

文章编号: 1000-0887(1999) 10-1065-07

具有初始层间压力的层合圆筒 的热冲击研究

王 熙

(上海交通大学 建工与力学学院 工程力学系, 上海 200240)

(沈惠申推荐)

摘要: 采用一种解析方法求解具有初始层间压力的双层层合圆筒内的动态热应力的瞬态响应。首先, 将由自紧装配双层层合圆筒引起的初始层间压力考虑作为热弹性动力学方程的初始条件。其次, 利用一个简便的数学变换方法求解具有初始应力场的单层圆筒的热弹性动力学解, 然后利用层合圆筒的边界条件和连接条件, 得到具有初始层间压力的双层层合圆筒的热冲击解。

关键词: 层合圆筒; 热冲击; 弹性动力学
中图分类号: O347.1; O347.4 文献标识码: A

引 言

结构的动强度是一个有意义的问题。由[1~7]可知这类问题已得到较广泛的关注, 但他们的研究仅局限于一个单层结构的动态热应力或层合结构的振动方面的研究。文献[8~13]利用某些方法求解了单层结构内的热动力应力的响应。然而, 在层合结构内的热冲击响应和热动力分布规律的研究, 对于自紧装配层合结构的管道的热冲击强度设计更具有实际的应用价值, 这类问题的研究和求解在某些方面有一定的难度, 至今尚不多见。

本文介绍一种解析方法, 求解具有初始层间压力的双层层合圆筒的动态热应力的瞬态响应。我们将由自紧装配双层层合圆筒引起的层间初始界面压力, 考虑作为一个热弹性动力学方程的初始条件。利用 Hankel 变换方法求得具有初始应力场单层圆筒的热弹性动力学解, 然后利用双层组合圆筒的边界条件和层间连接条件求得层合圆筒解中的待定常数, 最终得到具有初始层间压力的双层圆筒内的动态热应力瞬态响应的解析解。

在实例中, 计算了在一个任意冲击热载荷 $T(r, t)^{[13]}$ 作用下, 具有初始层间压力的双层圆筒的瞬态热应力响应。从计算的结果中, 可以看到热冲击响应对自紧装配双层层合圆筒引起的初始应力场的影响。

1 瞬态热冲击的初始状态

为了增强结构的强度, 经常将自紧装配的双层圆筒结构应用于某些层合管道结构中。此时层合结构的层间界面将具有初始装配压力。图 1 表示一个内径为 a , 外径为 b 的双层圆筒

收稿日期: 1998_02_23; 修订日期: 1998_10_05

作者简介: 王熙(1954~), 男, 江苏太仓人, 教授, 硕士, 工程力学系副主任。

结构 图中, $a_j, b_j (j = 1, 2)$ 分别表示第 j 层的内径和外径, 并且有 $a_1 = a, b_2 = b$ b_0 表示双层结构的层间半径 在两层结构装配前, $b_1 - a_2 = \delta_0$, δ_0 表示装配公差 ν_j 和 ρ_j 分别表示第 j 层的 Lamé 弹性常数

利用弹性静力学理论, 可以得到双层圆筒的层间装配压力(界面压力):

$$p_0 = \frac{\delta_0}{B_2 - B_1}, \tag{1a}$$

其中

$$B_1 = \frac{b_0^3}{2(\nu_1 + 1)(a^2 - b_0^2)} + \frac{a^2 b_0^2}{2\nu_1(a^2 - b_0^2)}, \tag{1b}$$

$$B_2 = \frac{b_0^3}{2(\nu_2 + 2)(b^2 - b_0^2)} + \frac{b^2 b_0^2}{2\nu_2(b^2 - b_0^2)} \tag{1c}$$

双层圆筒在层间处的初始位移分别为:

$$U_{0s}^1(r) = \left[\frac{b_0^2}{2(\nu_1 + 1)(a^2 - b_0^2)} r + \frac{a^2 b_0^2}{2\nu_1(a^2 - b_0^2)} \frac{1}{r} \right] P_0 \quad (a < r < b_0), \tag{2a}$$

$$U_{0s}^2(r) = \left[\frac{b_0^2}{2(\nu_2 + 2)(b^2 - b_0^2)} r + \frac{b^2 b_0^2}{2\nu_2(b^2 - b_0^2)} \frac{1}{r} \right] P_0 \quad (b_0 < r < b) \tag{2b}$$

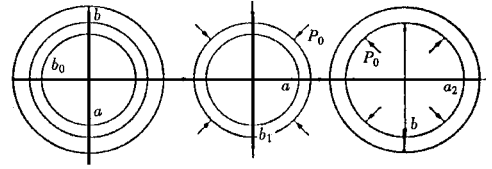


图 1 双层圆筒的几何结构

2 热弹性动力学方程和求解

如果一个较长圆筒受到突然的温度变化 $T(r, t)$ 作用时, 则该热冲击问题可以简化为一个轴对称平面应变问题, 此时结构内的非零位移仅有径向位移 $U(r, t)$, 相应的第 j 层圆筒的热弹性动力学位移平衡方程可表示为:

$$\frac{\partial^2 U^j(r, t)}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U^j(r, t)}{r} - \frac{\partial U^j(r, t)}{r^2} = \frac{1}{V_j^2} \frac{\partial^2 U^j(r, t)}{t^2} + T \frac{\partial T(r, t)}{r} \quad a_j < r < b_j, \tag{3}$$

其中: $V_j = \sqrt{(\nu_j + 1)/\rho_j}$, $T = \nu_j(1 + \nu_j)/(1 - \nu_j)$

V_j 和 ρ_j 分别表示第 j 层波速和质量密度 ν_j 和 ρ_j 分别表示第 j 层材料的泊松比和热膨胀系数

考虑具有层间界面压力的层合圆筒在初始时刻是静止的, 则方程(3)的初始条件可表示为:

$$U^j(r, 0) = U_{0s}^j(r), \quad \dot{U}^j(r, 0) = 0 \tag{4}$$

利用物理关系和几何关系, 可得到第 j 层热动应力的表达式:

$$\sigma_r^j = \left[(\nu_j + 2\nu_j) \frac{\dot{U}^j}{r} + \nu_j \frac{\dot{U}^j}{r} - \frac{E_j \nu_j}{1 - 2\nu_j} T \right], \tag{5a}$$

$$\sigma_\theta^j = \left[(\nu_j + 2\nu_j) \frac{U^j}{r} + \nu_j \frac{U^j}{r} - \frac{E_j \nu_j}{1 - 2\nu_j} T \right], \tag{5b}$$

$$\sigma_z^j = \nu_j (\sigma_r^j + \sigma_\theta^j) \tag{5c}$$

第 j 层热弹性动态平衡方程(3) 的解 $U^j(r, t)$ 可以看成是由热弹性解 $U_T^j(r, t)$ 和弹性解 $U_E^j(r, t)$ 组合而成的 即:

$$U^j(r, t) = U_T^j(r, t) + U_E^j(r, t), \tag{6}$$

其中, $U_T^j(r, t)$ 满足下列定义的热弹性方程和相应的初始条件:

$$\frac{\partial^2 U_T^j}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_T^j}{r} - \frac{U_T^j}{r^2} = T \frac{T(r, t)}{r}, \tag{7}$$

$$U_T^j(r, 0) = U_{0s}^j(r), \quad U_T^j(r, 0) / t = 0 \tag{8}$$

方程(7)的解可以求得为:

$$U_T^j(r, t) = U_{Tl}^j(r, t) + U_{0s}^j(r), \tag{9a}$$

$$\text{其中, } U_{Tl}^j(r, t) = \frac{T}{r} \int_{a_j}^r T(r, t) r dr + C_1^j r + C_2^j \frac{1}{r}, \tag{9b}$$

上式中的待定常数 C_1^j 和 C_2^j 由层合圆筒的边界条件和层间连接条件确定

将方程(6)代入方程(3), 利用方程(4)~(9), 可得下式:

$$\frac{\partial^2 U_E^j}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_E^j}{r} - \frac{U_E^j}{r^2} = \frac{1}{V_j^2} \left[\frac{\partial^2 U_E^j}{t^2} + \frac{\partial^2 U_{Tl}^j}{t^2} \right], \tag{10a}$$

$$U_E^j(r, 0) = U_E^j(r, 0) / t = 0, \tag{10b}$$

$$U_E^j(a_j, t) / r + h_a^j U_E^j(a_j, t) = 0, \tag{10c}$$

$$U_E^j(b_j, t) / r + h_b^j U_E^j(b_j, t) = 0, \tag{10d}$$

$$h_a^j = \rho_j / a_j (\rho_j + 2 \rho_j), \quad h_b^j = \rho_j / b_j (\rho_j + 2 \rho_j), \tag{10e, f}$$

其中, $U_E^j(r, t)$ 是满足零初始条件(10b) 和齐次边界条件(10c, d) 的非齐次方程(10a) 的解
 方程(10a) 中的 U_{Tl}^j 为方程(9) 所示的已知函数 如果, 我们定义 $U_E^j(\rho_j, t)$ 为 $U_E^j(r, t)$ 的有限 Hankel 变换, 则相应的表达式为:

$$U_E^j(\rho_j, t) = H[U_E^j(r, t)] = \int_{a_j}^{b_j} r U_E^j(r, t) G(\rho_j, r) dr \tag{11}$$

由 Hankel 的反变换可得 $U_E^j(r, t)$ 的表达式为:

$$U_E^j(r, t) = \int_{\rho_j} F(\rho_j) U_E^j(\rho_j, t) G(\rho_j, r), \tag{12a}$$

其中:

$$F(\rho_j) = 1 \int_{a_j}^{b_j} r [G(\rho_j, r)]^2, \tag{12b}$$

$$G(\rho_j, r) = J_1(\rho_j, r) Y_a - Y_1(\rho_j, r) J_a, \tag{12c}$$

上式中, $J_1(\rho_j, r)$ 和 $Y_1(\rho_j, r)$ 分别为第一类和第二类一阶贝塞尔函数 ρ_j 表示齐次方程(7) 的正实根

由 Hankel 变换的定义, 对非齐次方程(10a) 进行有限 Hankel 变换, 方程(10a) 可变为:

$$\frac{2J_a^j}{J_b^j} [U_E^j(b_j) + h_b^j U_E^j(b_j)] - \frac{2}{J_j^2} [U_E^j(a_j) + h_a^j U_E^j(a_j)] - (\rho_j)^2 U_E^j(\rho_j) = \frac{1}{V_j^2} \left[\frac{d^2 U_E^j}{dt^2} + \frac{d^2 U_{Tl}^j}{dt^2} \right] \tag{13}$$

由于方程(13) 中的 $U_E^j(r, t)$ 满足方程(10a) 的齐次边界条件(10c, d), 所以方程(13) 等式左边头二项中括号内表达式等于零 这时, 方程(13) 可简化为:

$$- (\rho_j)^2 U_E^j(\rho_j, t) = \frac{1}{V_j^2} \left[\frac{d^2 U_E^j}{dt^2} + \frac{d^2 U_{Tl}^j}{dt^2} \right] \tag{14}$$

对方程(14) 进行 Laplace 变换, 利用初始条件(10b), 我们有

$$U_E^j* = - U_{Tl}^j* + \frac{(\rho_j)^2 V_j^2}{(\rho_j V_j)^2 + p^2} U_{Tl}^j*, \tag{15}$$

上式中, p 表示 Laplace 变换参数 由方程(15) Laplace 的反变换和方程(9b) 可得

$$U_E^j(\dot{r}, t) = \dot{r}^j (\dot{r}) \dot{r}^j (\dot{r}, t) + LT(\dot{r}, t), \quad (16a)$$

其中,

$$\dot{r}^j (\dot{r}) = C_1^j R_1^j(\dot{r}) + C_2^j R_2^j(\dot{r}), \quad (16b)$$

$$R_1^j = H[r], R_2^j = H[1/r], \quad (16c, d)$$

$$\dot{r}^j = -1 + \int_0^t \dot{r}^j V_j \sin[\dot{r}^j V_j(t - \tau)] d\tau, \quad (16e)$$

$$LT = -T_c^j(\dot{r}, t) + \int_0^t \dot{r}^j V_j T_c^j \sin[\dot{r}^j V_j(t - \tau)] d\tau, \quad (16f)$$

$$T_c^j(\dot{r}, t) = H[T_c^j(r, t)], \quad (16g)$$

$$T_c^j(r, t) = \frac{j(1+j)}{r(1-j)} \int_0^r T(r, t) r dr \quad (16h)$$

由方程(12a)和(16a), 方程(10a)的解可以表示为:

$$U_E^j(r, t) = C_1^j \text{RIF}G_1(\dot{r}, r, t) + C_2^j \text{RIF}G_2(\dot{r}, r, t) + \text{LTF}G(\dot{r}, r, t), \quad (17a)$$

$$\text{RIF}G_1(\dot{r}, r, t) = R\dot{r}^j_1(\dot{r}, t) F(\dot{r}) G(\dot{r}r), \quad (17b)$$

$$\text{RIF}G_2(\dot{r}, r, t) = R\dot{r}^j_2(\dot{r}, t) F(\dot{r}) G(\dot{r}r), \quad (17c)$$

$$\text{LTF}G(\dot{r}, r, t) = LT(\dot{r}, t) F(\dot{r}) G(\dot{r}r), \quad (17d)$$

$$R\dot{r}^j_1 = R_1^j \dot{r}^j, R\dot{r}^j_2 = R_2^j \dot{r}^j \quad (17e, f)$$

将式(17a)和式(9a)代入式(6), 具有初始条件(4)的基本热弹性动力学方程(3)的解析解可表达为:

$$U^j(r, t) = C_1^j \left\{ r + \text{RIF}G_1(\dot{r}, r, t) \right\} + C_2^j \left\{ \frac{1}{r} + \text{RIF}G_2(\dot{r}, r, t) \right\} + \text{LTF}G(\dot{r}, r, t) + T_c^j(r, t) + U_{0s}^j(r) \quad (18)$$

将方程(18)代入式(5), 可以得到动态热应力的表达式

在热动应力和位移的表达式中的待定常数 $C_1^j, C_2^j (j = 1, 2)$, 可由双层圆筒的边界条件和层间连接条件来确定 如果, 具有初始层间压力的双层层合圆筒的瞬态响应是由突然变化的温度载荷 $T(r, t)$ 引起的, 则双层层合圆筒的边界条件和层间连接条件可以分别表示为:

() 双层层合圆筒的内外边界条件

$$\dot{r}_1(a, t) = 0, \dot{r}_2(b, t) = 0; \quad (19a, b)$$

() 双层圆筒的层间连接条件

$$\dot{r}_1(b_0, t) = \dot{r}_2(b_0, t), U^1(b_0, t) = U^2(b_0, t) \quad (20a, b)$$

将位移表达式(18)和应力表达式(5)分别代入式(19)和式(20), 可以得到用来确定解中待定常数 $C_1^j, C_2^j (j = 1, 2)$ 的具体方程式:

$$2(\nu_1 + 1) C_1^1 - \frac{2}{a^2} C_2^1 + (\nu_1 + 2\nu_1) \frac{dU_{0s}^1(a)}{dr} + \frac{1}{a} U_{0s}^1(a) - \frac{E_1}{1-2\nu_1} T(a, t) = 0, \quad (21a)$$

$$2(\nu_2 + 1) C_1^2 - \frac{2}{b^2} C_2^2 + (\nu_2 + 2\nu_2) \frac{dU_{0s}^2(b)}{dr} + \frac{1}{b} U_{0s}^2(b) - \frac{E_2}{1-2\nu_2} T(b, t) = 0, \quad (21b)$$

$$2(\nu_1 + 1) C_1^1 - \frac{2}{b_0^2} C_2^1 - \frac{E_1}{1-2\nu_1} T(b_0, t) =$$

$$2\left(\frac{1}{b_0} + \frac{1}{a}\right) C_1^2 - \frac{2}{b_0^2} C_2^2 - \frac{E_2}{1 - \nu_2} T(b_0, t), \tag{21c}$$

$$C_1^1 \left\{ b_0 + \frac{1}{a} \text{RIF} G_1\left(\frac{1}{a}, b_0, t\right) \right\} + C_2^1 \left\{ \frac{1}{b_0} + \frac{1}{a} \text{RIF} G_2\left(\frac{1}{a}, b_0, t\right) \right\} + T_c^1(b_0, t) + \text{LTF} G\left(\frac{1}{a}, b_0, t\right) + U_{0s}^1(b_0) = C_1^2 \left\{ b_0 + \frac{1}{a} \text{RIF} G_1\left(\frac{2}{a}, b_0, t\right) \right\} + C_2^2 \left\{ \frac{1}{b_0} + \frac{1}{a} \text{RIF} G_2\left(\frac{2}{a}, b_0, t\right) \right\} + T_c^2(b_0, t) + \text{LTF} G\left(\frac{2}{a}, b_0, t\right) + U_{0s}^2(b_0) \tag{21d}$$

由式(21)的4个方程可以正好确定4个待定常数 $C_1^j, C_2^j (j = 1, 2)$ 从而可以精确地得到具有初始层间压力的双层圆筒的瞬态热应力响应

3 实例和讨论

考虑具有初始层间压力的双层圆筒受到一个突然变化的指数衰减温度场作用:

$$T(r, t) = T_0 e^{-t}, \quad t \geq 0^+, \tag{22}$$

上式中, T_0 表示温度变化的幅值, $\lambda > 0$ 是一个衰减因子 在计算中, 取 $\lambda = 1000$, 则由式(22)可知此时温度变化可以看成热冲击载荷 为了考虑温载对层间初始压力的影响, 实际计算中将每层圆筒看作是相同材料制成的 相应的材料常数为: $E = 200 \text{ GPa}, \nu = 0.25, V = 5000 \text{ m/s}$ 双层圆筒的结构尺寸为: $(b - a) / a = 1, (b_0 - a) / a = 0.5$ 图3和图4分别表示双层圆筒内瞬态热应力的响应和分布规律 图中采用量纲为一的量, $\rho = \nu i / (b - a)$ 和 $i = i / (T_0 E)$, 表示双层结构内的初始应力

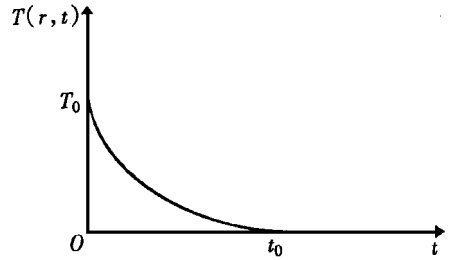


图2 热冲击曲线

图3描述了双层圆筒内热应力的响应历程 自图中可以观察到, 当双层圆筒突然受到 $T = T_0 e^{-t}$ 温度场作用时, 在同一时刻, 双层圆筒内每一点同时呈现热应力波传播 热应力波将同时从内向外和由外向内传播 由图3a中曲线(1)和图3b中曲线(2)可知, 径向热应力在双层圆筒的内外表面严格满足给定的零应力边界条件 由于应力波的传播干涉, 结构内其余各点的应力产生振荡现象 值得注意的是, 有时振荡的径向应力将使层间的初始压应力变为拉应力状态, 这表明此时双层自紧装配的圆筒将出现脱开现象

图4描述了结构内热应力沿着径向 r 随着时间 t 的变化规律 自图中, 可以见到, 当应力波从内表面向外表面传播的时刻, 热应力沿着径向的分布规律与应力波从外表面向内表面传播时, 热应力沿着径向的分布规律是不同的 这一现象可以认为是由于初始层间界面压力的干涉而引起的

通过实例讨论, 我们注意到在热冲击载荷作用下, 自紧装配的双层圆筒有时可能发生脱开现象 上述的分析方法和计算结果可以被广泛应用到层合增强结构在热冲击作用下的强度设计中 本文的实例计算是在 IBM PC 586 上进行的 当特征根数列取为 60 项时, 计算结果的收敛精度达到 99%, 而计算用的时间少于 2 min 由算例可知本文的方法是简便的, 具有较广泛的实际应用价值

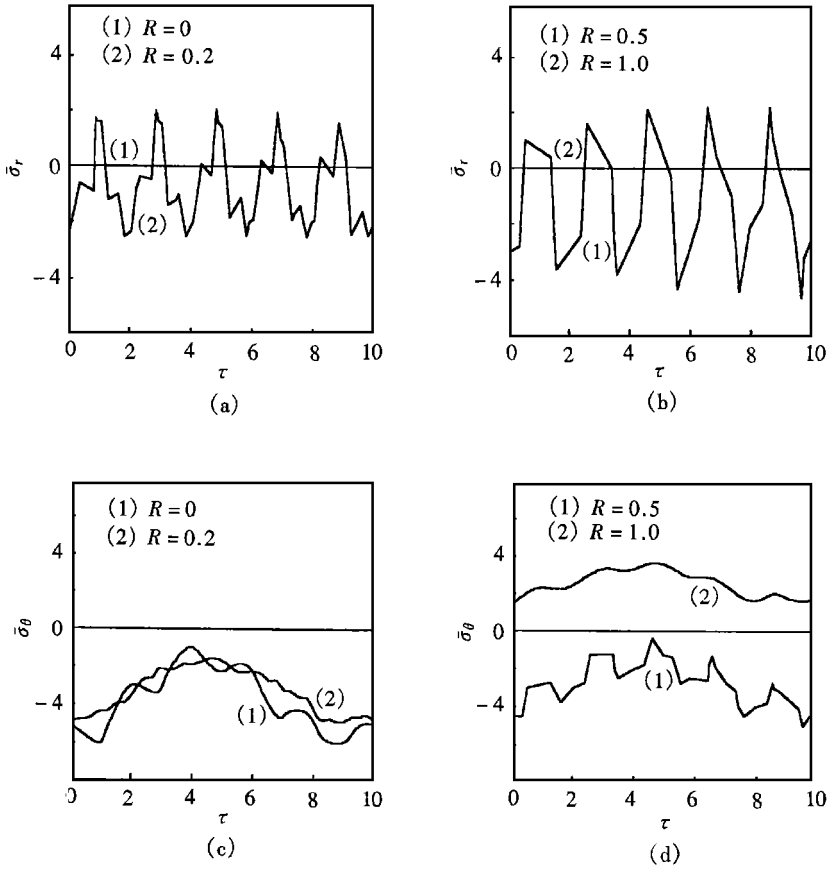


图3 双层圆筒内瞬态热应力的响应历程 $\bar{\sigma}_i = \sigma_i / (T_0 E)$, $(b - a) / a = 1$, $(b_0 - a) / a = 0.5$, $R = (r - a) / a$, $\tau = Vt / (b - a)$

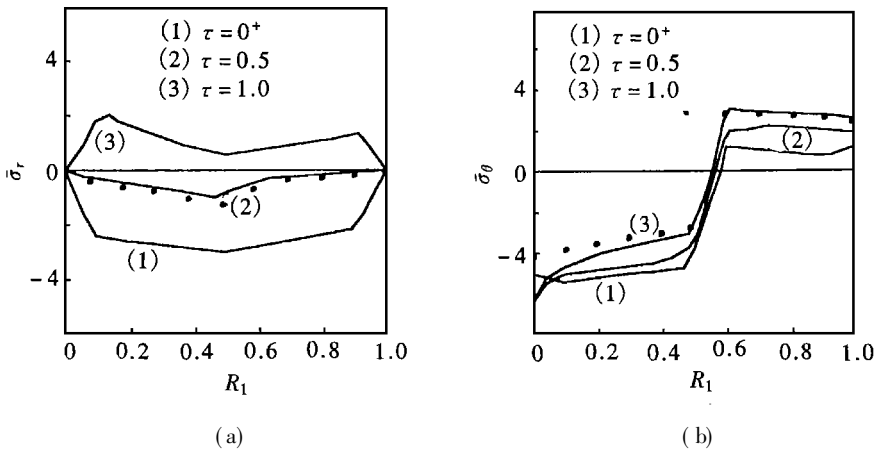


图4 双层圆筒内瞬态热应力的分布 $\bar{\sigma}_i = \sigma_i / (T_0 E)$, $(b - a) / a = 1$, $(b_0 - a) / a = 0.5$, $R = (r - a) / a$, $\tau = Vt / (b - a)$

[参 考 文 献]

- [1] Yu Y Y. Vibrations of elastic sandwich cylinder shell[J]. J Appl Mech, ASME, 1960, **28**(3) : 653~ 662.
- [2] Chu H N. Vibrations of honeycomb sandwich cylinder[J]. J Aero Sci, 1961, **28**(6) : 930~ 939.
- [3] Bineniek M P, Freudenthal A M. Forced vibrations of cylindrical sandwich shell[J]. J Aero Sci, 1962, **29**(1) : 180~ 184.
- [4] Jones J P, Whittier T S. Axially symmetric motion of a two layered Timoshenko_type cylindrical shell[J]. J Appl Mech, ASME, 1966, **34**(4) : 838~ 844.
- [5] Achenbach J D, Fang S J. Asymptotic analysis of the modes of wave propagation in a solid cylinder [J]. J Acoust Soc Am, 1970, **47**(8) : 1282~ 1289.
- [6] Nelson Dong, Kalra. Vibration and waves in laminated orthotropic circular cylinders[J]. J Sound Vibration, 1971, **18**(2) : 429~ 444.
- [7] Wang X, Gong Y. An elastodynamic solution for multilayered cylinders[J]. Int J Engng Sci, 1992, **30**(1) : 25~ 33.
- [8] Ho C H. Stress focusing effect in a uniformly heated cylindrical rod[J]. J Appl Mech, ASME, 1976, **43**(2) : 404~ 408.
- [9] Pao Y H, Ceranoglu A N. Determination of transient response of a thick walled spherical shell by ray theory[J]. J Appl Mech, ASME, 1978, **45**(1) : 114~ 122.
- [10] Tsui T, Kraus H. Thermal stress wave propagation in hollow elastic spheres[J]. J Acoust Soc Am, 1965, **37**(4) : 730~ 737.
- [11] Zaker T A. Dynamic thermal shock in a hollow sphere[J]. Quart Appl Math, 1968, **26**(3) : 503~ 512.
- [12] Hata T. Thermal shock in a hollow sphere caused by rapid uniform heating[J]. J Appl Mech, ASME, 1991, **58**(1) : 64~ 69.
- [13] Wang X. Thermal shock in a hollow cylinder caused by rapid arbitrary heating[J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, **183**(5) : 899~ 906.

Dynamic Thermal Shock in a Layered Cylinder With Initial Interface Pressure

Wang Xi

(Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, P R China)

Abstract: An analytical method is developed to determine the transient response of dynamic stress in a two-layered cylinder with initial interface pressure. At first, the initial interface pressure in a two-layered cylinder caused by a heat assembling method is considered as the initial condition of a thermal elastodynamic equilibrium equation. Thus, a thermal elastodynamic solution for a separate hollow cylinder with the initial stress field is found out by means of a series of simply mathematical transform. By making use of the boundary conditions and continuity conditions of a layered cylinders, the solution for the thermal shock exerting an influence on the initial interface pressure in a two-layered cylinder is also discussed.

Key words: layered cylinder; dynamic thermal shock; elastodynamics