamilton 正则方程

$$\dot q^s = \frac{\partial H_r}{\partial p_s}, \quad \dot p_s = -\frac{\partial H_r}{\partial q^s} + \tilde G_s'(q, p, t) \qquad (s = 1, \cdots, n), \tag{12}$$

其中 $\tilde G_s'(q, p, t) = G_s'(q, \dot q(q, p, t), t)$•

令

$$G'_s = -\Omega_{sk}\frac{\partial H_r}{\partial p_k},\quad \Omega_{sk} = \begin{pmatrix} \Omega_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Omega_{22} & \cdots & \vdots \\ & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & \Omega_{ss} \end{pmatrix}\quad (k = 1, \cdots, n) \tag{13}$$

引入 $2n$ 个分量的逆变向量

$$a^\mu = \begin{cases} q^\mu & (\mu = 1, \cdots, n), \\ p_{\mu - n} & (\mu = n + 1, \cdots, 2n)\cdot \end{cases} \tag{14}$$

则(12)式可表为逆变形式

$$\dot{a}^\mu - S^{\mu\nu}\frac{\partial H_r}{\partial a^\nu} = 0 \quad (\mu, \nu = 1, \cdots, 2n), \tag{15}$$

其中

$$S^{\mu\nu} = \omega^{\mu\nu} + T^{\mu\nu} \tag{16}$$

$$(\omega^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0_{n\times n} & I_{n\times n} \\ -I_{n\times n} & 0_{n\times n} \end{pmatrix},\ T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0_{n\times n} & 0_{n\times n} \\ 0_{n\times n} & (-\Omega_{kk})_{n\times n} \end{pmatrix} \tag{17}$$

可见 $S^{\mu\nu}$ 由反对称部分 $\omega^{\mu\nu}$ 和对称部分 $T^{\mu\nu}$ 组成, 且 Ω_{kk} 由(13) 式给出·

2) 非完整转动相对论系统动力学方程的逆变形式

若系统除受 k 个完整约束外, 还受有 g 个一阶非线性非完整约束

$$f_\beta(q^s, \dot{q}^s, t) = 0 \quad (\beta = 1, \cdots, g; s = 1, \cdots, n) \tag{18}$$

约束条件满足 ¶Ä‡ª 定义

$$\sum_{s=1}^{n}\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}^s}\delta q^s = 0 \quad (\beta = 1, \cdots, g; s = 1, \cdots, g), \tag{19}$$

利用 Lagrange 乘子法可得到非线性非完整转动相对论系统的 Routh 方程[11]

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_r^*}{\partial \dot{q}^s} - \frac{\partial T_r^*}{\partial q^s} = G_s + \lambda_\beta\frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}^s} \quad (\beta = 1, \cdots, g;\ s = 1, \cdots, n), \tag{20}$$

其中 λ_β 可在运动方程积分之前表为 $q, \dot{q}, t$ 的函数·

令, $\Lambda_s = \lambda_\beta\dfrac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}^s}$, 其中 λ_β 已表为 $q, \dot{q}, t$ 的显式, 将其代入方程(20), 则得到

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_r^*}{\partial \dot{q}^s} - \frac{\partial T_r^*}{\partial q^s} = G_s + \Lambda_s, \tag{21}$$

方程(21)可当作一个有 n 个自由度的完整转动相对论系统来研究· 非完整转动相对论系统的运动(18)、(20) 可在完整转动相对论系统中找到, 只要初始条件满足非完整系统的运动方程(18), 即

$$f_\beta(q_0^s, \dot{q}_0^s, t_0) = 0 \quad (\beta = 1, \cdots, g), \tag{22}$$

方程(21) 称为与非完整系统(18)、(20) 相应的完整系统的运动方程·

非完整转动相对论系统的问题可分为特殊非完整转动相对论系统和一般非完整转动相对论系统的问题来研究·

对于式(21) 中的广义力 $G_s + \Lambda_s$ 若具有广义势, 或者具有 Helmoholtz 势, 以及能实现自由运动、且广义力 G_s 具有广义势的一些非完整转动相对论系统, 我们称为三类特殊非完整转动相对论系统·

容易得到, 这三类特殊非完整转动相对论系统的运动方程都具有 Lagrange 方程(4) 的形

式,则它们可以表为如(8)、(9)的逆变形式•

对于一般非完整转动相对论系统,将广义力分为有势和非有势两部分,即 $G_s = -\frac{\partial V}{\partial q^s} + G'_s$, 则与(18)、(20) 相应的完整相对论性动力学方程(21) 可表为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L_r}{\partial \dot{q}^s} - \frac{\partial L_r}{\partial q^s} = G'_s + \Lambda_s \qquad (s = 1, \cdots, n), \tag{23}$$

式中 $L_r = T_r^* - V$ 为系统的相对论性广义 Lagrange 函数, Λ_s 为广义非完整约束反力•

引入一般非完整转动相对论系统的广义 Hamilton 函数

$$H_r = \frac{\partial L_r}{\partial \dot{q}^s}\dot{q}^s - L_r = p_s\dot{q}^s - T_r^* + V, \tag{24}$$

则方程(23) 可部分正则化为

$$\dot{q}^s = \frac{\partial H_r}{\partial p_s}, \quad \dot{p}_s = -\frac{\partial H_r}{\partial q^s} + \Lambda'_s(q, p, t), \tag{25}$$

其中 $\Lambda'_s = G'_s(q, \dot{q}(q, p, t), t) + \Lambda_s(q, \dot{q}(q, p, t), t)$•

令

$$\Lambda'_s = -\Omega_{sk}\frac{\partial H_r}{\partial p_k}, \quad (\Omega_{sk}) = \begin{pmatrix} \Omega_{11} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \Omega_{22} & \cdots & \cdots & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \Omega_{nn} \end{pmatrix} \qquad (s, k = 1, \cdots, n), \tag{26}$$

Ω_{sk} 为对角矩阵,当已知 H_r, Λ'_s 时,容易由(26) 求得所有的 $\Omega_{kk}(k = 1, \cdots, n)$•

令

$$a^\mu = \begin{cases} q^\mu & (\mu = 1, \cdots, n), \\ p_{\mu - n} & (\mu = n + 1, \cdots, 2n), \end{cases} \tag{27}$$

则方程(25) 可表为逆变形式

$$\dot{a}^\mu - S^{\mu\nu}\frac{\partial H_r}{\partial a^\nu} = 0 \qquad (\mu, \nu = 1, \cdots, 2n), \tag{28}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} & S^{\mu\nu} = \omega^{\mu\nu} + T_{\mu\nu}, \\ & (\omega^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0_{n\times n} & I_{n\times n} \\ -I_{n\times n} & 0_{n\times n} \end{pmatrix}, \quad (T^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0_{n\times n} & 0_{n\times n} \\ 0_{n\times n} & (-\Omega_{kk})_{n\times n} \end{pmatrix}, \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

式中 Ω_{kk} 由(26) 式求得•

2 转动相对论系统动力学方程的代数结构

1) 完整保守转动相对论系统动力学方程的代数结构

将某函数 $A(a^\mu)$ 按方程(8) 求对时间 t 的导数定义一个代数积

$$\dot{A} = \frac{\partial A}{\partial a^\mu}\omega^{\mu\nu}\frac{\partial H_r}{\partial a^\nu} \overset{\mathrm{def}}{=} A \circ H_r, \tag{30}$$

这个积满足分配律

$$A \circ (B + C) = A \circ B + A \circ C, \quad (A + B) \circ C = A \circ C + B \circ C \tag{31}$$

和标律

$$(\alpha A) \circ B = A \circ (\alpha B) = \alpha(A \circ B) \tag{32}$$

因此它具有相容代数结构• 进而还满足

$$A\circ B+B\circ A=0, \tag{33}$$

$$A\circ(B\circ C)+B\circ(C\circ A)+C\circ(A\circ B)=0, \tag{34}$$

那么它具有Lie 代数结构, 于是有

结论 1 一切完整保守转动相对论系统的动力学方程不仅具有相容代数结构, 而且具有 Lie 代数结构•

2) 一般完整转动相对论系统动力学方程的代数结构

将某函数 $A(a^{\mu})$ 按方程(15) 求对时间 t 的导数定义为一个代数积

$$\dot{A}=\frac{\partial A}{\partial a^{\mu}}S^{\mu\nu}\frac{\partial H_r}{\partial a^{\nu}}\overset{\mathrm{def}}{=}A\circ H_r, \tag{35}$$

它满足分配律和标律(31)、(32), 在此它具有相容代数结构•

若方程具有 Lie 代数结构, 它还必须满足(33), (34) 式• 考虑到式(16), 则上述条件归为对 $T^{\mu\nu}$ 的条件

$$T^{\mu\nu}+T^{\nu\mu}=0, \tag{36}$$

$$T^{\tau\rho}\frac{\partial T^{\mu\nu}}{\partial a^{\rho}}+T^{\mu\rho}\frac{\partial T^{\mu\tau}}{\partial a^{\rho}}+T^{\mu\nu}\frac{\partial T^{\tau\nu}}{\partial a^{\rho}}=0, \tag{37}$$

进而归结为

$$\Omega_{sk}=0,(k=1,\cdots,n),\quad G'_s=0,(s=1,\cdots,n), \tag{38}$$

因此一般完整转动相对论系统的动力学方程没有 Lie 代数结构• 那么是否具有 Lie 容许代数结构呢? 为此由积(35) 定义一个新积

$$[A,B]\overset{\mathrm{def}}{=}A\circ B-B\circ A, \tag{39}$$

显然新积具有反对称性, 即

$$[A,B]+[B,A]=0, \tag{40}$$

新积的 Jacobi 恒等式为

$$[A,[B,C]]+[B,(C,A)]+[C,[A,B]]=0• \tag{41}$$

展开(41) 并用 $S^{\mu\nu}$ 表为

$$\begin{aligned}&(S^{\mu\rho}-S^{\rho\mu})\frac{\partial}{\partial a^{\rho}}(S^{\nu\tau}-S^{\tau\nu})+(S^{\nu\rho}-S^{\rho\nu})\frac{\partial}{\partial a^{\rho}}(S^{\tau\mu}-S^{\mu\tau})+\\&\quad(S^{\tau\rho}-S^{\rho\tau})\frac{\partial}{\partial a^{\rho}}(S^{\mu\nu}-S^{\nu\mu})=0\qquad(\mu,\nu,\rho,\tau=1,\cdots,2n)•\end{aligned} \tag{42}$$

注意到式(29), 上式可归为对 $T^{\mu\nu}$ 的条件

$$\begin{aligned}&(T^{\mu\rho}-T^{\rho\mu})\frac{\partial}{\partial a^{\rho}}(T^{\nu\tau}-T^{\tau\nu})+(T^{\nu\rho}-T^{\rho\nu})\frac{\partial}{\partial a^{\rho}}(T^{\tau\mu}-T^{\mu\tau})+\\&\quad(T^{\tau\rho}-T^{\rho\tau})\frac{\partial}{\partial a^{\rho}}(T^{\mu\nu}-T^{\nu\mu})=0\qquad(\mu,\nu,\rho,\tau=1,\cdots,2n)•\end{aligned} \tag{43}$$

因 $T^{\mu\nu}$ 是对称的, 故式(43) 成立, 由于新积(39) 满足(40)、(41), 那么新积具有Lie 代数结构, 而积(35) 具有Lie 容许代数结构, 于是有

结论 2 一般完整转动相对论系统的动力学方程不仅具有相容代数结构, 而且具有Lie 容许代数结构•

3) 三类特殊非完整转动相对论系统动力学方程的代数结构

由于三类特殊非完整转动相对论系统归结为Lagrange 方程, 我们可以将某函数 $A(a^{\mu})$ 按

方程(8) 定义为一个代数积, 该积也具有(30) 的形式, 于是有

结论 3 三类特殊非完整转动相对论系统的动力学方程不仅具有相容代数结构, 而且具有Lie 代数结构•

(4) 一般非完整转动相对论系统动力学方程的代数结构

将某函数 $A(a^{\mu})$ 按方程(28) 定义为一个代数积

$$\dot{A}=\frac{\partial A}{\partial a^{\mu}}S^{\mu\nu}\frac{\partial H_r}{\partial a^{\nu}}=A\circ H_r, \tag{44}$$

它满足分配律和标律(31)、(32), 因而具有相容代数结构•

若方程具有 Lie 代数结构, 则必须满足(33)、(34) 考虑到式(29), 则上述条件归为 $T^{\mu\nu}$ 的条件, 也就是 $T^{\mu\nu}$ 满足(36)′、(37)′, 进而归结为

$$\Omega_{kk}=0,\quad \Lambda_s=G_s(q,\dot{q}(q,p,t),t)+\Lambda_s(q,\dot{q}(q,p,t),t)=0$$
$$(k,s=1,\cdots,n), \tag{45}$$

因此, 一般非完整转动相对论系统的动力学方程没有 Lie 代数结构• 那么是否具有 Lie 容许代数结构呢? 由积(28) 定义一个新积

$$[A,B]\overset{\mathrm{def}}{=}A\circ B+B\circ A \tag{46}$$

同(40)、(41)、(42) 的讨论得, (46) 具有Lie 代数结构, 而积(44) 具有Lie 容许代数结构• 于是有

结论 4 一般非完整转动相对论系统的动力学方程不仅具有相容代数结构, 而且具有 Lie 容许代数结构•

3 转动相对论系统动力学方程的 Poisson 积分

1) 完整保守转动相对论系统与三类特殊非完整转动相对论系统动力学方程的 Poisson 积分

由于完整保守转动相对论系统与三类特殊非完整转动相对论系统的动力学方程都具有 Lie 代数结构, 那么 Poisson 关于第一积分的理论[14]可以全部推广应用于这类系统, 于是有

定理 1 $I(a^{\mu},t)$ 是方程第一积分的充要条件是

$$\frac{\partial I}{\partial t}+[I,H_r]=0, \tag{47}$$

其中 $[I,H_r]$ 为 Poisson 括号, H_r 为完整保守转动相对论系统或特殊非完整转动相对论系统的广义 Hamilton 函数•

定理 2 如果相对论性广义 Hamilton 函数不显含 t, 则 H_r 是系统(8) 的第一积分•

定理 3 如果方程(8) 有两个不处于相互内旋的第一积分 $I_1(a^{\mu},t)$ 和 $I_2(a^{\mu},t)$, 则它们的 Poisson 括号$[I_1,I_2]$ 也是系统(8) 的第一积分•

定理 4 如果方程(8) 有包含时间 t 的第一积分$I(a^{\mu},t)$, 而相对论性广义Hamilton函数H_r 不显含时间, 则$\frac{\partial I}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 I}{\partial t^2}$ …都是系统(8) 的第一积分•

定理 5 如果方程有包含坐标 a^{ρ} 的第一积分, 而相对论性广义Hamilton 函数不显含 a^{ρ}, 则 $\frac{\partial I}{\partial a^{\rho}}$, $\frac{\partial^2 I}{\partial a^{\rho 2}}$, …都是系统的第一积分•

2) 一般完整转动相对论系统与一般非完整转动相对论系统动力学方程的 Poisson 积分

由于完整非保守转动相对论系统与一般非完整转动相对论系统的动力学方程不具有 Lie

代数结构,但具有 Lie 容许代数结构,那么关于 Poisson 第一积分的理论只能部分推广应用于这两类系统[15],于是有

定理 6 $I(a^{\mu}, t) = C$ 是系统(15)、(28) 第一积分的充要条件是

$$\frac{\partial I}{\partial t} + (I, H_r) = 0 \tag{48}$$

其中 (I, H_r) 分别按式(6)、(15) 定义,H_r 为系统(15)、(28) 的广义 Hamilton 函数•

定理 7 如果系统(15)、(28) 的广义 Hamilton 函数 H_r 不显含 t, 非势广义力是陀螺力或不存在, 且非完整约束方程对广义速度是齐次的, 则 H_r 是与(15)、(28) 相应的第一积分•

定理 8 如果系统(15)、(28) 有包含时间 t 的第一积分 $I(a^{\mu}, t) = C$, 而 $S^{\mu\nu}$ 和 H_r 不显含 t, 则 $\frac{\partial I}{\partial t}, \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \cdots$ 都是系统(15)、(28) 的第一积分•

定理 9 如果系统(15)、(28) 有包含 a^{ρ} 的第一积分 $I(a^{\mu}, t) = C$, 而 $S^{\mu\nu}$ 和 H_r 不显含式 a^{ρ}, 则 $\frac{\partial I}{\partial a^{\rho}}, \frac{\partial^2 I}{\partial a^{\rho 2}}, \cdots$ 都是系统(15)、(28) 的第一积分•

定理 8 和 9 可由(48) 式对 t 或 a^{ρ} 求偏导证得•

因为系统(15)、(28) 没有 Lie 代数结构, 两个积分 I_1 和 I_2 的积 $(I_1 \circ I_2)$ 不能成为 Poisson 括号, 那么 $(I_1 \circ I_2)$ 一般不是系统(15)、(28) 的第一积分, 故 Poisson 定理不成立•

致谢: 感谢梅凤翔教授的精心指导与热情帮助•

[参 考 文 献]

[1] Bengtsson R, Frauendorf S. Quasiparide spectra near the yrast line[J]. Nuclear Physics, 1979, A327: 139~ 171.

[2] 罗绍凯. 相对论性分析力学理论[J]. 教材通迅, 1987, (5): 31~ 34.

[3] 罗绍凯. 相对论性非线性非完整系统动力学理论[J]. 上海力学, 1991, **12**(1): 67~ 70.

[4] Luo Shaokai. Relativistic variational principles and equations of motion of high_order nonlinear nonholonomic system[A]. In: Proc ICDVC[C]. Beijing: Beijing University Press, 1990, 645~ 652.

[5] 罗绍凯. 变质量任意阶非线性非完整系统相对论性的广义 Volterra 方程[J]. 数学物理学报, 1992, **12**(增刊), 27~ 29.

[6] 罗绍凯. 变质量可控力学系统的相对论性变分原理与运动方程[J]. 应用数学和力学, 1996, **17**(7): 645~ 654.

[7] Carmeli M. Field theory on $R \times X^3$ topology (I– II)[J]. Foundations of Physics, 1985, **15**(2): 175~ 185.

[8] Carmeli M. The dynamics of rapidly rotating bodies[J]. Foundations of Physics, 1985, **15**(8): 889~ 903.

[9] Carmeli M. Field theory on R× S^3 topology (III)[J]. Foundation of Physics, 1985, **15**(10): 1019~ 1029.

[10] Carmeli M. Rotational relativity theory[J]. International Journal of Theoretical Physics, 1986, **25**(1): 89~ 94.

[11] 罗绍凯. 转动系统的相对论性分析力学理论[J]. 应用数学和力学, 1998, **19**(1): 43~ 53.

[12] Arnold V I. Mathematical Methods of Classical Mechanics[M]. Berlin: Springer_Verlag, 1978.

[13] 梅凤翔. Chaplygin 方程的代数结构[J]. 力学学报, 1996, **28**(3): 328~ 335.

[14] 梅凤翔, 刘瑞, 罗勇. 高等分析力学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1991, 242~ 243, 416~ 430.
[15] 梅凤翔, 史荣昌. 非完整系统的代数结构及 Poisson 积分法[J]. 北京理工大学学报, 1996, **16**(增刊), 51~ 55.

Algebraic Structures and Poisson Integrals of Relativistic Dynamical Equations for Rotational Systems

Fu Jingli, Chen Xiangwei, Luo Shaokai
(Shangqiu Teachers College, Shangqiu, Henan 476000, P R China)

Abstract: The algebraic structures of the dynamical equations for the rotational relativistic systems are studied. It is found that the dynamical equations of holonomic conservative rotational relativistic systems and the special nonholonomic rotational relativistic systems have Lie's algebraic structure, and the dynamical equations of the general holonomic rotational relativistic systems and the general nonholonomic rotational relativistic systems have Lie admitted algebraic structure. At last the Poisson integrals of the dynamical equations for the rotational relativistic systems are given.

Key words: rotational systems; relativity; analytic mechanics; equation of motion; algebraic structure; Poisson integral