

# 液滴的脉动雾化\*

林松飘<sup>1</sup> 周哲玮<sup>2</sup>

(1995年5月20日收到)

## 摘 要

应用稳定性分析, 本文显示一球形液滴可以由参数共振而促使形成比原液滴直径小得多的小微滴。表面张力和周围气体的密度将延缓这一雾化过程。与达朗伯表观体力有关的两重迭平面流体层的界面不稳定性与参数共振引起的界面不稳定性有着密切的关系。

**关键词** 雾化 不稳定性 参数共振

## 一、引 言

雾化是将一液体射流破碎成直径比射流直径小得多的微滴的过程。这个过程是由界面气体压力波动产生的不稳定界面短波引起的<sup>[1]</sup>, 因此周围气体的存在是雾化过程所必须的。没有周围气体, 射流会由于表面张力的缩紧破碎成直径与射流直径相当的液滴。因此要产生小微滴, 可以利用一细的射流并使它缩紧成小微滴, 或者利用雾化过程使一粗的射流破碎。后一种方法比前一种通常叫作喷雾的方法(即TISA喷雾器)有效得多也经济得多。雾化所产生的微滴要比喷雾所产生的微滴尺寸分布要更分散一些。如果气体密度足够小的话, 即使周围有气体存在, 射流也有可能不产生雾化<sup>[3,4]</sup>。在一定流动条件下, 微重力环境也可能阻止雾化。因此在微重力或低压气体条件下要雾化液体, 必须寻找不依赖空气动力学产生界面压力波动的方法。这是本文工作的主要动因。本文显示一个大的圆球形液滴的自然自由振动可以由外加适当的频率引起共振来放大经过选择的不同波长的界面短波。数值结果可以说明如何用参数共振来达到雾化。已知的无粘液滴自由振动的结果可做为本文在外力为零的特例而重复出来。由达朗伯表观力产生的两重迭流体的Rayleigh-Taylor稳定性的控制方程可由无穷大液滴这一特殊情况重复出来, 因而证明了达朗伯表观力引起的不稳定和参数共振引起的不稳定之间的密切物理联系。

## 二、分 析

考虑在无重力环境下一球形液滴的稳定性问题。在无外力作用和无周围气体的条件下,

\* 本文得到美国ARO, NASA 和中国上海市科学技术委员会的支持。

1 美国克拉克森大学, 波茨坦, 纽约州 13699。

2 上海大学, 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072。

已知一无粘液滴将在离散的自然频率下无增长地振动。当周围气体存在时，将很快会看到自然频率略有降低，不同模态的中性界面波振动可以与特定频率的外力发生共振。在给定界面张力、气液密度比和外力振幅的条件下来寻找最容易与中性界面波发生共振的外加频率，外力由液滴中心与时间有关的点源函数给出。因此，在球坐标下基本流动仅具有由下式给出的径向速度

$$u = m(t)/4\pi r^2 \quad (r > 0) \quad (2.1)$$

其中  $r$  是用液滴的初始半径  $R_0$  无量纲化了的径向坐标， $m$  是用  $uR_0^2$  无量纲化了的与时间有关的源的体积流量， $t$  是用  $R_0/U$  无量纲化的时间， $U$  是界面最大速度。(2.1)式给出的流动是无旋的，相应的速度势由  $\Phi_1 = -m/4\pi r$  给出。假设流体是无粘和不可压的。因此用  $\rho_1 U^2$  无量纲化的压力分布由 Bernoulli 方程给出

$$\begin{aligned} P_1 &= \dot{m}/4\pi r - m^2/32\pi^2 r^4 + P_e(t) - (m/4\pi r_e - m^2/32\pi^2 r_e^4) \\ P_2 &= Q(\dot{m}/4\pi r - m^2/32\pi^2 r^4) + P_0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

其中 “ $\dot{\phantom{x}}$ ” 表示对时间的微分，下标 1 和 2 分别指液相和气相， $P_e$  是在液滴中  $r=r_e$  处微量的参考压力， $Q=\rho_2/\rho_1$  是密度比， $P_0$  是在  $r=\infty$  处的气体压力， $P_1$  中的最后三项可以吸收到  $\Phi_1$  中去。(2.2) 式中的  $P_1$  和  $P_2$  须满足在界面  $r=R(t)$  处的动力学边界条件

$$P_1 - P_2 = 2W_e/R, \quad W_e = S/\rho_1 U^2 R_0 \quad (2.3)$$

其中  $S$  为表面张力， $W_e$  是 Weber 数，很明显  $R$  与  $m$  由以下运动学条件相联系

$$\dot{R} = m(t)/4\pi R^2 \quad (2.4)$$

此方程在初始条件  $R(0)=1$  下的解是

$$R^3 = (3/4\pi) \int_0^t m dt + 1 \quad (2.5)$$

可预见流体的粘性对于参数共振仅有阻尼作用，因为我们对粘性扩散时间内的共振感兴趣，所以粘性被略去。在基本流动失稳开始的时候，流动基本上是无旋的，因此对于扰动速度场存在一由下式给出的速度势函数

$$v_i = \nabla(\Phi_i + \varphi_i) \quad (i=1, 2)$$

其中  $\Phi_i$  和  $\varphi_i$  分别是基本流动和扰动速度的速度势。不可压流体的质量守恒定律要求

$$\nabla^2 \varphi_i = 0$$

此拉普拉斯方程在  $r=0$  和  $r \rightarrow \infty$  有界的解在球坐标  $(r, \theta, \varphi)$  下为

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \sum_{l,m} A_{lm}(t) r^l Y_{lm}(\theta, \varphi) \\ \varphi_2 &= \sum_{l,m} B_{lm}(t) r^{-l-1} Y_{lm}(\theta, \varphi) \end{aligned} \quad (2.6)$$

其中  $Y_{lm}$  是与连带的勒让德函数  $P_{lm}(\cos\theta)$  有关的拉普拉斯球谐函数

$$Y_{lm} = P_{lm} \exp[im\varphi]$$

$l$  取从 0 开始的所有正整数， $m$  取值  $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ 。(2.6) 式中的  $A_{lm}$  和  $B_{lm}$  由扰动界面  $r=h(\theta, \varphi, t)$  处的边界条件决定。界面处的运动学条件要求

$$\partial_r(\Phi_i + \varphi_i) = \partial_t h + h^{-2} \partial_\theta h \cdot \partial_\theta(\Phi_i + \varphi_i) + (h \sin\theta)^2 \partial_\varphi h \cdot \partial_\varphi(\Phi_i + \varphi_i) \quad (2.7)$$

动力学边界条件要求

$$(P_1 + p_1) - (P_2 + p_2) = W_e \nabla \cdot n \quad (2.8)$$

其中  $p_i$  是扰动压力， $n$  是由液体指向气体的单位法向矢量。即

$$n = (i_r, -i_\theta h, \theta/h, -i_\varphi h, \varphi/h \sin\theta)/q$$

$$q = [1 + (h, \theta/h)^2 + (h, \varphi/h \sin\theta)^2]^{\frac{1}{2}}$$

其中逗号后面的下标指对此下标的偏微分。全曲率  $\nabla \cdot n$  由下式给出。

$$\nabla \cdot n = (2/hq) - [\sin\theta(h, \theta/hq)], \theta/h \sin\theta - (h, \varphi/hq), \varphi/h \sin^2\theta \quad (2.9)$$

扰动压力场由Bernoulli方程给出

$$P_i + p_i = P_0 \delta_{i1} + P_0 \delta_{i2} - Q_i [\Phi_{i,t} + \varphi_{i,t} + (\nabla \Phi_i + \nabla \varphi_i)^2/2]_{r_i}^* \quad (r=1,2) \quad (2.10)$$

其中  $\delta_{ij}=1$ , 如  $i=j$ ;  $\delta_{ij}=0$ , 如  $i \neq j$ 。  $Q_1=1$ ,  $Q_2=Q$ ,  $r_1=r_0$ ,  $r_2=\infty$ 。将边界条件(2.7)和(2.8)线性化, 将这些方程中所有的量在  $r=R$  处展开, 考虑  $\eta=h-R$  与扰动速度同样小, 略去扰动的非线性项, 并考虑(2.3)、(2.4), 分别可从(2.7)和(2.8)得到

$$\varphi_{i,r} = \eta_{,t} - \varphi_{i,rr} \eta \quad (2.11)$$

和

$$\begin{aligned} W_0 [2\eta + (\sin\theta \eta, \theta), \theta / \sin\theta + \eta, \varphi \varphi / \sin^2\theta] R^2 \\ - (1-Q)(m/4\pi R^2 - m^2/8\pi^2 R^5) \eta \\ - (m/4\pi R^2)(\varphi_{1,r} - Q\varphi_{2,r}) - (\varphi_{1,\theta} - Q\varphi_{2,\theta}) = 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

界面小位移  $\eta$  展开为

$$\eta = \sum C_{lm}(t) Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (2.13)$$

注意在上面的级数中不包括  $l=0$  的项。如保留这些项意味着包括了产生基本流动的源函数的扰动。为使非定常的基本流动更为明确, 必须略去这一项。式(2.6)中  $l=0$  的项也必须略去以达到运动学关系的一致。将(2.6)、(2.13)和的表达式代入(2.11), 从各模态的系数中可以得到

$$\begin{aligned} A_{lm} &= R^{l-1}(\dot{C}_{lm} + 2\dot{R}C_{lm}/R)/l \\ B_{lm} &= -R^{l+2}(\dot{C}_{lm} + 2\dot{R}C_{lm}/R)/(l+1) \end{aligned} \quad (2.14)$$

将(2.6)、(2.13)和恒等式

$$(\sin\theta Y_{lm,\theta}), \theta + Y_{lm,\varphi\varphi}/\sin\theta = -l(l+1)Y_{lm}\sin\theta$$

代入(2.12), 可得

$$\begin{aligned} W_0 C_{lm} [l(l+1) - 2]/R^2 + (\dot{R}R^{l-1}A_{lm} + R^l A_{lm} \\ - Q[R^{-l-1}B_{lm} - (l+1)\dot{R}R^{-l-2}B_{lm}]) + (1-Q)\dot{R}C_{lm} = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

将式(2.14)和其对时间的导数代入(2.15), 得到关于扰动速度  $lm$  模态的界面位移幅度的控制微分方程

$$\begin{aligned} \ddot{C}_{lm} + G\dot{C}_{lm} + HC_{lm} = 0 \\ G = 3\dot{R}/R \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$H = \dot{R}/R \left( \frac{2+l}{l} + \frac{(1-l)Q}{l+1} \right) + \frac{W_0}{R^3} [l(l+1) - 2] \frac{l(l+1)}{[1+l(1+Q)]}$$

注意  $C_{lm}$  仅与  $l$  有关而与  $m$  无关。因此对于给定的一组  $(R, W_0, Q)$ , 如果液滴具有周期振动, 对于每一  $l$ , 有  $2l$  个独立的纵向振动模态。

当不存在外力作用时, (2.16) 成为

$$\ddot{C}_{lm} + C_{lm} W_0 l(l+1)[l(l+1) - 2]/[1+l(1+Q)] = 0$$

即  $l=1$  相应于常速度下的刚体平移, 自由振动的最小频率由  $l=2$  的模态给出

$$\omega_2 = [24W_0/(3+2Q)]^{\frac{1}{2}} \quad (2.17)$$

当  $Q=0$ , 上面的结果退化到真空中无粘球形液滴自由振动的已知结果<sup>[6]</sup>。注意自由振动的频率随气液密度比下降, 随表面张力上升。

附录中给出当  $R_0 \rightarrow \infty$  时, (2.16) 式退化为与时间有关的表观力场中两重迭平面流体层的 Rayleigh-Taylor 不稳定性的控制方程<sup>[7]</sup>。

用以下变换

$$C_l = v_l \exp\left(-\frac{1}{2} \int G dt\right) = v_l R^{-3/2}$$

(2.16) 式可化为正则形式

$$v_l + I(t)v_l = 0 \quad (2.18)$$

$$I = H - 3\dot{R}/2R - 3(\dot{R}/2R)^2$$

当  $I(t)$  是周期函数时, (2.18) 式为 Hill 方程。根据 Floquet 理论<sup>[8]</sup>, (2.18) 式有两种一般解。第一种是周期解, 其周期可能与  $I(t)$  的周期不同。第二种是与  $I(t)$  相同的周期振动, 但幅度呈指数增长。为证明 (2.18) 式与 Mathieu 方程的关系, 我们考虑液滴半径简谐振动的一般情况, 即

$$R = 1 + a \cos \omega t$$

其中  $\omega$  是外加频率。在  $a \ll 1$  的特殊情况下, (2.18) 简化为

$$\frac{d^2 v_l}{dT^2} + \left\{ \left[ \frac{E(l)}{\omega} \right]^2 + a \cos T \left[ \frac{3}{2} - \frac{(2+l)(l+1) + l(1-l)Q}{l+1+lQ} \right] \right\} v_l = 0 \quad (2.19)$$

其中  $T = \omega t$ ,  $E$  是自由振动的频率, 由下式给出

$$E(l) = \left\{ \frac{W_0 l(l+1)[l(l+1)-2]}{1+l(1+Q)} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

(2.19) 式是 Mathieu 方程。已知 [9] 在  $a \rightarrow 0$  附近中性的自由振动是不会产生共振而呈指数增长的, 除非外加频率是

$$E/\omega = N/2$$

其中  $N$  是大于零的正整数。因此, 一般情况下自由振动的某一模态可以由外加一周力引起共振, 其周期是自由振动半周期的整数倍。对于有限的  $a$ , 参数共振发生在  $a \sim \left(\frac{E}{\omega}\right)$  空间的楔形区内, 楔形的顶点在  $a=0$  和  $E/\omega = N/2$  处。在这些有时叫作 Arnold 舌的区域之外, 振动仍然是中性的。强迫振动对  $W_0$ ,  $Q$  和  $a$  的敏感性将用下节的数值结果详细说明。(2.18) 式的数值解是用 6 阶龙格-库塔法得到的, 并不用假设  $a$  很小。

### 三、结 果

图 1 显示在三个不同频率的给定振幅的谐波作用下  $C_{2,m}$  随时间的增长。 $Q=0.0013$  是在一个大气压下水与空气的密度比。Weber 数的值总是 1, 如果毛细速度  $(S_1/\rho_1 R_0)^{1/2}$  被选作特征速度。水平轴代表正则时间  $T = \omega_2 t$ ,  $\omega_2$  是与液滴的自由振动同步的外力谐波的频率, 所以在  $\omega_2 = E$  的情况下, 外力对  $T$  是  $2\pi$  周期的。 $E/\omega = 1$  和  $E/\omega = 0.5$  都位于上节所指出的不稳定区内。从图中可看出  $C_{2,m}$  增长率在亚谐共振  $\omega = 2E$  时比同步共振  $E = \omega$  时要大得多。事实上后一情况下的增长很难被察觉。因为振幅很小 ( $a=0.01$ )。如图 2 所示, 当外力振幅增加时增长率也急剧增加。图 1 中  $E/\omega = 0.75$  的情况是在共振区之外中性稳定振动的情况。

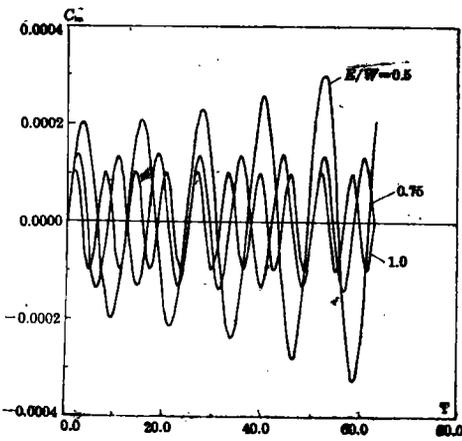


图1 参数共振 ( $Q=0.0013, W_0=1, \alpha=0.01, l=2$ )

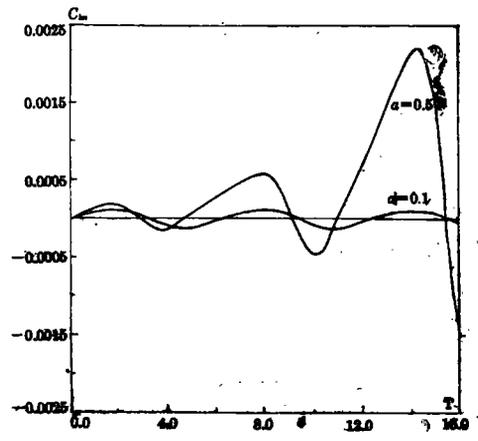


图2 外力振幅的影响 ( $Q=0.0013, W_0=1, E/\omega=1, l=2$ )

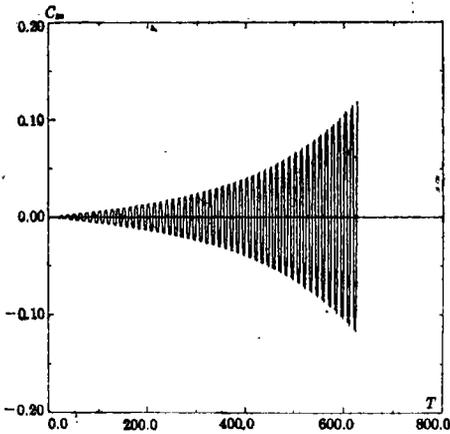


图3 共振波 ( $Q=0.0013, W_0=1, E/\omega=0.75, l=10, \alpha=0.0882$ )

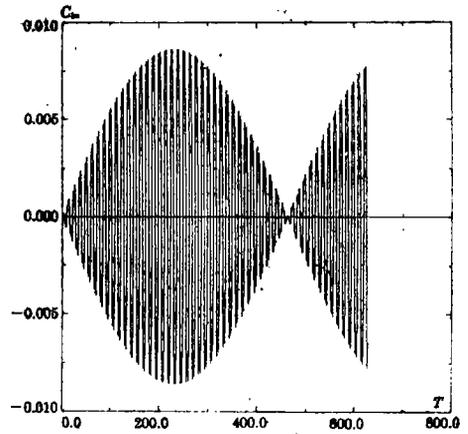


图4 调制波 ( $Q=0.0013, W_0=1, E/\omega=0.75, l=10, \alpha=0.881$ )

图3和图4显示, 在所给定的流动参数下, 关于  $T = \omega t = \frac{4Et}{3}$  的  $2\pi$  周期外力的振幅不到千

分之二的改变如何改变了  $C_{10m}$  响应的整个性质。图3中外力振幅  $\alpha=0.0882$  足以使响应处于共振区域,  $C_{10m}$  呈指数增长并超过外力振幅。在图4中,  $\alpha$  稍微减少一点到 0.0881, 响应就在 Arnold 舌之外发生。扰动振幅在外力振幅以内以远大于外力周期的周期被调制。

图5显示了在给定流动参数下, 简谐外力和液滴自由振动的三个不同带状模态之间的同步共振。纵轴为扰动振幅, 横轴为正则时间  $T = E(2)t$ 。所以对应于  $l=2, 5$  和  $7$  的模态的以  $T$  表示的外力周期由对应的  $l$  值表示的  $2\pi E(l)/E(2)$  来表示。可以看到高阶带状模态有较高的频率和更大的放大率。这具有有利的实际意义, 在下节将对此作出进一步的解释。图5也可以用来说明表面张力会抑制共振。为了突出表面张力的效应, 考虑一液滴在固定频率简谐外力作用下不同的表面张力值。选择  $R_0\Omega$  为特征速度,  $\Omega$  是  $l=2$  的基本模态的有量纲外加频率, 特征速度不再是毛细速度,  $W_0$  也不再是 1,  $E(l)$  可以写为

$$E(l) = W_0^{\frac{1}{2}} E_1(l)$$

$$E_1(l) = \left[ \frac{l(l+1)[l(l+1)-2]}{1+l(1+Q)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

图5中给出的结果当  $E(l)/\omega=1$  时仍然有效, 当  $l=2$  时取  $W_0=1$ , 则  $\omega=E_1(2)$ , 当  $W_0^{\frac{1}{2}} E_1(l)/E_1(2)=1$  时结果仍可应用. 因此标有不同  $l$  值的曲线相应于不同的  $W_0^{\frac{1}{2}} = E_1(2)/E_1(l)$ . 从图5可见, 放大率随着  $l$  值的增加而增大. 因为在联系  $W_0$  和  $E_1(l)$  的方程中  $E_1(l)$  随  $l$  增加, 所以放大率随  $W_0$  的减小而增加, 即表面张力是抑制共振的. 有意思的是没有表面张力共振也是不可能的. 因此表面张力有双重作用, 它赋与液滴以自然频率使得共振可能发生, 同时它又抑制了共振引起的波的增长.

图6描绘了气液密度比对同步共振的影响. 如我们在上一节中解释过的, 振动频率随  $Q$  的增加而下降. 但是对  $l=50$  的高阶带状模态, 效果并不明显 (参见  $E$  的表达式). 可见  $C_{50m}$  的放大率随  $Q$  值增加而降低, 这说明气体的惯性是抑制放大的.

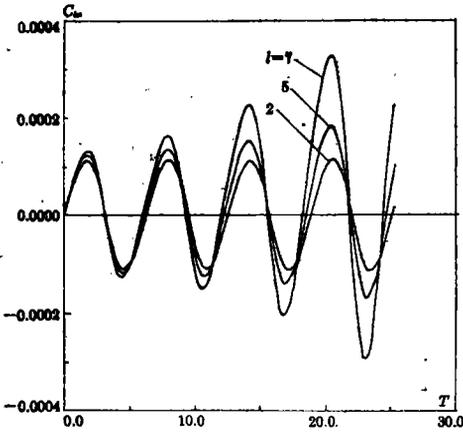


图5  $l$  和表面张力的影响

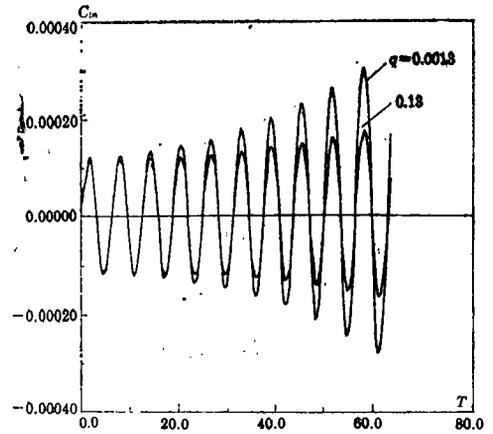


图6  $Q$  的影响 ( $\alpha=0.01, W_0=1, E/\omega=1, l=50$ )

#### 四、讨 论

虽然在我们的模型中的孤立脉动质量源在大气物理环境中并不是不可想象的, 在实验室里不对此理想模型进行部分改变却是很难实现的. 但是可以想象, 在液滴的中心可以悬浮着一热容量较低的球形物体, 然后用光学方法对它进行周期加热和冷却, 以产生所需要的外加力.

扰动的一些模态的放大率在亚谐共振时比同步共振时要大.  $\alpha$  和其他流动参数保持不变, 在  $E/\omega=N/2$ ,  $N>2$  时的超谐共振的放大率比同步共振时还要小.  $N\geq 3$  的数值结果没有在上一节给出. 因此在雾化应用中, 应尽量追求亚谐共振. 与液体射流的雾化<sup>(4)</sup>相反, 无重力环境下球形液滴的参数共振雾化不能由增加周围气体的密度来增强. 图5中给出的结果说明同样的外加频率对具有较低表面张力的液体可以激发出较高阶的带状模态来. 这一事实的实际意义是具有较小表面张力的液滴可以产生较小的微滴. 与瞬时的射流雾化相反, 参数共振的雾化可以由调整外加频率来选择一特有的波长. 但是不能期望单色散的微滴. 因为对每一

带状模态有 $2l$ 重纵向简并。然而,由于可以选择一特定的带状模态,微滴的尺寸分布可以预期比瞬时射流雾化要集中一些。在先进材料制备过程中,产生尺寸分布集中的亚微米尺度的微滴的经济方法是非常需要的。我们可以估计一下用我们建议的方法来产生小微滴所需要的外加频率和振幅。假定我们想从在空气中半径为2厘米的球形水滴产生半径大约为100微米的微滴所需的 $l$ 值大约为 $\pi\text{cm}/(10^{-2}\text{cm})=10^2\pi$ 。如我们用亚谐共振来激发雾化,则需要 $E(l)/\omega=1/2$ ,由 $E(l)$ 的表达式可得到

$$\left(\frac{S}{\rho_1\Omega^2 A^2 R_0}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{l(l+1)[l(l+1)-2]}{1+l(1+Q)}\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

其中 $\Omega$ 和 $A$ 分别是有量纲的外加频率和振幅,将 $S=72\text{dynes/cm}$ , $\rho_1=1\text{gm/cm}^3$ , $R_0=2\text{cm}$ , $l=10^2\pi$ , $Q=0.0013$ 代入此表达式,可得 $\Omega A=1.2509\times 10^4 A/\text{s}$ 。如选取 $A=1$ 厘米,则 $\Omega=12.05\times 10^3\text{rad/s}$ ,可以由压电传感器得到这么高的频率。必须指出,式(2.18)中的外力振幅不一定很小,但与 $\rho(\Omega A)^2$ 成比例的输入功率必须足够大,以克服粘性阻尼。粘性阻尼的时间指数 $\beta$ 可以由Miller和Scriven的公式(28)在低粘度极限时估计为

$$\beta=\nu(l-1)(2l+1)/R_0^2$$

其中 $\nu$ 是液体粘度。如令上式中 $\nu=0.01\text{cm}^2/\text{s}$ , $l=100\pi$ , $R_0=2$ 厘米,可得

$$\beta=4.94$$

相应振幅为 $B$ 扰动的能量衰减率为

$$\rho(494B)^2$$

因此,外力功率比能量衰减率大得多的条件是

$$\rho(\Omega_m A)^2 \gg \rho(494B)^2$$

其中 $\Omega_m$ 是克服粘性耗散的最小外加频率。因 $A \gg B$ ,一个更保守的标准是

$$\Omega_m \gg 494\text{rad/s}$$

上面得到的外加频率明显比这个估计值要大得多。如果外力振幅稍微大于1厘米,所给予的能量可能是对用参数共振来产生微滴所足够大的。

我们应用的线性理论只能预测参数共振的开始。随后由增长的界面波形成条带和最后条带由于毛细收缩的Rayleigh模态形成微滴的过程需要对问题进行完全非线性分析。略去的粘性应该对共振频率影响很小,它对增长率的影响可能更大,特别对于短波来说。对于给定的输入功率可能还会给出一截断波数,超过它后液滴不能被共振。

### 附 $R_0 \rightarrow \infty$ 录: 的极限情况

为了取得适当的 $R_0 \rightarrow \infty$ 的极限,首先将式(2.16)用 $W_e$ 和 $Q$ 的定义写成有量纲的形式,并引入有量纲变量。

$$\xi=R_0 C_1, R_1=R_0 R, \tau=t/(R_0/U), \lambda=2\pi R_0/l$$

其中 $\lambda$ 是扰动的波长。基本流动有量纲的界面位移 $R_1$ 和初始有量纲半径 $R_0$ 的关系是

$$R_1-R_0=R_0(R-1)$$

根据这一关系式,如果相对位移 $R_1-R_0$ 保持有限,则当 $R_0 \rightarrow \infty$ 时, $R \rightarrow 1$ 。

在式(2.16)的有量纲形式中取极限 $R_0 \rightarrow \infty$ 时考虑这一事实,可得

$$(\rho_1+\rho_2)\ddot{\xi}+k[k^2 S+\dot{R}_1(\rho_1-\rho_2)]\xi=0 \quad (\text{A})$$

其中“ $\dot{\cdot}$ ”代表对 $\tau$ 的微分, $k=2\pi/\lambda$ 是波数, $\dot{R}_1$ 给出达朗伯表现体力,因为加速度 $\dot{R}_1$ 与两重迭流体的平行界面相垂直。式(A)是考虑了表面张力项的Rayleigh-Taylor不稳定性的控制方程<sup>[7]</sup>。这样我们就建立了由两重迭流体层中的达朗伯表现体力产生的界面不稳定性 and 参数共振引起的界面不稳定性之间的关系。事

实上前者的原因就是后者的来源。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] S. P. Lin and B. Creighton, Energy budget in atomization, *J. Aerosol Science and Tech.*, 12 (1990), 630.
- [ 2 ] S. Chandrasekhar, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Oxford Univ. Press, Oxford, England (1961), 537.
- [ 3 ] S. P. Lin and E. A. Ibrahim, Instability of a viscous liquid jet surrounded by a viscous gas in a vertical pipe, *J. Fluid Mech.*, 218 (1990), 641.
- [ 4 ] S. P. Lin and Z. W. Lian, Mechanism of the breakup of liquid jets, *AIAA Journal*, 28 (1990), 120.
- [ 5 ] S. P. Lin and Z. W. Lian, Absolute and convective instability of a viscous liquid jet surrounded by a viscous gas, *Phys. Fluids A*, 5 (1993), 1272.
- [ 6 ] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*, 2nd Edition, Pergamon Press, New York (1987), 244.
- [ 7 ] P. G. Drazin and W. H. Reid, *Hydrodynamic Stability*, Cambridge University Press, Cambridge, England (1985), 426.
- [ 8 ] D. A. Sanchez, *Ordinary Differential Equations and Stability Theory*, W. H. Freeman and Co. San Francisco (1968), 155.
- [ 9 ] V. I. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer-Verlag, New York (1989), 25.
- [ 10 ] C. A. Miller and L. E. Scriven, The oscillation of a fluid droplet in another fluid, *J. Fluid Mech.*, 32 (1968), 417.

## Atomization of a Liquid Drop by Pulsation

S. P. Lin

(Department of Mechanical and Aeronautical Engineering Clarkson  
University, Potsdam, NY 13699, USA)

Z. W. Zhou

(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics,  
Shanghai 200072, P. R. China)

### Abstract

By use of stability analysis, it is shown that a spherical drop can be resonated parametrically to initiate the formation of droplets of diameters much smaller than those of the original drop. Both the surface tension and the density of the surrounding gas tend to retard this atomization process. The interfacial instability associated with the D'Alembert apparent body force in two superposed flat layers is shown to be closely related to the interfacial instability caused by parametric resonance.

**Key words** atomization, instability, parametric resonance