

温盐双扩散系统对流扩散周期解的 线性与非线性稳定性分析*

张涤明¹ 李琳² 黄海¹

(戴世强推荐, 1995年5月4日收到)

摘 要

本文对温盐双扩散系统的稳定性问题引入了一种简洁的强非线性自治系统稳定性的分析方法, 用摄动理论得到了无穷小运动下线性周期解的单调与振荡分支的存在范围及有限振幅运动下非线性周期解的振荡分支在 $0 < r_s - r_{sc} \ll 1$ 条件下的存在区域及稳定性区域, 给出了不同涡旋方向下的稳定性结论。

关键词 温盐双扩散系统 周期解 稳定性

一、前 言

温盐双扩散系统对流扩散的稳定性问题, 主要集中研究周期解的稳定性。温盐双扩散系统是指含有温度和盐度的双扩散系统, 且温度与盐度对系统的垂直密度梯度呈相反作用。该系统的稳定性研究意义重大。由于控制方程的复杂性, 多数理论工作者忽略方程中对流项的存在^{[1],[2]}, 只考虑线性周期解情形; 或是引入复杂的雅可比椭圆函数法对原控制方程进行分析^[3], 该方法难以使用与推广; 或全部采用数值方法进行讨论^{[4],[5]}。本文从线性与非线性二个角度, 用数值方法与理论分析相结合的方法, 得到了较完整的结果。特别是对于非线性周期解稳定性的分析中引入简洁的分析方法^[6]进行判定。该方法过程清晰、明了, 判断方式简单、准确, 易于使用与推广。

二、控制方程

为了研究二维温盐双扩散系统, 定义一个四边为 $z=0, z=H, x=0, x=L$ 的方框, 模型如图1; 方腔上下壁有固定的温度和盐度, 设密度为 ρ^* , 温度为 T^* , 盐度为 C^* , 有:

$$T^* = T_0^* + \Delta T^*(1 - z + T) \quad (2.1)$$

* 国家自然科学基金项目。

1 中山大学力学系, 广州 510275.

2 中国科学院南海海洋研究所, 广州 510301.

$$C^* = C_0^* + \Delta C^* (1 - z + C) \quad (2.2)$$

$$\rho^* = \rho_0^* \cdot (1 - \beta_1 T^* + \beta_2 C^*) \quad (2.3)$$

这里 $\beta_1, \beta_2 > 0, \Delta T^* > 0, \Delta C^* > 0$, 引入流函数的流场 $\mathbf{q}^* = \frac{\kappa_T}{H} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}, -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)$, φ 为流函数. 对应于热扩散率 κ_T/H , κ_T 为热扩散系数, β_1, β_2 分别为温度和盐度的体积膨胀系统, H 为腔高, φ 为流函数, 则有无量纲化方程:

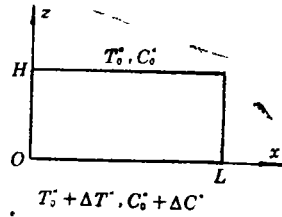


图1 模型方程

$$P_r^{-1} \left[\frac{\partial \nabla^2 \varphi}{\partial t} - J(\varphi, \nabla^2 \varphi) \right] = -R_T \frac{\partial T}{\partial x} + R_S \frac{\partial C}{\partial x} + \nabla^4 \varphi \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} - J(\varphi, T) = \nabla^2 T \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} - J(\varphi, C) = L_e \nabla^2 C \quad (2.6)$$

这里 雅可比函数 $J(f, g) = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial g}{\partial z} - \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{\partial g}{\partial x}$

其中无量纲参数:

$$P_r = \frac{\gamma}{\kappa_T}, \quad L_e = \frac{\kappa_e}{\kappa_T}, \quad R_T = \frac{\beta_1 g \Delta T^* \cdot H^3}{\kappa_T \gamma}, \quad R_S = \frac{\beta_2 g \Delta C^* \cdot H^3}{\kappa_T \gamma} \quad (2.7)$$

分别为 Prandtl、Lewis、热瑞利数和盐瑞利数, 均取为正数. γ, κ_e, g 分别为运动粘性系数、盐度扩散系数、重力加速度.

初始条件: $\varphi(x, z, 0) = T(x, z, 0) = C(x, z, 0) = 0$

边界条件:

$$\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = T = C = 0 \quad (z=0, 1)$$

$$\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (x=0, \lambda; \lambda=L/H)$$

三、无穷小运动下线性周期解的稳定性

由线性化稳定理论, 删去 $J(f, g)$ 项, 方程有常系数最低正常模式解. 设:

$$\varphi(x, z, t) = \varphi_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi \alpha x}{\lambda}\right) \cdot \exp[\bar{p}t] \sin \pi z$$

$$T(x, z, t) = T_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi \alpha x}{\lambda}\right) \cdot \exp[\bar{p}t] \sin \pi z \quad (3.1)$$

$$C(x, z, t) = C_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi \alpha x}{\lambda}\right) \cdot \exp[\bar{p}t] \sin \pi z$$

代入(2.5)~(2.7)式中, 整理得:

$$\bar{p}^3 + (P_r + L_e + 1) \kappa^2 \bar{p}^2 + [(P_r + L_e + P_r \cdot L_e) \kappa^4 - \pi^2 P_r \alpha^2 \kappa^{-2} (R_T - R_S)] \bar{p} + P_r \cdot L_e \cdot \kappa^6 + \pi^2 P_r \alpha^2 \cdot (R_S - L_e \cdot R_T) / \lambda^2 = 0 \quad (3.2)$$

取 $\alpha/\lambda = \beta$, 定义: $\kappa^2 = \pi^2(1 + \beta^2)$

方程(3.2)为实系数的一元三次方程, 其零解为全部实数或一个实根, 二个共轭复根.

i) 当二共轭复根通过虚轴时, 会出现超稳定(Overstability), 即有实部 $\Re = 0$, 当:

$$R_T(\beta) = \frac{P_r + L_e}{P_r + 1} R_s + (1 + L_e)(1 + L_e/P_r) \cdot \kappa^6 / (\pi^2 \beta^2)$$

及

$$\Im^2 = (P_r + L_e + P_r \cdot L_e) \kappa^4 - P_r (R_T - R_s) \pi^2 \alpha^2 / \kappa^2$$

若取定 $\beta_0 = 1/\sqrt{2}$, 则

$$R_T(\beta_0) = \frac{P_r + L_e}{P_r + 1} R_s + \frac{27\pi^4}{4} (1 + L_e)(1 + L_e/P_r) \equiv R_1 \tag{3.3}$$

和

$$\Im = \pm i \Im_0$$

ii) 当某个根为零时, 会出现交换稳定性, 有 $\Re = 0$, 即:

$$R_2 = R_s/L_e + \kappa^6 / (\pi^2 \beta^2) = R_T(\beta)$$

取定 $\beta_0 = 1/\sqrt{2}$, 则

$$R_2 = R_s/L_e + 27\pi^4/4 \tag{3.4}$$

iii) 当它有重根时, 下式可求出 R_{oo} , 取定 $\beta_0 = 1/\sqrt{2}$, 有:

$$\begin{aligned} & \left[L_e + P_r + P_r \cdot L_e + \frac{4P_r}{27\pi^4} (R_s - R_{oo}) - \frac{1}{3} (P_r + L_e + 1)^2 \right]^3 \\ & + \frac{3}{4} \left\{ \frac{2}{9} (P_r + L_e + 1)^3 - (P_r + L_e + 1)(L_e + P_r + P_r \cdot L_e) \right. \\ & \left. + \frac{4P_r}{27\pi^4} (R_s - R_{oo}) + 3P_r \left[L_e + \frac{4}{27\pi^4} (R_s - L_e R_{oo}) \right] \right\}^2 = 0 \end{aligned} \tag{3.5}$$

式(3.3)~(3.5)可由图形 2 反映出, 其 R_{12} 表示 $R_T = R_1$ 与 $R_T = R_2$ 二线性稳定边界 (之间代表了全部线性结果) 相交的交点:

$$R_{12} = \frac{27}{4} \pi^4 L_e^2 \left(1 + \frac{1}{P_r} \right) / (1 - L_e)$$

在曲线 $R_s - R_T$ 中, 取定 $L_e = 0.5, P_r = 1.0$, $\lambda = \sqrt{2}$, 在二直线 $R_T = R_1$ 与 $R_T = R_2$ 之间对线性干扰是稳定的.

对于 $R_s > R_{12}$ 时, 当 $R_1 < R_T \leq R_{oo}$ 时, 二共轭复根均有正实部, 解为振荡的. 这一振荡反映了如下物理机理 (以浮团表示):

当一流体其温度、盐度与密度均随高度的增加而单调递减时, 若一浮团升起进入较低温度、低盐度和低密度的区域. 因为热的分子扩散率远大于盐的, 所以浮团的热场比盐场更快地与周围流体达成平衡, 该浮团比其周围流体要重并下沉, 但因热扩散系统的有限性, 浮团

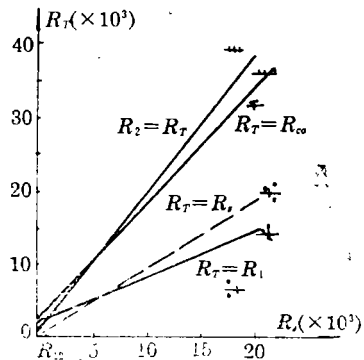


图2 $R_s - R_T$ 稳定曲线

的温度场滞后与其位移场且浮团更重地返回到其静止时的初始位置, 它会比初始时下沉一定深度, 重复以上过程, 导致了振荡增长。当 $R_{00} < R_T \leq R_2$ 时二实根之一增加, 另一减小, 第三个恒为零, 解为单调的, 即非振荡的。

对于 $0 < R_s \leq R_{12}$ 时, 当 $R_T > R_2$ 时, 方程(3.2)有一个正根、二个负根, 解为单调的。

在 $R_T = R_s$ 直线上解为静态不稳定状态。

所以, 解在 $R_T = R_1$ 分叉为一对共轭振荡解, 在 $R_T = R_2$ 分叉为单调对流解。对于 $0 < R_s \leq R_{12}$ 对流常为单调的, 对于 $R_s > R_{12}$ 时, 对 $R_1 < R_T \leq R_{00}$ 解为振荡, 对 $R_T > R_{00}$ 为单调。可见, 方程(2.5)~(2.7)的静态解 $\varphi = T = C = 0$, 当 R_T 增加时是不稳定的, 当 $R_s \leq R_{12}$ 时, 在 $R_T = R_2$ 出现第一个单调不稳定, 或者 $L_e < 1$ 且 $R_s > R_{12}$ 时, 在 $R_T = R_1$ 出现第一个振荡不稳定。

四、有限振幅运动下非线性周期解的稳定性

前面分析了线性结果, 这里分析非线性情况, 为了简化, 有:

R_2, R_1, R_{12} 用新参数 $r_T^{(e)}, r_T^{(0)}, r_{sc}$ 的形式定义:

$$(R_T, R_s) = \frac{\lambda^2 p^3}{\pi^2} (r_T, r_s), \quad p = \pi^2(1 + \lambda^{-2})$$

$$r_T^{(e)} = 1 + r_s/L_e, \quad r_T^{(0)} = 1 + \frac{\Delta L_e}{P_r} + \frac{P_r + L_e}{P_r + 1} r_s$$

$$r_{sc} = \frac{L_e^2 (P_r + 1)}{P_r (1 - L_e)}$$

其中 $\Delta = 1 + P_r + L_e$

考虑不稳定情况, 即 $r_T^{(0)} < r_T^{(e)}$ 。由于方程为非线性的, 可能出现有限振幅的周期振荡解。

设:

$$r_s = r_{sc} + \varepsilon^2, \quad \varepsilon^2 \ll 1 \quad (4.1)$$

则有:

$$r_T^{(0)} = \frac{P_r + L_e}{P_r(1 - L_e)} + \frac{P_r + L_e}{P_r + 1} \varepsilon^2 \quad (4.2)$$

$$r_T^{(e)} = \frac{P_r + L_e}{P_r(1 - L_e)} + \frac{\varepsilon^2}{L_e} \quad (4.3)$$

令:

$$r_T = \frac{P_r + L_e}{P_r(1 - L_e)} + \mu \varepsilon^2 \quad (4.4)$$

其中 $\mu = O(1)$

若 $L_e < 1$, 则 $r_T^{(0)} < r_T < r_T^{(e)}$, 令 $\bar{t} = \varepsilon p t$

按富里叶级数展开 φ, T, C 得:

$$\varphi = \frac{2}{\pi} \sqrt{2p} \lambda \left\{ \varepsilon \sin \frac{\pi x}{\lambda} \sin \pi z a_1(\bar{t}) + \varepsilon^3 \sin \frac{\pi x}{\lambda} \sin 3\pi z a_3(\bar{t}) + \dots \right\} \quad (4.5)$$

$$T = 2\sqrt{2/p} \left\{ \varepsilon \cos \frac{\pi x}{\lambda} \sin \pi z b_1(\bar{t}) + \varepsilon^3 \cos \frac{\pi x}{\lambda} \sin 3\pi z b_3(\bar{t}) + \dots \right\}$$

$$- \frac{\varepsilon^2}{\pi} \sin 2\pi z c(\bar{t}) \quad (4.6)$$

$$C = 2\sqrt{2/p} \left\{ \varepsilon \cos \frac{\pi x}{\lambda} \sin \pi z d_1(\bar{t}) + \varepsilon^2 \cos \frac{\pi x}{\lambda} \sin 3\pi z d_3(\bar{t}) + \dots \right\} - \frac{\varepsilon^2}{\pi} \sin 2\pi z e(\bar{t}) \quad (4.7)$$

这里 T 和 C 中二次项 $O(\varepsilon^2)$ 反映热与盐定义在边界 $z=0, 1^{(3)}$ 附近. 将 (4.5)~(4.7) 式代入方程 (2.4)~(2.6) 中, 化简得:

$$\varepsilon a_1' = P_r \left\{ -a_1 - b_1 \left[\frac{P_r + L_e}{P_r(1-L_e)} + \mu \varepsilon^2 \right] + d_1 \left[\frac{L_e^2(1+P_r)}{P_r(1-L_e)} + \varepsilon^2 \right] \right\} + O(\varepsilon^4) \quad (4.8)$$

$$\varepsilon b_1' = -b_1 - a_1 - \varepsilon^2 a_1 c + O(\varepsilon^4) \quad (4.9)$$

$$\varepsilon c' = \omega(-c - a_1 b_1) + O(\varepsilon^2) \quad (4.10)$$

$$\varepsilon d_1' = -L_e \cdot d_1 - a_1 - \varepsilon^2 a_1 \varepsilon + O(\varepsilon^4) \quad (4.11)$$

$$\varepsilon e' = \omega(-L_e \cdot e - a_1 d_1) + O(\varepsilon^2) \quad (4.12)$$

其中 $\omega = 4\pi^2/p (0 < \omega < 4)$, 为方便起见, 下面略去 a_1, b_1, d_1 的下标.

方程 (4.8)~(4.12) 对 $\varepsilon \ll 1$ 有:

$$-b \approx a, \quad -L_e \cdot d \approx a, \quad c \approx -ab, \quad e \approx -L_e^{-1} \cdot ad$$

故设:

$$b = -a - \varepsilon g, \quad d = -a/L_e - \varepsilon h, \quad c = a^2 + \varepsilon k, \quad e = a^2/L_e^2 + \varepsilon l \quad (4.13)$$

代入 (4.9)~(4.12) 中求得 g, k, h, l 表达式, 再代入 (4.8) 中化简、整理得:

$$a'' + a' + a \frac{P_r(1-\mu L_e^2)}{\Delta} = \varepsilon \left\{ a' \frac{P_r(1-\mu L_e)}{\Delta L_e} + \left(a''' + a^2 a' \left(4 + \frac{2}{\omega} \right) \right) \left(P_r + L_e + \frac{\Delta}{L_e} \right) \right\} + O(\varepsilon^2) \quad (4.14)$$

取: $N = \frac{P_r(1-\mu L_e)}{\Delta}$, 则有:

$$a'' + a' + Na = \varepsilon F(a) a' + O(\varepsilon^2) \quad (4.15)$$

这里

$$F(a) = \frac{P_r(1-\mu L_e^2)}{\Delta L_e} + \left[a^2 \left(1 + \frac{2}{\omega} \right) - N \right] \cdot \left(P_r + L_e + \frac{\Delta}{L_e} \right)$$

设 $N > 0$, 作变换:

$$a = \sqrt{N} \cdot V, \quad \bar{t} = t^*/\sqrt{N} \quad (4.16)$$

下面撇号表示对 t^* 求导, 代入有:

$$V^* + V + V^3 = \varepsilon V' (-\beta_1 + \beta_2 V^2) \quad (4.17)$$

其中

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \left[P_r + L_e + \frac{\Delta}{L_e} - \frac{1-\mu L_e^2}{L_e(1-\mu L_e)} \right] / \left[\left(1 + \frac{2}{\omega} \right) \left(P_r + L_e + \frac{\Delta}{L_e} \right) \right]$$

取

$$\frac{dV}{dt^*} = W, \quad \frac{dW}{dt^*} = -g(V) - \varepsilon f(V, W) W \quad (4.18)$$

其中

$$g(V) = V + V^3, \quad f(V) = \beta_1 - \beta_2 V^2$$

对于强非线性方程(4.17)周期解的稳定性问题由徐兆(1988)^[6]方法, 令:

$$P(V) = \int_0^V g(x) dx = \frac{V^2}{2} + \frac{V^4}{4}$$

满足:

i) $g(V)$ 为 V 的解析函数, $g(0) = 0$;

ii) $-\infty < V < +\infty$, $P(V)$ 为偶函数

当 $V \in (0, +\infty)$ 或 $V \in (-\infty, 0)$, $V \cdot g(V) > 0$; 当 $V \in (\beta, \alpha)$ 及 $P(\alpha) = P(\beta)$, $P(\alpha) > P(V)$ 在 $\beta \in (-\infty, 0)$, $\alpha \in (0, +\infty)$

则在相平面上退化组 $\varepsilon = 0$:

$$\frac{dV}{dt^*} = W, \quad \frac{dW}{dt^*} = -g(V)$$

有一系列充满某一环域的闭轨线且原点为中心. 定义:

$$\begin{aligned} \psi_0(\rho, \phi) &= \sqrt{2[P(\rho) - P(\rho \cos \phi)]} / \rho^2 \sin^2 \phi \\ &= (1 + 0.75\rho^2 + 0.25\rho^2 \cos 2\phi)^{1/2} \quad (\rho > 0) \end{aligned} \quad (4.19)$$

判断函数:

$$\begin{aligned} K(\rho) &= \int_0^{2\pi} \rho^2 f(\rho \cos \phi) \psi_0(\rho, \phi) \sin^2 \phi d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} \rho^2 (\beta_1 - \beta_2 \rho^2 \cos^2 \phi) \psi_0(\rho, \phi) \sin^2 \phi d\phi \end{aligned} \quad (4.20)$$

则退化组的闭轨线 C_ρ 可表为:

$$V = \rho \cos \phi, \quad W = -\rho \psi_0(\rho, \phi) \sin \phi$$

其中

$$\phi = \phi(t), \quad \frac{d\phi}{dt} = \psi_0(\rho, \phi) > 0$$

ϕ 虽 t 增长而增大, C_ρ 走向为顺时针方向, 计算得闭轨线 (图3).

令 $K(\rho) = 0$ 得:

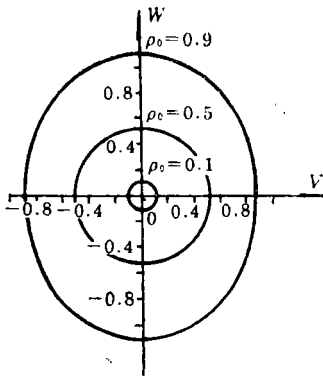


图3 退化组的闭轨线

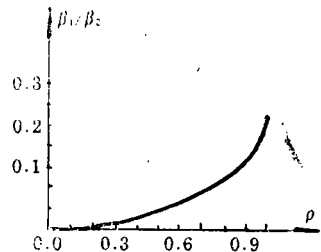


图4 函数曲线

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = D(\rho) = \frac{\rho^2 \int_0^{2\pi} \cos^2 \phi \cdot \psi_0(\rho, \phi) \sin^2 \phi d\phi}{\int_0^{2\pi} \psi_0(\rho, \phi) \sin^2 \phi d\phi} \quad (4.21)$$

用数值积分法得 $\frac{\beta_1}{\beta_2} = D(\rho)$ 的曲线如图4所示. 它是单调递增函数, 所以当 $0 < \frac{\beta_1}{\beta_2} < +\infty$,

即

$$\mu < \frac{P_r + L_e + 1 + P_r/L_e}{L_e \cdot P_r + L_e^2 + 1 + P_r} = \mu_c$$

方程(4.17)存在唯一周期解。

为研究周期解的稳定性, 把 $K(\rho)$ 表示为:

$$K(\rho) = -B(\rho)[D(\rho) - \beta_1/\beta_2] \quad (4.22)$$

式中

$$B(\rho) = \beta_2 \int_0^{2\pi} \rho^2 \psi_0(\rho, \phi) \sin^2 \phi d\phi > 0$$

上式求导, 并把 $\beta_1/\beta_2 = D(\rho)$ 代入得:

$$\frac{dK}{d\rho} = -B(\rho) \frac{dD}{d\rho} \quad (4.23)$$

由此可知, 在曲线 $\beta_1/\beta_2 = D(\rho)$ 上, $K'(\rho)$ 与 $D'(\rho)$ 符号相反。由图4可见, 当 $\rho > 0$, $D'(\rho) > 0$, 故 $K'(\rho) < 0$ 。由文献[6]定理得周期解不稳定。

对于 $\mu > \mu_c$, 对所有 $\rho > 0$, $D'(\rho) \neq 0$, 即 $K'(\rho) \neq 0$, 故没有周期解存在。

五、结 论

温盐双扩散对流存在对流解与振荡解二分支, 对于底部受热和盐的二维流体, 该系统的非线性渐近解属于二分支之一。一支为振荡分支, 它是从线性振荡模式中发出的; 另一支包含稳定解, 它从线性单调模式中发出。对于固定的 P_r , L_e 和 R_e 值, 当增加 R_T 时, 系统出现第一个不稳定是单调的, 对于 $R_e \leq R_{12}$, 在 $R_T = R_2$; 或是振荡的, 对于 $L_e < 1$ 且 $R_e > R_{12}$, 其中振荡不稳定分支当 $\mu < \mu_c$ 时, 存在不稳定周期解, 当 $\mu > \mu_c$ 时, 不存在周期解。

需要指出的是, 本文在引入涡量定义时采用了右手系, 主要体现在方程(2.5)~(2.7)的雅可比项。在非线性稳定分析中, 得出了临界点 μ_c 下当 $\mu < \mu_c$ 时, 存在振荡分支且不稳定。徐兆^[7]一文中由于引入了左手系的涡量定义, 得到了非线性稳定解存在于某一临界值以下。这二种不同的结论表明了系统中非线性项的特殊作用, 说明了这种稳定性存在与否于涡的走向有着十分重要的关系。对于 $\mu < \mu_c$ 时系统不稳定属于何种性质有待于进一步研究。

参 考 文 献

- [1] H.E. Hupper and D.R. Moore, Nonlinear double-diffusive convection, *J. Fluid Mech.*, **78**(1976), 821-854.
- [2] H.E. Huppert, Transitions in double-diffusive convection, *Nature*, **263** (1976), 20-22.
- [3] E. Knobloch and M. R. E. Proctor, Nonlinear periodic convection in double-diffusive systems, *J. Fluid Mech.*, **108** (1981), 291-336.
- [4] J. Marotzke and P. Welander, Instability and multiple steady states in a meridional-plan model of the thermohaline circulation, *Tellus*, **40A** (1988), 149-162.
- [5] N.O. Weiss, Convection in an imposed magnetic field, *J. Fluid Mech.*, **108** (1981), 217-289.
- [6] 徐兆、黄祯彪, 非线性振子极限环的实用分析法, *力学与实践*, **11**(1988), 6-11.

- [7] 徐兆、张涤明. 温盐双扩散系统非线性周期对流稳定性分析, 中山大学学报 (自然科学版), 28 (1989), 1—4.

Stability Analysis of Linear and Nonlinear Periodic Convection in Thermohaline Double-Diffusive Systems

Zhang Diming

(*Department of Applied Mechanics and Engineering, Zhongshan University,
Guangzhou 510275, P.R. China*)

Li Lin

(*Department of Environmental Science Research, South China Sea Institute of
Oceanology, Academia Sinica, Guangzhou 510301, P.R. China*)

Huang Hai

(*Department of Applied Mechanics and Engineering, Zhongshan University,
Guangzhou 510275, P.R. China*)

Abstract

A shortcut analytic method of stability in strong non-linear autopoimous system is introduced into stability analysis of the thermohaline double-diffusive system. Using perturbation technique obtains conditions of existence and stability for linear and nonlinear periodic solutions. For linear periodic solution in infinitesimal motion, the existence range of monotonic branch and oscillatory branch are outlined. The oscillatory branch of nonlinear periodic solution in finite-amplitude motion has unstable periodic solution when μ is smaller than critical value μ_c in this case of $0 < r_1 - r_{1c} \ll 1$. The stability conclusions under different direction of vortex are drawn out.

Key words thermohaline double-diffusive system, periodic solution, stability