高速运动粒子质量的守恒性

杨文熊[1]

(钱伟长推荐, 1996 年 8 月 27 日收到, 1998 年 3 月 22 日收到修改稿)

摘 要

本文通过高速运动粒子的动量修正和查证 1908 年 Bucherer 对高速电子在电磁场中偏转的著名实验后确定高速运动电子的质量仍遵守质量守恒定律•

关键词 粒子 高速度 Bucherer 实验 质量守恒定律

中图分类号 P353

§1. 引 言

众所周知, 粒子或物体在低速运动时它们的质量是严格遵守质量守恒定律的• 但是在高速运动时, 特别对一粒子在作近光速运动时, 根据狭义相对论其质量(静止质量)随速度的增加而迅速增加, 亦是说, 质量随运动的速度是不守恒的• 然而由于人们所用的研究理论和方法不断创新和完善、思维不断开拓, 质量随速度增加得出的不守恒结论将面临严重的挑战•

首先, 作者遵循认识论的规律把一具有高速运动粒子的较低线性动量 mV 推广到高速非线性动量[1]

$$p = m\frac{V}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}} \qquad at \tag{1.1}$$

所得的结果是非线性动量修正或者是速度的非线性修正而不是粒子质量的修正• 从文献[1]知, 正是由于速度的修正, 它遵循了粒子运动的速度 $V(t)$ 不会超过光速 $c(=3\times10^5\mathrm{km/s})$• 其次, 若从 Lorentz 变换看这问题时, 只要选择惯性坐标系的原点与粒子相合时, 则粒子对静止坐标系的动量或速度正是它们的非线性修正值• 但是, 最关键的是查证 1908 年 Bucherer 的著名实验[2]• 由于电子速度的非线性修正, 电子的质量保持不变• 由此表明, 在高速运动时, 粒子的质量仍遵守了质量守恒定律•

到目前为止, 对质量随速度改变的规律还没有直接从实验中证实•

§2. 质量不随速度增加而增加的守恒理论

从[1]的推论, 在低速 V 的情况时, 以质量为 m 的粒子动量 p_l 是

① 上海交通大学工程力学系, 上海 200030

$$p_l = mV \tag{2.1}$$

而当粒子在高速运动时其动量可用$|V/c| < 1$为参数展成Laurent级数并可求和得

$$p = m\left(\frac{V}{\sqrt{1-(V/c)^2}}\right) \tag{2.2}$$

若引入$V_n = V/\sqrt{1-(V/c)^2} = \xi V$后,(2.2)便有

$$p = mV_n = \xi p_l, \qquad \left(\xi = \frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}}\right) \tag{2.3}$$

上式中V_n是V的修正速度,ξ则为"修正因子"• (2.2)或(2.3)明确表示粒子的质量m保持常数,即它不随V改变• 现在需要明确的是V_n代表什么意义• 在(2.3)中V_n可表示

$$V_n = \frac{V}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}} = \frac{\left(\frac{dS}{dt}\right)\left(\frac{dt'}{dt'}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}} = \frac{\left(\frac{dS}{dt}\right)\left(\frac{dt'}{dt}\right)}{V\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}} \tag{2.4}$$

上式中"$'$"表示随粒子一起运动的符号,t'表示随粒子一起运动的计算时间即称为随体时间(followed body time)——见(2.9)和(2.10)• 按速度定义,应令

$$\frac{dt'}{dt} = \sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2} \tag{2.5}$$

后,V_n便有

$$V_n = \frac{dS}{dt'} \tag{2.6}$$

因而在满足(2.5)时,V_n表示在粒子作高速运动时随粒子一起运动的单位时间t'内粒子p经过静止惯性坐标系中的距离,S• 所以我们也可称V_n为"随体速度"(followed body velocity)• 显然,$V_n \geqslant V$,而始终是$|V| < c$的($|V/c| < 1$)• 请注意:V_n与V是不相同的• V_n是随粒子运动计算时间系统有关的速度,它引起了与V的差异• 由(2.5)知,其时间系统的关系应是

$$\Delta t' = \int_{t_1}^{t} \sqrt{1-\left(\frac{V(t)}{c}\right)^2}\, dt, \qquad (\Delta t' = t' - t_1') \tag{2.7}$$

在定常情况下($V(t)=$ 常量),(2.7)是

$$\Delta t' = \sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}\,\Delta t, \qquad (\Delta t = t - t_1) \tag{2.8}$$

最后,作者有兴趣的提出一个术语:从文献[1],对于(2.2)或(2.4),V_n实际上是V按Laurent级数展开的结果• 故V_n除了一项V外,包括了V的所有非线性的项,如V^3, V^5, …• 这些项V^n($n=3, 5, \ldots$)组成了一组完整的速度非线性表达式• 所以在这里可以称V_n为"超(级)非线性速度"(super nonlinear velocity)或者为"完全非线性速度"(complete nonlinear velocity)• 关于随体速度可由Lorentz变换[2]

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}}, \quad t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}} \tag{2.9}$$

也可得出V_n,只要把一具有速度V的惯性坐标系的原点O'与粒子p相一致:$x' = 0$为条件,(2.9)得

$$\frac{x}{t'}=\frac{V}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}}=V_n,\quad t'=\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}\,t \tag{2.10}$$

上式中(x,t)和(x',t')分别是二个惯性系 K 和K'之一的坐标和时间, V 是K'对K 沿x 方向的匀速度• (2.10)即是需要的速度和时间(在(2.8)中使 $t_1=t'_1=0$)•

§ 3. 查证 Bucherer 的电子偏转试验

1908 年, 为了证明狭义相对论关于质量随速度而改变的结论, Bucherer 测量了 β 射线的电子荷质比e/m_0 值• 方法是基于电子在电磁场中受力 F 的方程

$$F=eV\times B_R+eE_R \tag{3.1}$$

并结合图 1 的实验原理而简化(3.1)的• 式中 B_R 和E_R 分别是指式中质量m 按狭义相对论结果时的磁场和电场强度• Rosser[2] 按 Bucherer 在 1908 年的试验作了如图 1 的安置: 氟化镭置于一大电容器中心而发射 β射线• 电容器极钣之间的电场 E 沿负y 方向, 故作用在电子电荷 e 上的电力等于eE 并沿正y 方向• 整个仪器放在真空且有一垂直于纸面(沿 z 方向)均匀磁场 B 中, 这样一来, 作用于沿正 x 轴方向运动的电子的磁力按(3.1)应是 eVB_R 并沿负y 方向• 当这二个力在平衡时, 即 $F=0$, 则必须有

$$eVB_R=eE_R \tag{3.2}$$

则电子刚好穿过电容器的两极钣并飞出电容器(图 1)• 因此, (3.2)是

$$V=\frac{E_R}{B_R} \tag{3.3}$$

从 Bucherer 的实验中, 电容器起到电子速度选择器的作用, 即选择的 β 射线的速度是按方程(3.3)的• 电容器外面无电场, 于是电子在射到照相底钣上前在磁场中沿圆轨道运动• 由图 1 知, 设 r 是圆形轨道的半径, 则

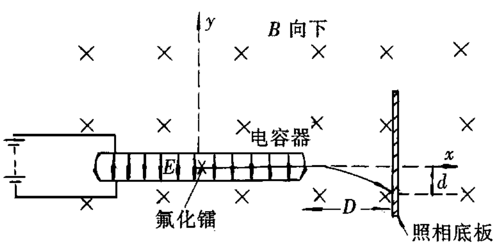

图 1 Bucherer 的简单实验装置

$$r=\frac{D^2+d^2}{2d} \tag{3.4}$$

其中 d 和D 为距离(见图 1)• 在磁场中电子电荷 e 仅受到了 Lorentz 力(向心力)的作用, 故(3.1)在等速圆周运动时成为

$$|F|=m\frac{V^2}{r}=eVB_R \tag{3.5}$$

化简上式得:

$$mV=eB_Rr \tag{3.6}$$

根据(3.3)、(3.4), 于是荷质比为

$$\frac{e}{m}=\frac{2d}{(D^2+d^2)}\cdot\frac{E_R}{B_R^2} \tag{3.7}$$

Bucherer 按狭义相对论质量随速度改变的具体公式是

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}} \tag{3.8}$$

式中 m_0 是电子的静止质量, 则(3.7)取得:

$$\frac{e}{m_0} = \frac{2d}{(D^2+d^2)\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}} \cdot \frac{E_R}{B_R^2} \tag{3.9}$$

1908 年 Bucherer 按上述试验公布了实验结果(表 1)•

表 1 β 射线 e/m_0 的 Bucherer 实验结果[2,3]

V/c	e/m_0(C/kg)
0.3173	1.752×10^{11}
0.3787	1.761×10^{11}
0.4281	1.760×10^{11}
0.5154	1.763×10^{11}
0.6870	1.767×10^{11}

表 1 中的 V/c 是根据(3.3)计算出来的• 从表 1 知, 计算值 e/m_0 的确是常量, 这似乎(3.8)证明是正确的• 但当我们查证计算 V 的(3.3)时, 让 E_R 增加或减少 B_R 时, 不能保证 V 是否总是小于光速 c 的• 如果 $V > c$, 这就必然引起违背狭义相对论的最基本假设• 这里如果按我们的超非线性速度理论就能确保避免上述的弊病, 但必须重新考虑电子的质量遵守质量守恒定律• 根据超非线性速度理论, (3.3) 必须有

$$V_n = \frac{V}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}} = \frac{E_n}{B_n} \tag{3.10}$$

则

从而得到

用,

$$\frac{V}{c} = \frac{\left(\frac{E}{Bc}\right)_n}{\sqrt{1+\left(\frac{E}{Bc}\right)_n^2}} \leqslant 1 \tag{3.11}$$

电子

在(3.10)中“n”表示按超非线性速度理论的符号• 特别当 $(E/Bc)_n \to \infty$ 时, $V/c \to 1$• 再根据向心力和 Lorentz 力的平衡, 对(3.5)的超非线性表达式是:

$$m\frac{V_n^2}{r} = m\frac{V^2}{r\left[1-\left(\frac{V}{c}\right)^2\right]} = e\frac{V}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}}B_n \tag{3.12}$$

实际上, (3.12)是等于(3.5)的, 因为(3.5)联系(3.8)后就是(3.12), 因此

$$B_n = B_R = B \tag{3.13}$$

从(3.4)、(3.10)和(3.12), 电子的荷质比是

$$\frac{e}{m} = \frac{2d}{(D^2+d^2)}\frac{E_n}{B_n^2} \tag{3.14}$$

化 简

(3.14)是由超非线性速度所得的结果, 此结果正是(3.9)而且亦是表 1 中的实验数值• 因为(3.14)是按(3.3)、(3.10)和(3.13)后成为

$$\frac{e}{m} = \frac{2d}{(D^2+d^2)\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}} \cdot \frac{E_R}{B_R^2} \tag{3.15}$$

级

(3.15)正是(3.9)• 因此, 我们已查证了由 Bucherer 所作的实验数据和计算公式• 我们比较了(3.15)和(3.9)后得出非常重要的结果:

$$m = m_0 = \text{常量} \tag{3.16}$$

我们在下节作简单的结论•

§4. 简单的结论

对一个具有高速运动粒子的质量守恒结论是根据以下事实的:

1. 对具有高速 $V(t)$运动粒子的动量所得的结果是 $m = m_0$, 这是正确地通过超非线性速度

$$V_n = \frac{V(t)}{\sqrt{1-\left(\frac{V(t)}{c}\right)^2}} \tag{4.1}$$

这个结论在定常情况下也可从 Lorentz 变换给予证明•

2. Bucherer 实验的计算中电子在电磁力平衡时, 其速度必须按超非线性速度或按随同电子一起运动的速度(值)

$$\frac{V}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}} = \frac{E_n}{B_n} \tag{4.2}$$

计算• 这保证电子速度不会超过光速 c• 由(4.2)得到的 e/m 与表 1 的实验数据相一致•

3. 虽然在 Bucherer 实验的计算中圆周轨道上电子质量在实验上符合 $m = m_0/\sqrt{1-(V/c)^2}$, 但这是一个偶合• 因为狭义相对论不能用来计算粒子沿某曲线上的运动•

参 考 文 献

1 杨文熊, 广义非线性、非定常力学理论及在粒子物理学中的应用, 应用数学和力学, **16**(1) (1995), 23—32.

2 W. G. V. Rosser, An Introduction to the Theory of Relativity, Butterworth and Comp. Ltd. (1964).

3 A. I. Miller, Albert Einstein′s Special Theory of Relativity, Addison_Wesley Pub. Comp. Inc. (1981).

4 杨文熊, 幂向量、复合向量数及其函数理论, 应用数学和力学, **17**(2) (1996), 133—138.

Conservation of Mass for a Particle Moving with High Velocity

Yang Wenxiong

(Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, P. R. China)

Abstract

By using the revision of the momentum for a particle moving with high velocity and by investigating the famous Bucherer' s experiment of an electron deflecting with high velocity in the electromagnetic fields in 1908, the paper determines that mass of the electron with high velocity is still to observe the law of coservation of mass.

Key words particle, high velocity, Bucherer' s experiment, law of conservation of mass