

# 低渗透介质含启动压力梯度一维 瞬时压力分析\*

宋付权, 刘慈群, 李凡华

中科院渗流流体力学研究所, 廊坊 065007

**摘要:** 考虑启动压力梯度的影响, 本文得到了在一维低渗透岩心和圆形油藏中一开一关渗流的数学方程, 并进行有动边界问题的数值求解。以数值解为基础, 分析了: 1. 渗流终态时井底(或岩心采液端)压力及压力影响半径(或距离)与启动压力梯度和关闭时间的关系, 并给出相应的公式; 2. 压力峰值的传播规律。得到了有意义的结果, 为低渗透油藏开发室内实验和现场应用提供理论基础。

**关键词:** 低渗透油藏; 启动压力梯度; 动边界; 数值模拟

**分类号:** TE312      **文献标识码:** A

## 引 言

实验<sup>[1, 2, 3]</sup>表明低渗透油藏的渗流不符合达西定律, 其明显的特点抽象化后表现为: 具有启动压力梯度, 即只有在作用压力梯度大于一临界值时, 流体才能流动, 这个临界值被称为启动压力梯度。自从 B. A. 弗洛林<sup>[1]</sup>(1951) 提出启动压力梯度的概念以来, 由于经济和技术的原因, 这方面研究的进展并不大。近年来随着中国对低渗透油田的开发, 这个问题的研究已成为一个热点。本文旨在通过对一维多孔介质中一开一关渗流的研究, 揭示含启动压力梯度油藏中渗流的一般规律, 为低渗透油藏开发室内实验和现场应用提供理论基础。

## 1 单相渗流一开一关压力动态分析

假定岩心半无限长, 考虑启动压力梯度时, 一维岩心中的一开、一关过程可理解为: 初始时刻, 岩心处于高压(或低压)稳态,  $t_D = 0$  时刻, 岩心一端定流量产出(或注入), 由于启动压力梯度的存在, 在岩心中将有动边界不断向外扩展;  $t_D = t_{pD}$  时刻, 停止产出(或注入), 动边界将继续向外扩展, 直至达到平衡。

### 1.1 数学方程

考虑启动压力梯度时, 一维岩心一开一关渗流的基本微分方程为:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (1.1)$$

初始条件为:

$$p_D |_{t_D=0} = 0, \quad (1.2)$$

\* 收稿日期: 1997\_09\_08; 修订日期: 1998\_

作者简介: 宋付权(1970~), 男, 博士生

内边界条件为:

$$\left. \frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right|_{x_D=0} = Q_D(t_D) + \lambda_D, \quad Q_D = \frac{Q(t_D)}{Q_c} = \begin{cases} 1 & (t_D \leq t_{pD}) \\ 0 & (t_D > t_{pD}), \end{cases} \text{ 并} \quad (1.3)$$

动边界条件为:

$$\left. \frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right|_{x_D=x_{fD}} = -\lambda_D, \quad p_D|_{x_D=x_{fD}} = 0, \quad (1.4)$$

量纲一的量定义为:

$$p_D = \frac{\pi k r_w (p_i - p)}{Q_c \mu}, \quad \lambda_D = \frac{\pi k r_w^2 \lambda}{Q_c \mu},$$

$$x_D = \frac{x}{r_w}; \quad t_D = \frac{kt}{(\phi \mu c_t) r_w^2},$$

式中  $r_w$  为岩心截面半径。

## 1.2 数值分析

对控制方程(1.1)~(1.4)进行差分,得离散方程为(注:省略无量纲标志):

$$p_{i-1}^{n+1} - \left[ 2 + \frac{\Delta x^2}{\Delta t} p_i^{n+1} + p_{i+1}^{n+1} = \frac{\Delta x^2}{\Delta t} p_i^n \right] \quad (i = 2, \dots, n), \quad (1.5)$$

$$p_i^0 = 0 \quad (i = 1, \dots, n+1), \quad (1.6)$$

$$p_1^{n+1} - p_2^{n+1} = \Delta x \cdot (Q_D(t_D) + \lambda_D), \quad (1.7)$$

$$p_n^{n+1} - p_{n+1}^{n+1} = \Delta x \cdot \lambda_D, \quad (1.8)$$

$$p_{n+1}^{n+1} = 0. \quad (1.9)$$

计算  $n+1$  时刻时,先给定边界  $x_{fD}$ ,并对边界内空间等距离散成  $n+1$  个节点,然后利用  $n+2$  个方程,求出  $n+2$  个未知数:  $p_i^{n+1} (i = 1, \dots, n+1), \Delta t$ 。

用以上差分方法,我们计算出了所有的图、表。

## 1.3 产出端压力动态分析

图1、2为产出端(以下简称端点)在一开一关过程中的压力动态,关闭生产时刻为  $t_{pD} = 2.0$ ,图1中的双对数平行段表明渗流的主体为线性。图1、2表明,定产时,启动压力梯度越大,压力差越大。

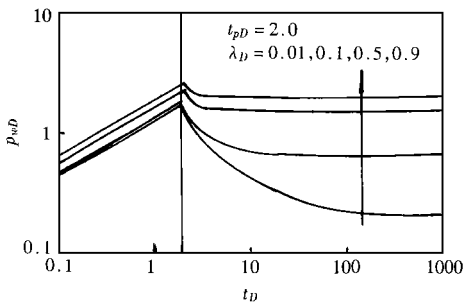


图1 一维低渗岩心一开一关  
端点处的压力状态

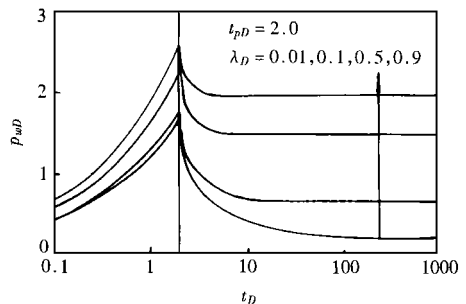


图2 一维低渗岩心一开一关  
端点处的压力动态

图3为一开一关过程中动边界在低渗岩心中的传播过程,表明  $\lambda_D$  越大,动边界传播越慢,且关闭生产后动边界在较短的距离内就停止运动。

表 1 中总结了不同关闭时刻和启动压力梯度下终态时动边界的位置和端点压力, 比较  $p_{wmD}$  和  $(\lambda_D \cdot x_{mD})$  的数值, 可以得出结论: 忽略误差时, 二者相等, 由图 4 也可得出相同的结论, 即终态时, 端点压差等于启动压力梯度与压力影响距离  $(x_{mD})$  的乘积:

$$p_{wmD} = \lambda_D \cdot x_{mD} \quad (1.10)$$

图 5 表明一维低渗岩心一开一关终态时, 端点压差与  $(t_{pD} \cdot \lambda_D)$  的关系在双对数坐标图上呈直线, 经线性拟合的其规律近似为:

$$\lg(p_{wmD}) = 0.4944 \lg(t_{pD} \cdot \lambda_D) + 0.1645 \quad (1.11)$$

图 6 表明一维低渗岩心一开一关终态时, 动边界与  $(t_{pD}/\lambda_D)$  的关系在双对数坐标图上呈直线, 经线性拟合的其规律近似为:

$$\lg(x_{mD}) = 0.5060 \lg(t_{pD}/\lambda_D) + 0.1501 \quad (1.12)$$

表 1 一维岩心中不同关闭时刻和启动压力梯度下终态数值分析表

$t_{pD}$	$\lambda_D$	$x_{mD}$	$\lambda_D \cdot x_{mD}$	$p_{wmD}$
2.0	0.01	21.0	0.21	0.2114
	0.1	6.4	0.64	0.6448
	0.5	2.9	1.45	1.4797
	0.9	2.1	1.89	1.9533
5.0	0.01	33.0	0.33	0.3333
	0.1	1.04	1.04	1.0404
	0.5	4.5	2.25	2.2918
	0.9	3.4	3.06	3.0938
10	0.01	46.8	0.468	0.4688
	0.1	14.2	1.42	1.4320
	0.5	6.4	3.20	3.2281
	0.9	4.8	4.32	4.3393
20	0.01	66.0	0.66	0.6666
	0.1	20.5	2.05	2.0671
	0.5	9.0	4.50	4.5398
	0.9	6.7	6.03	6.1052

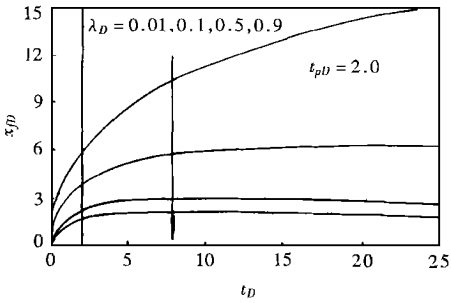


图 3 一维低渗岩心一开一关动边界的传播过程

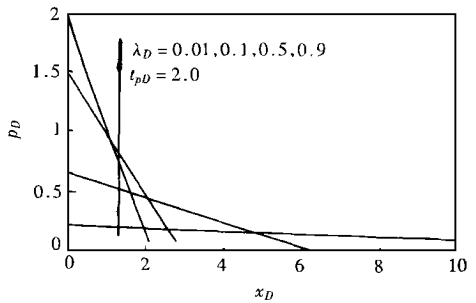


图 4 一维低渗岩心一开一关的稳态压力分布

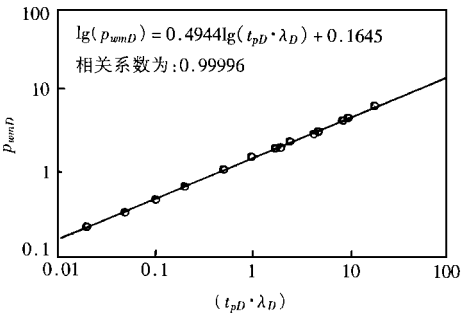


图 5 一维低渗岩心一开一关终态  $p_{wmD}$  与  $(t_{pD} \cdot \lambda_D)$  的关系

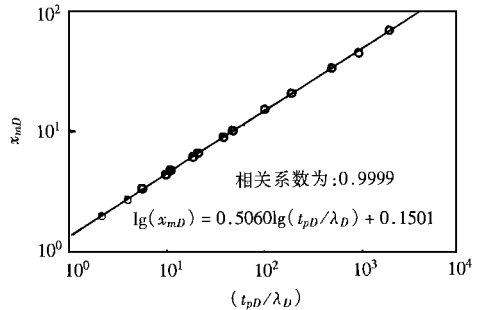


图 6 一维低渗流岩心一开一关终态  $x_{mD}$  与  $(t_{pD}/\lambda_D)$  的关系

方程(1.11)的结论是非常有用的,因为当我们确定终态动边界不受岩心另一端影响时,可以通过关闭时间  $t_{pD}$  和端点终态压差  $p_{wmD}$ , 求出启动压力梯度。

#### 1.4 岩心中任意点压力动态分析

图7为  $t_{pD} = 2$  时  $x_D = 0.6$  点的压力动态, 图中表明: 在峰值存在的情况下,  $\lambda_D$  越大, 峰值越高。图8是压力峰值在岩心中的传播过程图( $\lambda_D = 0.01, t_{pD} = 2$ ), 在关闭时刻, 峰值在端点, 然后随时间向岩心另一端移动, 且峰值下降, 直到峰值消失。这说明压力峰值的存在是有条件的。分析表明在岩心中任意点峰值存在的条件是:  $p_D > \lambda_D$ , 且尚未达到平衡态。

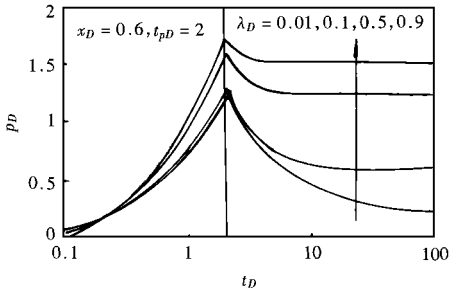


图7 一维低渗岩心一开一关  
 $x_D = 0.6$  处的压力动态

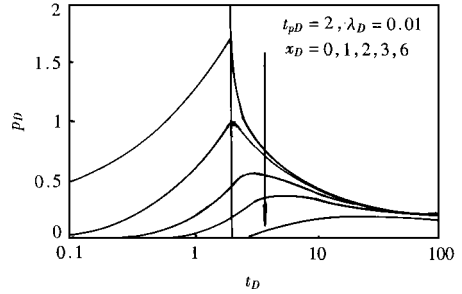


图8 一维低渗岩心一开一关压  
力峰值的传播过程

#### 1.5 稳态时的理论分析

稳态时, 一维低渗岩心中渗流的控制方程及边界条件为:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = 0, \quad p_D |_{x_D = x_{mD}} = 0, \quad \frac{\partial p_D}{\partial x_D} \Big|_{x_D=0} = -\lambda_D, \quad (1.13)$$

解之得:

$$p_D = \lambda_D (x_{mD} - x_D), \quad (1.14)$$

采出端稳态压力为:

$$p_{wmD} = \lambda_D \cdot x_{mD}, \quad (1.15)$$

这与数值解得出的结论相同。

#### 1.6 结论

1. 终态  $p_{wmD}$  与  $\lambda_D, x_{mD}$  的关系:

$$p_{wmD} = \lambda_D \cdot x_{mD}; \quad (1.16)$$

2. 终态  $p_{wmD}$  与  $(t_{pD} \cdot \lambda_D)$  的关系:

$$\lg(p_{wmD}) = 0.4944 \lg(t_{pD} \cdot \lambda_D) + 0.1645; \quad (1.17)$$

3. 终态  $x_{mD}$  与  $(t_{pD}/\lambda_D)$  的关系:

$$\lg(x_{mD}) = 0.5060 \lg(t_{pD}/\lambda_D) + 0.1501; \quad (1.18)$$

4. 岩心任意点峰值存在条件:  $p_D > \lambda_D$ , 且尚未达到平衡态;

5. 当岩心某处的压力峰值存在时,  $\lambda_D$  越大, 峰值越高。

## 2 径向渗流一开一关压力动态分析

考虑启动压力梯度时, 无限大圆形油藏中心一口井的一开一关渗流物理过程为: 初始时刻, 油藏处于高压稳态,  $t_D = 0$  时刻, 油井定产工作, 由于启动压力梯度的存在, 油藏中将有动

边界不断向外扩展;  $t_D = t_{pD}$  时刻, 停止产出, 动边界将继续向外扩展, 直至达到平衡。

## 2.1 数学方程

考虑启动压力梯度时, 无限大圆形油藏中渗流的基本微分方程为:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} + \frac{\lambda_D}{r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (2.1)$$

初始条件为:

$$p_D |_{t_D=0} = 0, \quad (2.2)$$

内边界条件为:

$$-\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \Big|_{r_D=1} = Q_D(t_D) + \lambda_D, \quad Q_D = \frac{Q(t_D)}{Q_c} = \begin{cases} 1 & (t_D \leq t_{pD}) \\ 0 & (t_D > t_{pD}), \end{cases} \quad (2.3)$$

动边界条件为:

$$\frac{\partial p_D}{\partial r} \Big|_{r=r_{fD}} = -\lambda_D, \quad p_D |_{r=r_{fD}} = 0, \quad (2.4)$$

无量纲定义为:

$$p_D = \frac{2\pi kh(p_i - p)}{Q_c \mu}; \quad \lambda_D = \frac{2\pi h r_w \lambda}{Q_c \mu};$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}; \quad t_D = \frac{kt}{(\phi \mu c_t) r_w^2}.$$

## 2.2 数值分析

令  $r = \ln(r_D)$ , 则方程(2.1) ~ (2.4) 变形为:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r^2} + \lambda_D \cdot e^r = e^{2r} \cdot \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (2.5)$$

$$p_D |_{t_D=0} = 0, \quad (2.6)$$

$$-\frac{\partial p_D}{\partial r} \Big|_{r=0} = Q_D(t_D) + \lambda_D, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial p_D}{\partial r} \Big|_{r=\ln r_{fD}} = -\lambda_D \cdot r_{fD}, \quad p_D |_{r=\ln r_{fD}} = 0. \quad (2.8)$$

对控制方程(2.5) ~ (2.8) 及其边界条件进行差分, 得离散方程为:

$$p_{i-1}^{n+1} - \left[ 2 + \frac{\Delta r^2 \cdot \exp(2r_i)}{\Delta t} \right] p_i^{n+1} + p_{i+1}^{n+1} = -$$

$$\left[ \frac{\Delta x^2 \cdot \exp(2r_i)}{\Delta t} p_i^n + \lambda_D \cdot \Delta r^2 \cdot \exp(r_i) \right] \quad (n = 3, \dots, \infty; i = 2, \dots, n-1), \quad (2.9)$$

$$p_i^0 = 0, \quad (2.10)$$

$$p_1^{n+1} - p_2^{n+1} = \Delta r \cdot (Q_D(t_D) + \lambda_D), \quad (2.11)$$

$$p_n^{n+1} - p_{n+1}^{n+1} = \Delta r \cdot r_{fD} \cdot \lambda_D, \quad p_{n+1}^{n+1} = 0, \quad (2.12)$$

计算  $n+1$  时刻时, 先给定边界  $r_{fD}$ , 并对边界内空间等距离散成  $n+1$  个节点, 然后利用  $n+2$  个方程, 求出  $n+2$  个未知数:  $p_i^{n+1}$  ( $i = 1, \dots, n+1$ ),  $\Delta t$ 。

用以上差分方法, 我们计算出了所有的图、表。

## 2.3 井底压力动态分析

图9为一开一关过程中井底的压力动态, 并井时刻为  $t_{pD} = 100$ 。图9表明, 定产时, 启动

压力梯度越大, 生产压差越大。

图 10 为一开一关过程中动边界在低渗油藏中的传播过程, 表明  $\lambda_D$  越大, 动边界传播越慢, 且关井后动边界在较短的距离内就停止运动。

表 2 中总结了不同关井时刻和启动压力梯度下终态时动边界的位置和井底压力, 比较  $p_{w m D}$  和  $(\lambda_D \cdot (r_{m D} - 1))$  的数值, 可以得出结论: 忽略误差时, 二者相等, 如图 11 所示。即终态时, 井底压差等于启动压力梯度与压力影响半径  $(r_{m D})$  的乘积:

$$p_{w m D} = \lambda_D \cdot (r_{m D} - 1) \quad (2.13)$$

图 12 表明圆形油藏中一开一关终态时, 动边界与  $(t_{p D} / \lambda_D)$  的关系在双对数坐标图上呈直线, 经线性拟合的其规律为:

$$\lg(r_{m D} - 1) = 0.1067 + 0.3621 \lg(t_{p D} / \lambda_D) \quad (2.14)$$

表 2 圆形油藏中不同关井时刻和启动压力梯度下终态数值分析表

$t_{p D}$	$\lambda_D$	$x_{m D}$	$\lambda_D \cdot (x_{m D} - 1)$	$p_{w m D}$
1.0	0.001	17.29	0.0163	0.0162
	0.01	8.17	0.0717	0.0711
	0.1	3.86	0.2860	0.2823
	0.5	2.46	0.7300	0.7183
10	0.001	36.60	0.0356	0.0355
	0.01	17.29	0.1629	0.1621
	0.1	8.17	0.7170	0.7112
	0.5	4.71	1.8500	1.8358
100	0.001	81.45	0.0805	0.0803
	0.01	38.47	0.3747	0.3737
	0.1	17.29	1.6290	1.6213
	0.5	9.97	4.4850	4.4572
1000	0.01	81.45	0.8045	0.8032
	0.1	36.60	3.5600	3.5500
	0.5	21.12	10.0600	10.0171

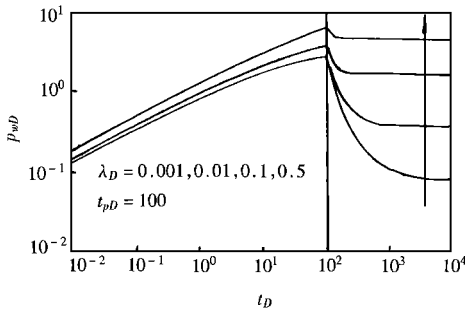


图 9 圆形低渗油藏一开一关井底压力动态

由方程(2.13)和(2.14)可推出终态时, 井底压力与  $t_{p D}$ ,  $\lambda_D$  的关系式:

$$\lg(p_{w m D}) = 0.1067 + 0.3621 \lg(t_{p D}) + 0.6379 \lg(\lambda_D) \quad (2.15)$$

方程(2.15)的结论是非常有用的, 因为当我们确定终态动边界不受油藏外边界影响时, 可以通过关井时间  $t_{p D}$  和井底终态压差  $p_{w m D}$ , 求出启动压力梯度。

### 2.4 油藏中任意点压力动态分析

图 13 为  $t_{p D} = 100$  时  $r_D = 7.0$  点的压力动态, 图中表明: 在峰值存在的情况下,  $\lambda_D$  越大, 峰值越高。图 14 是压力峰值在油藏中的传播过程图( $\lambda_D = 0.01$ ,  $t_{p D} = 100$ ), 在关井时刻, 峰值在井底, 然后随时间向外移动, 且峰值迅速下降, 直到峰值消失。这说明压力峰值的存在是有条件的。分析表明在油藏中任意点峰值存在的条件是:  $p_D > \lambda_D$ , 且尚未达到平衡态。

### 2.5 稳态时的理论分析

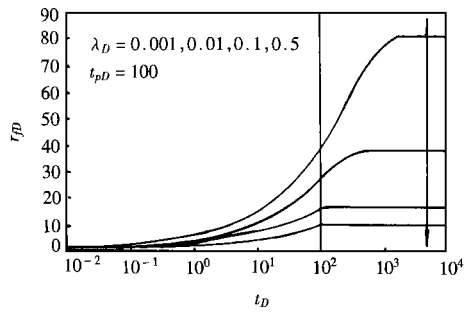


图 10 圆形低渗油藏一开一关动边界的传播过程

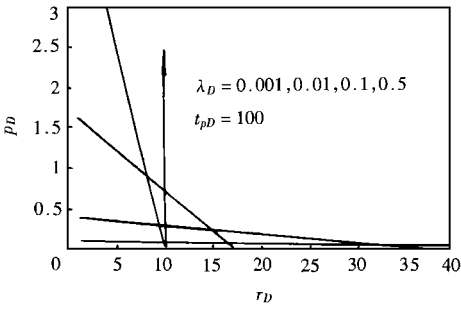


图 11 圆形低渗油藏一开一关后的稳态压力分布

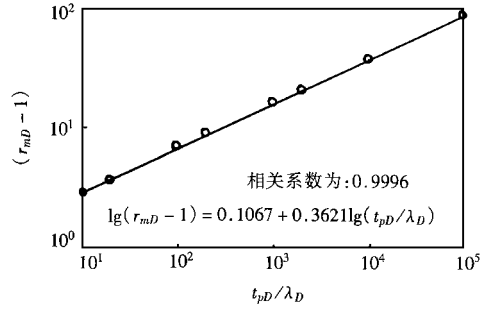


图 12 圆形低渗油藏一开一关终态  $r_{mD}$  与  $(t_{pD}/\lambda_D)$  的关系

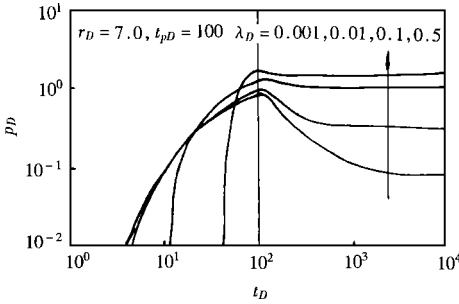


图 13 圆形低渗油藏一开一关  $r_D = 7.0$  点处的压力动态

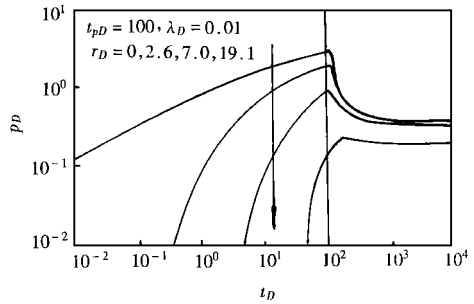


图 14 圆形低渗油藏一开一关压力峰值的传播过程

稳态时, 圆形油藏中渗流的控制方程及边界条件为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} + \frac{\lambda_D}{r_D} &= 0 \\ p_D |_{r_D=r_{mD}} &= 0, \quad \left. \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right|_{r_D=1} = -\lambda_D \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

解之得:

$$p_D = \lambda_D (r_{mD} - r_D) \quad (2.17)$$

井底稳态压力为:

$$p_{wmD} = \lambda_D (r_{mD} - 1) \quad (2.18)$$

这与数值解得出的结论相同。

## 2.6 结 论

1. 终态  $p_{wmD}$  与  $\lambda_D, r_{mD}$  的关系:

$$p_{wmD} = \lambda_D \cdot (r_{mD} - 1) \quad (2.19)$$

2. 终态  $p_{wmD}$  与  $t_{pD}, \lambda_D$  的关系:

$$\lg(p_{wmD}) = 0.1067 + 0.3621 \lg(t_{pD}) + 0.6379 \lg(\lambda_D) \quad (2.20)$$

3. 终态  $r_{mD}$  与  $(t_{pD}/\lambda_D)$  的关系:

$$\lg(r_{mD} - 1) = 0.1067 + 0.3621 \lg(t_{pD}/\lambda_D) \quad (2.21)$$

4. 油藏任意点峰值存在条件:  $p_D > \lambda_D$ , 且尚未达到平衡态;

5. 当油藏某处的压力峰值存在时,  $\lambda_D$  越大, 峰值越高。

## 附录 符号说明

$B$ — 地层体积系数	$C_i$ — 综合压缩系数	$C_D$ — 量纲一井储系数
$h$ — 油层厚度	$k$ — 基准渗透率	$L$ — 岩心长度
$P$ — 压力	$Q$ — 产量	$r$ — 径向坐标
$t$ — 时间	$s$ — 井筒表皮系数	$x$ — 直角坐标
$\phi$ — 孔隙度	$\mu$ — 粘度	$\lambda$ — 启动压力梯度
$t_p$ — 关闭生产时刻		

(注: 以上变量单位均采用国际单位制)

## 下标

$D$ — 量纲一	$w$ — 井壁(或注入端)	$i$ — 初始状态
$f$ — 动边界	$c$ — 常数	$m$ — 稳态或终态

## 参 考 文 献

- [1] 戈尔布诺夫 A T. 异常油田开发[M](张树宝译). 北京: 石油工业出版社, 1987, 181
- [2] 冯文光. 非达西低速渗流的研究现状与进展[J]. 石油勘探与开发, 1986, 13(4): 76~ 80
- [3] 闫庆来, 何球轩等. 低渗透油层中单相液体渗流特征的实验研究[J]. 西安石油学院学报, 1990, 5(2): 1~ 6
- [4] 李凡华, 刘慈群. 含启动压力梯度的不定常渗流的压力动态分析[J]. 油气井测试, 1997, 6(1): 1~ 4

## Transient Pressure of Percolation Through One Dimension Porous Media with Threshold Pressure Gradient

Song Fuquan Liu Ciqun Li Fanhua

Institute of Porous Flow and Fluid Mechanics, Academia Sinica, Langfang 065007, P R China

**Abstract:** This paper studies the transient pressure of percolation during one production and one shutting in one dimension porous media with threshold pressure gradient. The differential equations are derived and solved with numerical computation. Basing on numerical solution, It is analyzed that: 1. the relation between the steady pressure at well bore (or at endpoint) and threshold pressure gradient shut\_in time, and the correspondent formulae are derived; 2. the regulation of transient pressure peak. The result is very useful and will help experiments and applications in development of the low permeability reservoir with threshold pressure gradient.

**Key words:** low permeability reservoir; threshold pressure gradient; moving boundary; numerical computation