

集成结构振动主动控制和抑制^{*}

王忠东¹, 陈塑寰², 扬晓东³

¹ 解放军农牧大学 农学农机系, 长春 130062;

² 吉林工业大学 力学系, 长春 130022;

³ 吉林职业师范学院 机械工程系, 长春 130032

(孙焕纯推荐)

摘要: 采用一种新的压电板单元, 建立了含有分布压电传感元件和执行元件的集成结构的有限元动力模型。研究了这种集成结构在常增益负速度反馈控制规律作用下, 振动的主动控制与抑制的问题, 并提出了集成结构振动主动控制和抑制的一般方法。最后, 提供了数值示例, 说明本文提出方法的有效性。

关键词: 集成结构; 压电传感元件和执行元件; 振动主动控制和抑制

分类号: O342 **文献标识码:** A

引 言

由于工作性能的要求, 空间工作站、卫星、飞机等结构所用的材料重量轻, 内部产生的阻尼小, 这样它们在工作中将产生大幅度的振动, 这些振动将严重影响其工作精度及工作性能。因此在这些结构中采用适当的控制系统控制其振动是非常必要的。

由于上述结构均属于参数分布的系统, 在工作中要产生无数个模态。只有采用具有分布传感元件和执行元件的控制系统才能有效地监测和控制结构在工作中的振动。在一般的工程结构的上下表面连续地布置一层压电材料, 压电材料的正逆压电性使得它们能够分别充当分布的传感元件和执行元件, 然后通过控制系统将它们连接起来, 这样构成的复合结构称为集成结构。由于集成结构具有主动监测和主动控制主结构全部模态的能力, 因此它已应用到结构的振动控制中^[1]。

用有限元法分析集成结构的动态特性最早见于文献[2, 3], 最近文献[4, 5]也分别讨论了有限元法在智能结构动态特性分析中的应用。这些文献基本上是采用六面体等参元来构造有限元模型。由于智能结构中压电材料层特别薄, 采用六面体等参元建模, 就必须增加单元的内部自由度, 以克服薄结构用厚单元建模而产生的缺点, 这样既使问题变得复杂, 又使问题的总自由度增加。

本文主要作了两方面的工作: 一是用新的压电板单元建立了集成结构的有限元动力模型, 并进行了模态分析; 二是分析了集成结构在常增益负速度反馈控制律作用下振动的主动控制

* 来稿日期: 1996_12_30; 修订日期: 1998_09_28
基金来源: 国家自然科学基金资助项目(59575025)
作者简介: 王忠东(1962~), 男, 副教授, 工学博士

和抑制问题,提出了集成结构振动主动控制和抑制的一般方法•

1 集成结构的有限元动力模型的建立

一般的集成结构构成如图 1 所示,它是由主结构、上下压电材料和控制系组成• 上下压电材料分别充当执行元件和传感元件•

1.1 本构方程

压电材料区是指集成结构中的压电传感元件和执行元件区,压电材料区的本构方程就是压电材料的正逆压电效应方程• 板形压电传感元件和执行元件的压电效应方程为

$$\begin{cases} \{D\} = [e] \{ \epsilon \} + [\zeta] \{ E \}, \\ \{ \sigma \} = [D_p] \{ \epsilon \} - [e]^T \{ E \}, \end{cases} \quad (1.2)$$

其中, $\{D\}$ 为电位移, $\{ \sigma \}$ 为应力, $\{ \epsilon \}$ 为应变, $\{ E \}$ 为电场强度, $[D_p]$, $[e]$, $[\zeta]$ 分别为压电区的弹性常数阵、压电常数阵和介电常数阵•

弹性材料区是指集成结构中的主结构区,本构方程为

$$\{ \sigma \} = [D_m] \{ \epsilon \}, \quad \text{一层} \quad \text{和控制} \quad (1.3)$$

式中, $[D_m]$ 为主结构区的弹性常数矩阵•

1.2 有限元离散化

采用任意等参四边形薄板弯曲单元^[6],并在每个节点上引进电自由度,该单元如图 2 所示• 这种单元具有 4 个节点、12 个位移自由度和 4 个电自由度•

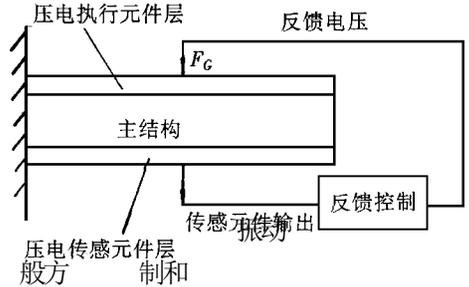


图 1 集成结构的构成

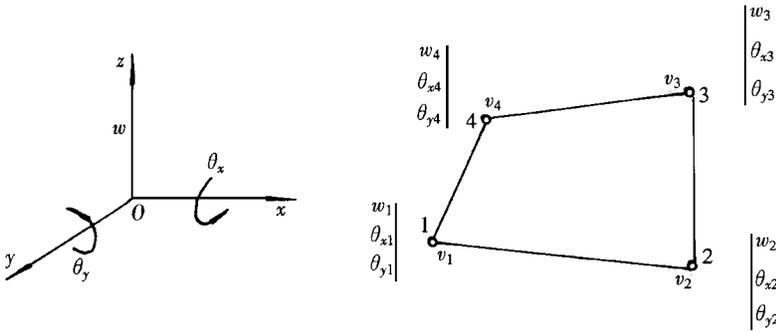


图 2 压电板弯曲单元

单元节点位移变量 $\{ u^e \}$ 表示为

$$\{ u^e \} = \{ w_1 \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y1} \quad w_2 \quad \theta_{x2} \quad \theta_{y2} \quad \dots \quad w_4 \quad \theta_{x4} \quad \theta_{y4} \}^T, \quad \text{振动} \quad (1.4)$$

其中, w 是挠度, $\theta_x = \partial w / \partial y$, $\theta_y = - \partial w / \partial x$ •

利用插值函数,将 w 表示成节点位移变量的形式

$$w = [N_u] \{ u^e \} = [N_1 \quad N_{x1} \quad N_{y1} \quad N_2 \quad N_{x2} \quad N_{y2} \quad \dots \quad N_4 \quad N_{x4} \quad N_{y4}] \{ u^e \}, \quad (1.5)$$

其中, $N_1, N_{x1}, N_{y1}, \dots, N_4, N_{x4}, N_{y4}$ 为位移形函数^[6]•

应变变量 $\{\varepsilon\}$ 表示成单元节点位移变量的函数, 即

$$\{\varepsilon\} = z [B_u] \{u^e\}, \quad (1.6)$$

其中, $[B_u] = [B_{u1} \ B_{u2} \ B_{u3} \ B_{u4}]$, 并且

$$[B_{ui}] = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 N_i}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_{xi}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_{yi}}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 N_i}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_{xi}}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 N_{yi}}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 N_i}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_{xi}}{\partial x \partial y} & 2 \frac{\partial^2 N_{yi}}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}.$$

单元节点电势变量 $\{v^e\}$ 表示为

$$\{v^e\} = \{v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4\}^T. \quad (1.7)$$

利用插值函数, 将电势变量 $\{v\}$ 表示成单元节点电势变量的形式

$$\{v\} = [N_v] \{v^e\} = [N_{v1} \ N_{v2} \ N_{v3} \ N_{v4}] \{v^e\}, \quad (1.8)$$

其中, $N_{v1}, N_{v2}, N_{v3}, N_{v4}$ 为电势形函数, 它们表示为

$$N_{v1} = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta), \quad N_{v2} = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta), \\ N_{v3} = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta), \quad N_{v4} = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta).$$

电场 $\{E\}$ 是指电势 v 负方向的梯度, 即

$$\{E\} = - \nabla v = - [B_v] \{v\}, \quad (1.9)$$

其中

$$[B_v] = [B_{v1} \ B_{v2} \ B_{v3} \ B_{v4}], \quad [B_{vi}] = \left[\frac{\partial N_{vi}}{\partial x} \quad \frac{\partial N_{vi}}{\partial y} \quad \frac{\partial N_{vi}}{\partial z} \right]^T.$$

1.3 有限元方程的建立

由 Hamilton 原理故

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T_e - U_e - W_e) dt = 0, \quad (1.10)$$

式中, U_e, T_e, W_e 分别为集成结构的单元势能、动能及外力作的功。

单元的动能为

$$T_e = \frac{1}{2} \int_{V_m} \rho_m \{u\}^T \{u\} dV + \frac{1}{2} \int_{V_p} \rho_p \{u\}^T \{u\} dV, \quad (1.11)$$

式中, ρ_m, ρ_p 分别为弹性材料和压电材料的质量密度; $\{u\}$ 为速度向量; V_m, V_p 分别指主结构区、压电材料区; V 为单元的体积。

单元的势能为

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{V_m} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV + \frac{1}{2} \int_{V_p} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \frac{1}{2} \int_{V_p} \{E\}^T \{D\} dV. \quad (1.12)$$

面力及施加在结构压电材料区上电荷面密度所作的功为

$$W_e = \int_{S_1} \{ u^T \{ f_s^e \} dS - \int_{S_2} \{ v^T \sigma^e dS, \quad (1.13)$$

式中, S_1, S_2 分别为集成结构上面力及电荷面密度作用的表面; $\{ f_s^e \}, \sigma^e$ 分别为面力向量和电荷面密度.

将式(1.1)~(1.9)及(1.11)~(1.13)代入式(1.10),并考虑结构的阻尼,则得集成结构单元运动方程,

$$([m_p] + [m_m]) \{ \dot{u}^e \} + [c_s] \{ u^e \} + ([k_{uum}] + [k_{uup}]) \{ u^e \} + [k_w] \{ v^e \} = \{ F_s^e \}, \quad (1.14)$$

$$[k_{vu}] \{ u^e \} - [k_{vv}] \{ v^e \} = \{ F_c^e \}, \quad (1.15)$$

式中,

$$\begin{aligned} [m_p] &= \int_V [N_u]^T \rho_p [N_u] dV, [m_m] = \int_V [N_u]^T \rho_m [N_u] dV, \\ [k_{uum}] &= z^2 \int_V [B_u]^T [D_m] [B_u] dV, [k_{uup}] = z^2 \int_V [B_u]^T [D_p] [B_u] dV, \\ [k_w] &= [k_{vu}]^T = z \int_V [B_u]^T [e]^T [B_v] dV, [k_{vv}] = \int_V [B_v]^T [z] [B_v] dV, \\ \{ F_s^e \} &= \int_{S_1} [N_u]^T \{ f_s^e \} dS, \{ F_c^e \} = - \int_{S_2} [N_v]^T \sigma^e dS. \end{aligned}$$

将 $[m] = [m_p] + [m_m], [k_{uu}] = [k_{uum}] + [k_{uup}]$ 代入方程(1.14),则得

$$[m] \{ \ddot{u}^e \} + [c_s] \{ \dot{u}^e \} + [k_{uu}] \{ u^e \} + [k_w] \{ v^e \} = \{ F_s^e \}. \quad (1.16)$$

采用 Guyan 凝聚方法,将电势向量凝聚掉,则得修正后的单元运动方程

$$[m] \{ \ddot{u}^e \} + [k] \{ u^e \} = \{ F_s^e \} + \{ F_t^e \}, \quad (1.17)$$

其中,

$$[k] = [k_{uu}] + [k_w] [k_{vv}]^{-1} [k_{vu}], \{ F_t^e \} = [k_w] [k_{vv}]^{-1} \{ F_c^e \}. \quad (1.18)$$

单元电势向量可由下式恢复

$$\{ v^e \} = [k_{vv}]^{-1} \{ [k_{vu}] \{ u^e \} - \{ F_c^e \} \}. \quad (1.18)$$

一般情况下,在集成结构的压电传感元件层上外电场为零.因此,压电传感元件层单元电势输出为

$$\{ v^e \} = [k_{vv}]^{-1} [k_{vu}] \{ u^e \}. \quad (1.19)$$

经过单元组装后,整个集成结构的运动方程为

$$[M] \{ \ddot{u} \} + [C_s] \{ \dot{u} \} + [K] \{ u \} = \{ F_s \} + \{ F_T \}. \quad (1.20)$$

整个压电传感元件层的电势输出为

$$\{ V \} = [K_{vv}]^{-1} [K_{vu}] \{ u \}. \quad (1.21)$$

2 集成结构振动的主动控制及抑制

由方程(1.20)故,方程的载荷项由两部分组成,即机械载荷和电载荷.当采用闭环反馈控制时,电载荷 $\{ F_T \}$ 可以看成成为反馈控制力.它表示为

$$\{ F_T \} = [K_w] [K_{vv}]^{-1} \{ V \}, \quad (2.1)$$

式中 $\{ V_F \}$ 是一个与压电传感元件层输出电势有关的函数,它由反馈控制律来决定.

采用常增益负速度反馈控制律,则有

$$\{V_F\} = -G\{u\} = -G[K_{vv}]^{-1}[K_{vu}]\{u\}, \tag{2.2}$$

式中 G 为反馈增益。

因此 为 集成

$$\{F_T\} = +[[K_w][K_w]^{-1}G[K_w]^{-1}[K_{vu}]\{u\} = -[C_E]\{u\} \cdot \text{的阻} \tag{2.3}$$

将式(2.3)代入式(1.20), 整理后则有

$$[M]\{\ddot{u} + N([C_s] + [C_E])\{u\} + [K]\{u\} = \{F_s \cdot j\} + [e] \tag{2.4}$$

由式(2.4)可以看出, 系统方程的阻尼项由两项组成, 一项是智能结构本身的阻尼, 一项是由反馈控制力所引起的等效阻尼。这样, 通过闭环反馈控制, 集成结构的总的阻尼增加了, 进而提高了其抑制自己振动的能力。从方程(2.3)中, 我们也可以看出, 当集成结构的参数不变时, 改变反馈增益, 可改变结构的瞬态响应, 从而达到振动主动控制的目的。

3 数值示例

一集成板结构如图3所示, 其上下表面是连续分布的压电执行元件和传感元件层, 中间为主结构。

3.1 模态分析

对上述集成板结构分别进行了位移模态和模态电压分布分析。前三阶位移模态如图4所示。可以看出, 板的第一位移模态是弯曲模态, 第二位移模态是扭转模态, 第三位移模态是翘曲模态。

由式(1.21)故, 计算出结构各节点的位移后, 就能计算出各节点的输出电压。将所有节点电压的幅值连接起来, 就得到了压电传感元件层输出电压的分布。因此, 一旦给出了位移模态, 就能获得与之对应的电压分布, 我们称此电压分布为模态电压分布。相应于前三阶位移模态的模态电压分布如图5所示。从图5可以看出, 产生最大位移的节点处产生最大电压, 产生最小位移节点处产生最小电压, 这种变化是符合方程(1.21)的。

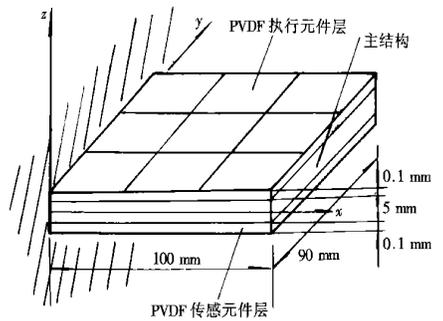
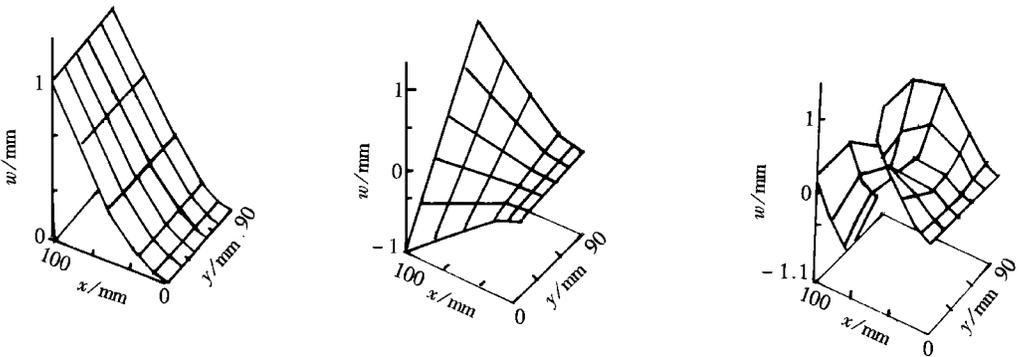


图3 集成板结构



(a) 第一模态

(b) 第二模态

(c) 第三模态

图4 集成板结构的位移模态

3.2 振动主动控制和抑制

利用 Willson_0 法分析板的位移瞬态响应情况, 在板的自由端部分别给定一个初始弯曲位移和扭转位移, 计算出板自由端部的位移响应。当反馈增益分别为 0、100、140 时, 板自由端部的挠度响应曲线如图 6、7 所示。相应的相对挠度响应曲线的包络线如图 8 所示。从以上各图可以看出, 随着反馈增益的增大, 位移衰减幅度加大, 衰减速度加快。因此在具有分布参数的弹性系统中采用集成结构, 可以控制和抑制系统的振动。

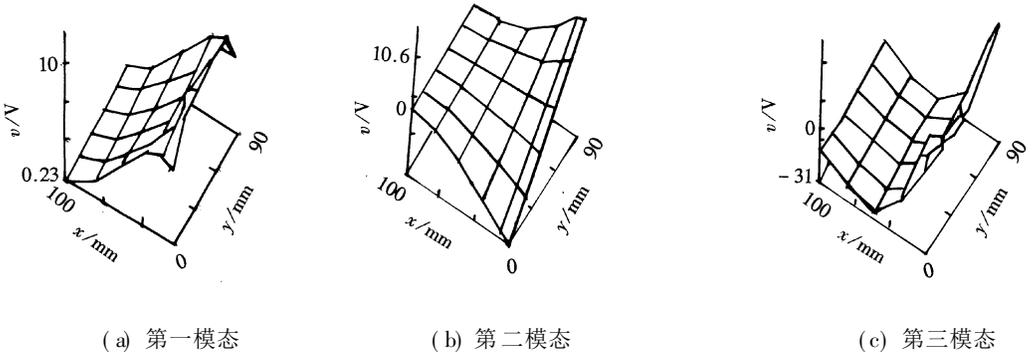


图 5 集成板结构的模态电压分布

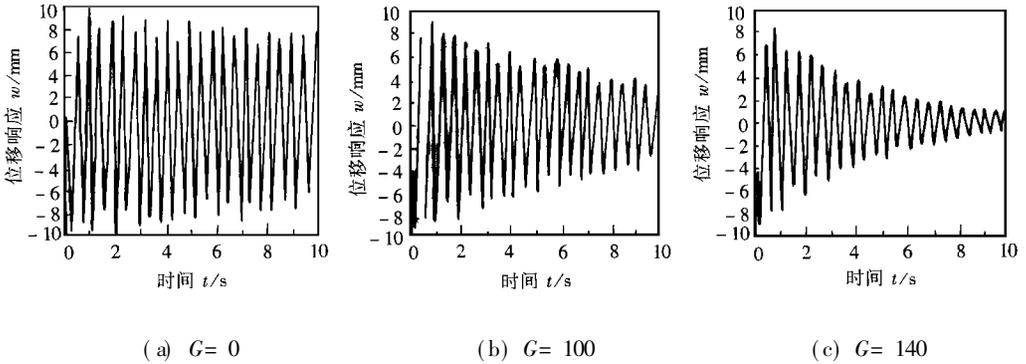


图 6 给定初始弯曲位移时板端部位移响应

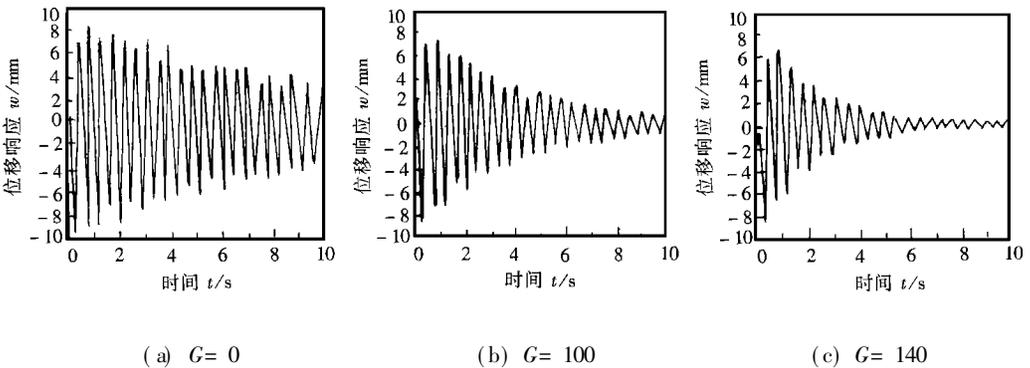
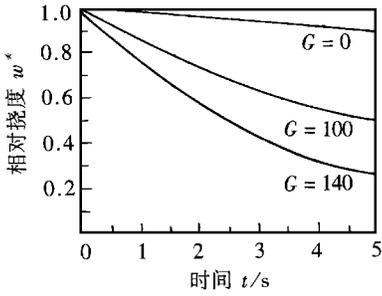


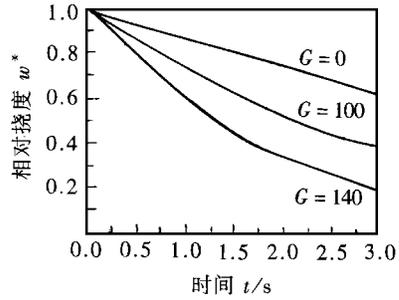
图 7 给定初始扭转位移时板端部位移响应

4 结 论

本文以一种新的压电板单元为基础, 建立了含有分布压电传感元件和执行元件的集成结



(a) 给定初始弯曲位移



(b) 给定初始扭转位移

图8 板端部位移响应曲线的包络线

构的有限元动力模型。采用常增益负速度反馈控制律,研究了集成结构振动控制和抑制的问题。

通过研究,我们得出这样的结论,当对集成结构的控制系统采用常增益负速度闭环反馈控制律时,集成结构的整个阻尼得到了提高,从而集成结构能有效地抑制其振动。当集成结构的结构参数不变时,位移响应只与反馈增益有关,改变反馈增益可以达到控制结构振动的目的。由于采用闭环反馈控制,集成结构可以主动实时地监测和控制其本身的振动。

参 考 文 献

- [1] Lee C K, O' sullivan T C, Chiang W W. Piezoelectric strain sensor and actuator design for active vibration control[A]. In: Proceeding of the AIAA/ASME/ASCE/AHS 32nd Structural Dynamics and Materials Conference[C]. Washinton D C: AIAA, 1991
- [2] Allik H, Huges T J R. Finite element method for piezoelectric vibration[J]. Int J Numer Method Eng, 1970, 2(4): 151~ 157
- [3] Allik H, Webman K M, Hunt J T. Vibration response of sonar transducers using finite element[J]. J Acoust Soc Am, 1973, 56(2): 1782~ 1791
- [4] Tseng C I. Electromechanical dynamics of a coupled piezoelectric/mechanical system applied to vibration control and distributed sensing[D]. Ph D Dissertation, Lexington KY: Univ of Katucky, 1989
- [5] Tzou H S, Tseng C I. Distributed piezoelectric sensor/ actuator densign for dynamic measurement/control of distributed systems: A piezoelectric finite element approach[J]. Journal of Sound and Vibration, 1990, 138(1): 17~ 34
- [6] 罗崧发, 潘光明. 非正交边界薄板弯曲问题的一种新单元[J]. 计算结构力学及应用, 1985, 2(3): 65 ~ 72

Active Vibration Control and Suppression for Integrated Structures

Wang Zhongdong¹, Chen Suhuan², Yang Xiaodong³

¹Department of Agronomy and Agricultural Machinery, University of Agriculture and Animal Sciences of PLA, Changchun 130062, P R China;

²Department of Mechanics, Jilin University of Technology, Changchun 130022, P R China;

³Department of Mechanical Engineering, Jilin Vocational Teacher College, Changchun 130032, P R China

Abstract: The finite element dynamic model for integrated structures containing distributed piezoelectric sensors and actuators (S/As) is formulated with a new piezoelectric plate bending element in this paper. The problem of active vibration control and suppression of integrated structures is investigated under constant gain negative velocity feedback control law. A general method for active vibration control and suppression of integrated structures is presented. Finally, numerical example is given to illustrate the validity of the method proposed in this paper.

Key words: integrated structures; piezoelectrics sensors and actuators; active vibration control and suppression