

湍流相干结构机理研究(III) —— 湍流拟序结构的统计及动力模型 及其对传热影响研究

卢志明^① 刘宇陆^①

(1997 年 1 月 13 日收到)

摘 要

在文献[1]、[2]的启发下, 本文建立一个零压梯度下, 考虑局部产生以及外来扰动涡旋的壁湍流边界层大涡拟序结构的统计及动力学模型。在此基础上对充分发展的宽明渠流动中壁面附近的热扩散进行了数值模拟, 建立了边界层拟序脉动速度和温度的数据库, 发现了与速度快慢条相对应的高低温度流条及其随时间在展向的摆动。数值模拟结果与前人的计算和实验结果吻合很好。

关键词 相干结构 统计及动力学模型 热扩散

中图分类号 O357

§ 1. 引 言

本世纪中叶剪切湍流中拟序大涡结构的发现, 使人们从崭新的观点和方法来研究湍流的特性。湍流拟序结构的研究有助于更全面和深入地认识湍流的发生、发展和衰减等过程, 还有助于提出新的更符合实际的湍流模式。同时湍流拟序结构的研究有助于湍流传热、传质以及减阻、降噪等工程实际问题的解决。因此近几十年来投入了大量人力、财力对固壁湍流的拟序大涡结构进行细致研究。目前, 对于快慢流条宽度、横向间距、展向长度和流动猝发频率等已有了较为公认的统计值。然而, 与大量的投入相比, 目前所取得的成果是不相称的, 这反映出了自然界湍流现象的复杂性。Robinson^[3]对零压梯度下的湍流平板边界层拟序结构运动作了非常完整的综述。近几年, 周恒院士及其合作者^[4,5,6,7]利用流动不稳定性理论来研究拟序结构的发生、发展过程, 已经初步建立起了拟序结构的一个理论模型, 并已被应用于湍流传热机理的研究; 蔡树棠和刘宇陆^[8,9]建立了光滑、粗糙边界层湍流拟序结构的物理模型, 其结果与实验吻合; Kasagi^[10]总结了他们研究小组关于近壁湍流以及壁区传热十年的广泛实验工作, 于 1988 年提出了一个由两部分影响组成的统计和动力模型。在 Kasagi 模型基础上, 本文根据蔡树棠教授三涡旋分开考虑理论建立了一个考虑局部产生以及上游流来大涡旋两部分组成的湍流边界层拟序结构的统计及动力模型, 并将它应用于近壁区的传热分析。

由于湍流运动中拟序大涡结构衰减时间长, 并远离准定常、准平衡态, 故湍流扩散不能简

① 上海大学, 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072

单地用平均量的梯度形式表示,而应将大小涡的不同影响分开考虑,这方面的工作艰难但极具意义,蔡树棠和麻柏坤^[1],熊忠民^[6]、马崢^[7]等已对此作了一些重要工作。本文引入小涡平均过程以分开考虑大小涡对传热的不同影响,小涡扩散系数采用文献[7]中的表达式,对充分发展的宽明渠流中的热扩散问题进行数值模拟,其结果与最近的实验、数值结果吻合。

§ 2. 大小涡分开考虑的湍流扩散方程

本文考虑充分发展的宽明渠流动中的被动标量的湍流扩散,以热量扩散为例,现写出扩散方程如下:

$$\rho C_v \left[\frac{\partial \theta}{\partial t} + U_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[K \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right] \quad (2.1)$$

根据蔡树棠等人的思想^[1,2],某一湍流物理量 A 可以分解成以下 3 部分:(1) 雷诺平均值 A ; (2) 有关大涡旋的脉动量 a^L ; (3) 有关小涡旋的脉动量 a^S 。即:

$$A = \bar{A} + a^L + a^S$$

这样,对于 U_j, θ 有

$$\theta = \bar{\theta} + \theta^L + \theta^S, \quad U_j = \bar{U}_j + u_j^L + u_j^S$$

现引入文献[1,2]的小涡旋平均“ \sim ”

$$\tilde{A} = \bar{A}, \quad \tilde{a}^L = a^L, \quad \tilde{a}^S = 0, \quad \tilde{A} = \bar{A} + a^L$$

对方程(2.1)进行小涡旋平均,我们有

$$\rho C_v \left[\frac{\partial (\bar{\theta} + \theta^L)}{\partial t} + (\bar{U}_j + u_j^L) \frac{\partial (\bar{\theta} + \theta^L)}{\partial x_j} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[K \frac{\partial (\bar{\theta} + \theta^L)}{\partial x_j} \right] - \frac{\partial}{\partial x_j} (\theta^S u_j^S) \quad (2.2)$$

由于小涡是接近准定常,准平衡态和准各向同性的,方程(2.2)中的最后一项即小涡扩散项可以采用梯度形式来模拟,即

$$- \frac{\partial}{\partial x_j} (\theta^S u_j^S) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[K_S \frac{\partial (\bar{\theta} + \theta^L)}{\partial x_j} \right] \quad (2.3)$$

方程(2.3)代入方程(2.2)并令 $\alpha = K / \rho C_v$, $\alpha_S = K_S / \rho C_v$ 得

$$\frac{\partial (\bar{\theta} + \theta^L)}{\partial t} + (\bar{U}_j + u_j^L) \frac{\partial (\bar{\theta} + \theta^L)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\alpha + \alpha_S) \frac{\partial (\bar{\theta} + \theta^L)}{\partial x_j} \right] \quad (2.4)$$

其中 α, α_S 分别称为层流和湍流小涡导热系数,令 $\langle \theta \rangle = \bar{\theta} + \theta^L$, 则方程(2.4)成为

$$\frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial t} + (\bar{U}_j + u_j^L) \frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\alpha + \alpha_S) \frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial x_j} \right] \quad y f \quad (2.5)$$

引入如下的无量纲量

$$\theta^* = \frac{\langle \theta \rangle - \langle \theta \rangle_s}{\langle \theta \rangle_w - \langle \theta \rangle_s}; \quad t^+ = \frac{tu \tau}{\nu}; \quad U_j^+ = \frac{\bar{U}_j}{U_\tau}, \quad u_j^{L+} = \frac{u_j^L}{U_\tau}, \quad x_j^+ = \frac{x_j u \tau}{\nu}, \quad j = 1, 2, 3$$

其中 $\langle \theta \rangle_s, \langle \theta \rangle_w$ 分别为自由面和壁面的温度; U_τ, δ 分别为壁面剪切速度和边界层厚度,此时方程(2.5)成为

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^+} + (\bar{U}_j^+ + u_j^{L+}) \frac{\partial \theta^*}{\partial x_j^+} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial}{\partial x_j^+} \left[\left(1 + \frac{\alpha_S}{\alpha} \right) \frac{\partial \theta^*}{\partial x_j^+} \right] \quad hu \quad (2.6)$$

其中 普朗特数 $Pr = \nu / \alpha$

§ 3. 近壁区湍流拟序大涡结构的一个统计及动力模型

在充分发展的零压梯度宽明渠流中(坐标系如图 1 所示),对于雷诺平均速度应有

$$\overline{U_j^+} = U(y) \delta_{ij}$$

为了计算方便取

$$U(y) = f(y) = 8.7y^{\frac{1}{7}}$$

对于拟序的大涡旋脉动部分, Bradshaw^[11] 将之分为主动和被动两部分,前者构成近壁区雷诺应力的大部分,称为流向拟涡运动(u_j^{S+});后者表示由外层大尺度运动产生的压力脉动引起的扰动部分(u_j^{F+}),在此基础上, Kasagi^[10] 根据他们研究小组十年的实验成果,给出了一个湍流边界层拟序结构的统计及动力学模型,据此得到的速度均方根值、雷诺应力、相关系数等与实验结果吻合。

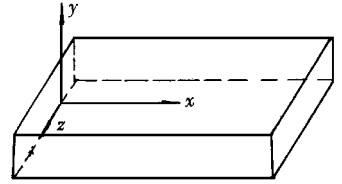


图1 明渠及坐标示意图

由于湍流的大涡旋衰减时间很长,在一般的流动问题中,上游产生的大涡旋或附近产生的大涡旋在到达当地时还远远没有衰减掉,因此会对当地的流动产生较大的影响。蔡树棠教授和麻柏坤教授^[1]根据湍流的这一实际情况,把湍流大涡旋脉动部分分成局部产生的(u_j^{P+})和上游流来或扩散过来的(u_j^{N+})组成部分。注意到蔡树棠教授的大涡区分法与 Bradshaw, Kasagi 区分法的相似性,我们建立如下拟序大涡模型

$$u^{L+} = u^{P+} + u^{N+}, v^{L+} = v^{P+} + v^{N+}, w^{L+} = w^{P+} + w^{N+}$$

其中

$$\begin{aligned} u^{P+} &= a_1(Re) \sin\left\{\frac{2\mathcal{I}_x^+}{\lambda^+} \sin\left[\frac{2\mathcal{I}_y^+}{T_P^+} + \varphi_P y^+ \exp\left[-\frac{y^+}{b_1(Re)}\right]\right.\right. \\ v^{P+} &= a_2(Re) \sin\left\{\frac{2\mathcal{I}_x^+}{\lambda^+} \sin\left[\frac{2\mathcal{I}_y^+}{T_P^+} y^{+2} \exp\left[-\frac{y^{+2}}{b_2^2(Re)}\right]\right.\right. \\ w^{P+} &= a_3(Re) \cos\left\{\frac{2\mathcal{I}_x^+}{\lambda^+} \sin\left[\frac{2\mathcal{I}_y^+}{T_P^+} 2y^+ \left[1 - \frac{y^{+2}}{b_2^2(Re)} \exp\left[-\frac{y^{+2}}{b_2^2(Re)}\right]\right.\right. \\ u^{N+} &= f(y^+) \sin(\alpha x^+ + \beta y^+ + \gamma t^+) \sin(\varepsilon z^+ + \phi) \\ v^{N+} &= g(y^+) \sin(\alpha x^+ + \beta y^+ + \gamma t^+ + \varphi_N) \sin(\varepsilon z^+ + \phi) \\ w^{N+} &= h(y^+) \cos(\alpha x^+ + \beta y^+ + \gamma t^+ + \varphi_N) \cos(\varepsilon z^+ + \phi) \end{aligned} \quad \begin{matrix} \text{应} \\ \\ \\ \text{梯} \\ \text{度} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \\ \\ \\ \text{用} \\ \\ \end{matrix} \quad \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \text{可} \end{matrix}$$

其中

$$\begin{aligned} f(y^+) &= a(Re) (1 - \exp[-y^+ / A(Re)]) \\ g(y^+) &= -a(Re) \alpha \sin \varphi_N (y^+ + A(Re) (-1 + \exp[-y^+ / A(Re)])) \\ h(y^+) &= \frac{1}{\varepsilon} (\alpha \cos \varphi_N f(y^+) + \beta g(y^+)) \\ \phi &= \phi_0 + \sum_{i=1}^n \phi_i \end{aligned}$$

以上方程中, λ^+, T_P^+ 分别为条纹展向间距和猝发频率取统计平均值; $a_i(Re), b_i(Re), \alpha(Re)$ 和 $A(Re)$ 与雷诺数有关,其值(包括 φ_s, φ_N) 根据雷诺应力分量在近壁区的实验结果以及连续性关系给定; $\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$ 由外层扰动的特征长度和特征时间确定; ϕ_0 取任意实数, ϕ_i 为均值为0, 方差为 $(dt)^{1/2}$ (dt 为时间步长) 的正态分布的随机数。模型中引入 ϕ_0 和 ϕ_i 是为了模拟快慢流条在展向的随机摆动(显然它对近壁区的传热传质有较大影响), 并假定摆动是由上游流来的大涡脉动引起的。下面列出了模型所有参数的取值:

$$\begin{aligned} \lambda^+ &= 100, T_P^+ = 100, a_1 = -1.25, a_2 = 0.0045, a_3 = \lambda^+ a_2 / 2\pi, b_1 = 11, b_2 = 25 \\ \alpha &= -2\pi / 2\delta^+, \varepsilon = 2\pi / \delta^+, \beta = -\alpha, \gamma = 7\pi(\delta^+)^{-6/7}, \delta^+ = U\tau\delta / \nu = Re \end{aligned}$$

$$\delta^+ = 500, \alpha = 5.6, A = 15.5, \varphi_S = \cos^{-1}(0.7), \varphi_N = \cos^{-1}(-0.45)$$

§ 4. 湍流小涡导热系数及边界条件

方程(2.4)中引进的湍流小涡导热系数与通常湍流模式(如 $k-\varepsilon$ 模式)中的湍流热扩散系数存在较大区别, 目前研究得还不多, 本文计算时采用文献[7]中的表达式, 即假定小涡导热系数与小涡涡粘系数具有相同的垂向分布, 取

$$\frac{\alpha_s}{\alpha} = \text{实} \left[\frac{13y^+}{\delta^+} \right], \quad c = 3.25 + 0.000075 \times Re_h$$

换算成本文的雷诺数, c 近似取为

$$c = 3.25 + 0.001 \times Re$$

温度给定如下形式初值:

$$\theta_0^* = 1 - \left(\frac{y^+}{\delta^+} \right)^{\frac{1}{7}} \quad \text{脉动}$$

流向及展向采用周期性边界条件, 底壁及自由面给定温度值, 即

$$\theta^* |_{\text{surface}} = 0, \quad \theta^* |_{\text{wall}} = 1$$

为了保持数值求解稳定、收敛, 采用交替方向隐式法离散方程(2.6), 其中对流项采用迎风格式, 流向和展向采用均匀网格, 而垂向为了在近壁区保持较高精度又不过多增加计算量, 采用指数分布网格, 计算区域为: $[0, 1000] \times [-250, 250] \times [0, 500]$, 计算网格为 $101 \times 60 \times 61$.

§ 5. 计算结果讨论

首先, 根据本文模型模拟计算了在一个拟序周期内平均速度的演变(图2), 它与前人的条件采样结果和流场显示实验是吻合的. 图3是模拟的 $y^+ = 10$ 处的氢泡线, 图2、图3清楚显示了边壁附近慢条的产生、抬升及扫掠破碎的整个过程.

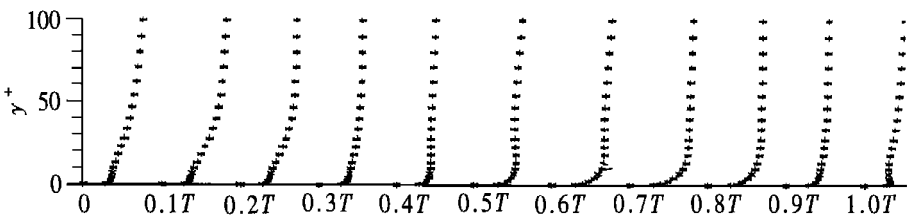


图2 拟序周期内边壁附近平均速度的演变

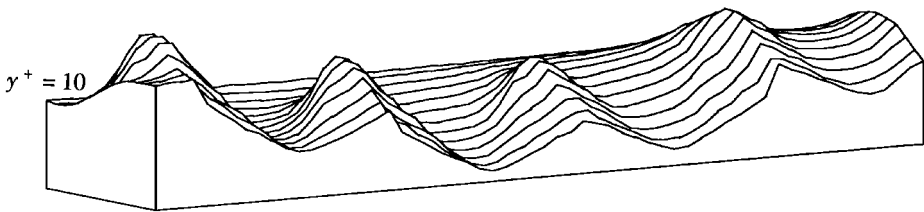


图3 模拟的 $y^+ = 10$ 处的氢泡线

其次,我们建立了充分发展明渠流湍流拟序脉动速度和温度的数据库。图4显示了近壁区拟序周期平均温度的垂向分布,图5是 $y^+ = 25$ 处速度条、温度条随不同时刻的演变图。从图4可看出,在固壁附近($y^+ < 10$)温度下降很快,说明导热系数较小,拟序大涡运动不起主要作用,而在 $10 < y^+ < 50$ 范围内曲线变得非常平坦,说明拟序大涡作用强烈,此范围内速度快慢条、高低温度条

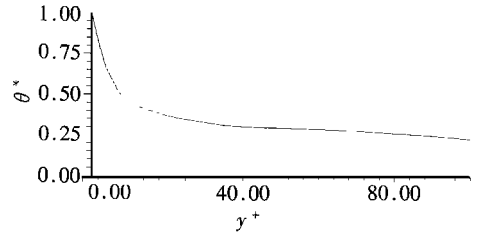
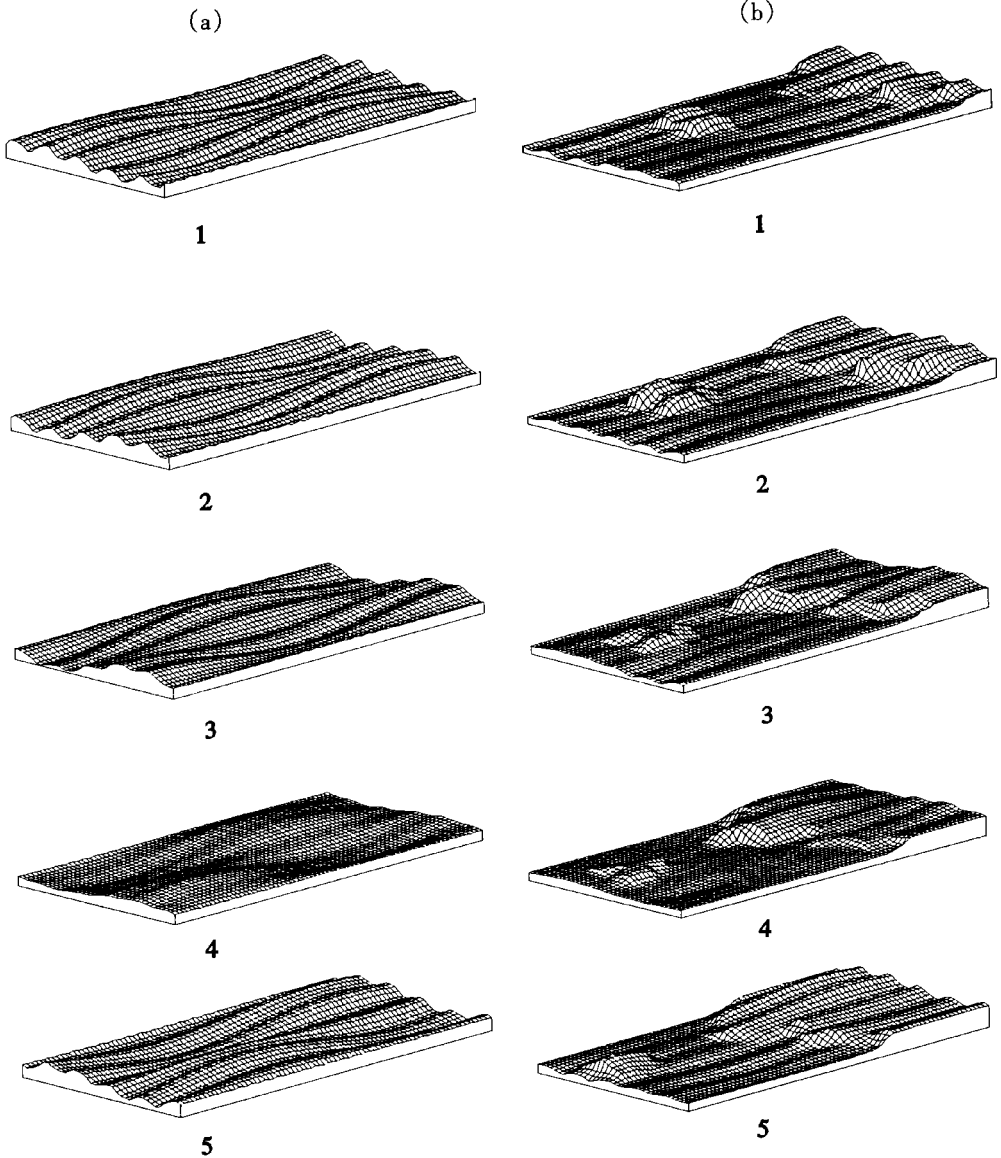


图4 近壁区模拟的拟周期平均温度分布



1. $t^+ = 660$, 2. $t^+ = 670$, 3. $t^+ = 680$, 4. $t^+ = 690$, 5. $t^+ = 700$

图5 $y^+ = 25$ 处快慢速度条纹(a)、高低温度条纹(b)在展向的摆动

纹清晰可见(见图5),其展向和流向尺度与现有的统计结果吻合。此时测点的速度、温度随时间脉动剧烈,而在 $y^+ > 50$ 以后温度下降又略有增加,拟序运动的扩散影响已明显减弱,此时快慢速度条纹、高低温度条纹基本消失,速度、温度随时间脉动缓慢。从图5还明显可看出快、慢速度条纹与由引起的低、高温条纹在位置上的对应关系以及条纹随时间在展向的摆动,这与Kasagi的氢气泡/液晶显示实验结果^[10],马峥的数值计算^[7]以及Bell & Ferziger^[12]的直接数值模拟结果是一致的。

§ 6. 结 论

在Kasagi模型的基础上,本文建立了一个考虑局部产生和外界扰动涡旋的大涡拟序结构模型,能够较好模拟充分发展明渠流中的拟序运动,在 $10 < y^+ < 50$ 范围内速度快慢条及其随时间展向摆动清晰可见,传热计算结果与Kasagi、马峥、Bell & Ferziger等人的研究结果相吻合,建立的数据库将近一步用于分析拟序大涡扩散项 $\overline{u_j^T \theta}$,可望有助于进一步理解大涡扩散作用。

参 考 文 献

- 1 蔡树棠、麻柏坤,大小涡旋分开考虑的模式理论,应用数学和力学, **8**(10) (1987), 849—858.
- 2 蔡树棠、刘宇陆,《湍流理论》,上海交通大学出版社(1993).
- 3 S. K. Robinson, Coherent motions in the turbulent boundary layer, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **23** (1991), 601—639.
- 4 罗纪生、周恒,湍流边界层相干结构的一个理论模型,应用数学和力学, **14**(11) (1993), 939—947.
- 5 周恒、熊忠民,湍流边界层近壁区相干结构起因的研究,中国科学, A辑, **24**(9) (1994), 941—948.
- 6 熊忠民,湍流边界层中的相干结构及其传热机理的研究,博士学位论文,天津大学力学系(1994).
- 7 马峥,湍流研究的两个问题,博士学位论文,天津大学力学与工程测试系(1996).
- 8 蔡树棠、刘宇陆,湍流相干结构机理研究(I)——光滑壁边界层相干结构的物理模型,应用数学和力学, **16**(4) (1995), 301—305.
- 9 刘宇陆、蔡树棠,湍流相干结构机理研究(II)——粗糙壁边界层相干结构的物理模型,应用数学和力学, **17**(3) (1996), 189—195.
- 10 N. Kasagi, Structural study of near-wall turbulence and its heat transfer mechanism, *Near Wall Turbulence 1988 Zoran Zaric Memorial Conference*, edited by S. J. Kline and N. H. Afgan, Hemisphere Publishing Corporation (1990), 596—619.
- 11 P. Bradshaw, 'Inactive' motion and pressure fluctuations in turbulent boundary layers, *J. F. M.*, **30** (1967), 241—258.
- 12 D. M. Bell and J. H. Ferziger, Turbulent boundary layer DNS with passive scalars, *Near Wall Turbulence Flow*, edited by R. M. So et al, Elsevier Science Publisher (1993), 327—336.

On the Mechanism of Turbulent Coherent Structure (III) —— A Statistical and Dynamical Model of Coherent Structure and Its Heat Transfer Mechanism

Lu Zhiming Liu Yulu

(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics,
Shanghai University, Shanghai 200072, P. R. China)

Abstract

Following Tsai & Ma^[1] and Tsai & Liu^[2], a statistical and dynamical near-wall turbulent coherent structural model with separate consideration of two different portions: locally generated and upstream transported large eddies has been established. With this model, heat transfer in a fully developed open channel in the absence of pressure gradient is numerically simulated. Database of fluctuations of velocity and temperature has also been set. Numerical analysis shows the existence of high-low temperature streak caused by near-wall coherent structure and its swing in the lateral direction. Numerical results are in accordance with the computations and experimental results of other researchers.

Key words coherent structure, statistical and dynamical model, heat transfer