

反冲塞效应的热弹性理论分析 (II) ——反鼓包运动*

周益春¹ 段祝平¹ 解伯民¹

(1994年5月1日收到, 1996年1月25日收到修改稿)

摘 要

本文对我们新近发现的长脉冲激光束对金属薄片材料的一种新的破坏方式——“反冲塞”效应(RPE)的反鼓包运动进行了热弹性理论分析。在不考虑膜力和弯矩相互耦合的小变形热弹性板理论情形下, 将挠度 w 分解为准静态部分 w_s 和动态部分 w_d , 得到了挠度 w 的精确解。同时还分析了等效热载荷以及对早期运动状态进行了无量纲分析。这些分析能较好地定性解释反冲塞效应的早期运动状态即反鼓包运动特征。

关键词 长脉冲激光束 反冲塞效应 小变形 热弹性板理论 反鼓包运动

一、引 言

我们报导了实验中发现的有关长脉冲激光束引起金属薄片靶材破坏的新模式——“反冲塞”效应^[1~2]。这和迄今人们熟悉的激光引起层裂、热烧蚀、熔化、气化及等离子体吸收等现象的破坏机理不同。“反冲塞”效应由反鼓包运动、热塑变形局部化、剪切破坏到形成塞片三个不同阶段组成。它是一个典型的3F(Flow-Fracture-Fragmentation)过程。在[3]中, 我们对温度场进行了分析, 结果表明, 在激光辐照的初期, 靶材厚度方向具有很高的温度梯度, 而这温度梯度则相当于等效外热载荷, 在靶内造成较高的弯曲热应力, 使靶材逆着激光入射方向作弯曲运动, 即产生反鼓包运动, 这是反冲塞效应的第一阶段。本文在[3]的基础上, 分析了等效外热载荷及准静态弯矩的形态和反鼓包运动的特征。

二、控制方程

在作反鼓包运动分析时作出以下三点假设:

- (I) 忽略力-热耦合效应。如热弹性耗散能忽略不计的话, 就可以作出这个假设^[4]。
- (II) 小变形情形, 则忽略膜力和弯矩的相互耦合效应。
- (III) 所有材料参数都是常数, 这意味着忽略材料参数的温度相关性。

* 本项目得到国家863高技术激光领域的资助。

¹ 中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放研究实验室, 北京 100080。

虽然假设(Ⅰ)和(Ⅲ)对分析整个反冲塞效应是不合适的,但对于分析激光引起薄片早期运动状态,即反鼓包运动是适当的。这样挠度 w 由以下方程所控制,

$$D_1 \Delta^2 w + \frac{1}{1-\nu} \Delta M_t + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

初始条件为,

$$w \Big|_{t=0} = \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (2.2)$$

边界条件为,

$$w \Big|_{r=b} = \frac{\partial w}{\partial r} \Big|_{r=b} = 0 \quad (2.3)$$

其中

$$M_t = \alpha_0 E \int_{-h/2}^{h/2} \theta(r, z, t) z dz \quad (2.4)$$

上述各式中, $D_1 = Eh^3/12(1-\nu^2)$ 是材料的刚度系数, ν 是泊松比, ρ 是材料密度, α_0 是热膨胀系数, 其余各量的意义同[3] (以下类同), Δ 是 Laplace 算符。这里挠度 w 的方向与入射激光方向即 z 轴的方向一致为正。

为方便起见, 将各量无量纲化,

$$\hat{\theta} = \frac{\theta}{h_1 T_m}, \quad \hat{w} = \frac{w}{w_p a}, \quad \hat{M}_t = \frac{M_t}{\frac{1}{4} h^2 \rho_0 M_p},$$

$$\hat{M}_r = \frac{M_r}{\frac{1}{4} h^2 \sigma_0 m_0}, \quad \hat{M}_\theta = \frac{M_\theta}{\frac{1}{4} h^2 \sigma_0 m_0} \quad (2.5)$$

而基本的无量纲参数为,

$$h_1 = \frac{h}{a}, \quad A = \frac{\alpha a^2}{D}, \quad B = \frac{(\alpha + \beta) a^2}{D}, \quad h_3 = \alpha_0 T_m$$

$$h_4 = \frac{I_{\max} a}{k_0 T_m} = \frac{(1-R_0) P_{\max}}{k_0 \pi a T_m}, \quad h_5 = \frac{E}{\sigma_0}, \quad h_6 = \frac{\rho D^2}{a E} \quad (2.6)$$

同时还定义几个新的无量纲参数为,

$$w_p = 24(1+\nu) h_3 h_4, \quad M_p = 8 h_3 h_4 h_5, \quad m_0 = 8 h_1 h_3 h_4 h_5 / (1-\nu)$$

$$m_1 = 12(1-\nu^2) h_6 / h_1^2 \quad (2.7)$$

这里符号上带有“^”者表示为相应的无量纲量, 而 σ_0 是室温时材料的屈服强度, M_r 和 M_θ 分别为径向和环向方向的弯矩,

$$M_r = -D_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{M_t}{1-\nu} \quad (2.8)$$

$$M_\theta = -D_1 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) - \frac{M_t}{1-\nu} \quad (2.9)$$

为书写方便, 用 $\hat{\theta}$, \hat{w} , \hat{M}_t , \hat{M}_r , \hat{M}_θ , r 和 z 代替相应的无量纲量 $\hat{\theta}$, \hat{w} , \hat{M}_t , \hat{M}_r , \hat{M}_θ , r 和 z , 这样控制方程为,

$$\Delta^2 \hat{w} + \frac{1}{h_1} \Delta \hat{M}_t + m_1 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.10)$$

初始条件为

$$w \Big|_{t=0} = \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (2.11)$$

边界条件为,

$$w \Big|_{r=h_2} = \frac{\partial w}{\partial r} \Big|_{r=h_2} = 0 \quad (2.12)$$

且有,

$$M_t = \frac{1}{2h_1^2} \int_{-h_1^{1/2}}^{h_1^{1/2}} \theta z dz \quad (2.13)$$

将挠度 w 分解为准静态部分 w_s 和动态部分 w_d 的叠加^[5-6],

$$w = w_s + w_d \quad (2.14)$$

则 w_s 的控制方程为,

$$\Delta^2 w_s + \frac{1}{h_1} \Delta M_t = 0 \quad (2.15)$$

$$w_s \Big|_{r=h_2} = \frac{\partial w_s}{\partial r} \Big|_{r=h_2} = 0 \quad (2.16)$$

而 w_d 的控制方程为,

$$\Delta^2 w_d + m_1 \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2} + m_1 \frac{\partial^2 w_d}{\partial t^2} = 0 \quad (2.17)$$

$$w_d \Big|_{r=h_2} = \frac{\partial w_d}{\partial r} \Big|_{r=h_2} = 0 \quad (2.18)$$

$$w_d \Big|_{t=0} = -w_s \Big|_{t=0}, \quad \frac{\partial w_d}{\partial t} \Big|_{t=0} = -\frac{\partial w_s}{\partial t} \Big|_{t=0} \quad (2.19)$$

因此, (2.14)~(2.19)式组成了挠度 w 的基本控制方程。将各无量纲量代入(2.8)和(2.9)式, 得到弯矩的无量纲的表达式为,

$$M_r = -\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{M_t}{h_1} \right) \quad (2.20)$$

$$M_\theta = -\left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{M_t}{h_1} \right) \quad (2.21)$$

三、准静态分析

将[3]中的温度场表达式(44)式代入(2.13)式中得到等效热载荷 M_t 的表达式为,

$$M_t = -\frac{h_1}{h_2^2} \sum_{k_n} \frac{J_0(k_n r) f^*(k_n)}{J_1^2(k_n h_2)} g(k_n, t) \quad (3.1)$$

其中,

$$g(k_n, t) = \frac{1}{24} g(t) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{[(-1)^m - 1]}{(m\pi)^4} [g(t) - \left(\frac{m\pi}{h_1} \right)^2 \left(\frac{\exp[-At] - \exp[-Ct]}{C-A} - \frac{\exp[-Bt] - \exp[-Ct]}{C-B} \right)] \quad (3.2)$$

对于方程(2.15)式有

$$\frac{h_1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w_s}{\partial r} \right) \right] \right\} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial M_s}{\partial r} \right) = 0 \quad (3.3)$$

将(3.3)式积分, 并注意到在 $r=0$ 处, w_s 和 $\frac{\partial w_s}{\partial r}$ 有限, 则有

$$w_s = \frac{1}{4} C_1 r^2 - \frac{1}{h_2^2} \sum_{k_n} \frac{J_0(k_n r) f^*(k_n)}{k_n^2 J_1^2(k_n h_2)} g(k_n, t) + C_2 \quad (3.4)$$

其中 C_1 和 C_2 是积分常数, 由边界条件(2.16)式确定,

$$w_s = -\frac{1}{h_2^2} \sum_{k_n} \frac{f^*(k_n) g(k_n, t)}{k_n^2 J_1^2(k_n h_2)} \left[J_0(k_n r) + \frac{1}{2h_2} k_n J_1(k_n h_2) (r^2 - h_2^2) \right] \quad (3.5)$$

为了分析准静态弯矩的分布形态, 将(3.5)式代入(2.20)和(2.21)式有

$$M_r = \frac{1}{h_2^2} \sum_{k_n} \frac{f^*(k_n) g(k_n, t)}{k_n J_1^2(k_n h_2)} \left[\frac{1+\nu}{h_2} J_1(k_n h_2) + \frac{1-\nu}{r} J_1(k_n r) \right] \quad (3.6)$$

$$M_\theta = \frac{1}{h_2^2} \sum_{k_n} \frac{f^*(k_n) g(k_n, t)}{k_n J_1^2(k_n h_2)} \left[(1-\nu) k_n J_0(k_n r) + \frac{1+\nu}{h_2} J_1(k_n h_2) - \frac{1-\nu}{r} J_1(k_n r) \right] \quad (3.7)$$

四、动态分析

对于边界条件(2.19)式, 容易得到挠度 w 的动态部分 w_d 的振型为,

$$w_d = \sum_{\alpha_n} w_d^*(\alpha_n, t) \left[I_0(\alpha_n r) - \frac{I_0(\alpha_n h_2)}{J_0(\alpha_n h_2)} J_0(\alpha_n r) \right] \quad (4.1)$$

其中 α_n 是方程

$$J_0(\alpha_n h_2) I_1(\alpha_n h_2) + J_1(\alpha_n h_2) I_0(\alpha_n h_2) = 0 \quad (4.2)$$

的根, $I_0(x)$ 是零阶虚宗量 Bessel 函数, $w_d^*(\alpha_n, t)$ 是变换系数. 令振型 y_n 为,

$$y_n = I_0(\alpha_n r) - \frac{I_0(\alpha_n h_2)}{J_0(\alpha_n h_2)} J_0(\alpha_n r) \quad (4.3)$$

反复利用 Bessel 方程及一些变换, 容易证明振型 y_n 是完备且正交的, 即

$$\int_0^{h_2} y_m y_n r dr = 0 \quad (m \neq n) \quad (4.4)$$

为了得到 w_d 的精确解, 分别求出模和一些变换系数.

(一) 求模 $\int_0^{h_2} y_n^2 r dr$

将(4.3)式代入模的表达式中有,

$$\int_0^{h_2} y_n^2 r dr = \int_0^{h_2} \left[I_0^2(\alpha_n r) + \frac{I_0^2(\alpha_n h_2)}{J_0^2(\alpha_n h_2)} J_0^2(\alpha_n r) - \frac{2I_0(\alpha_n h_2)}{J_0(\alpha_n h_2)} I_0(\alpha_n r) J_0(\alpha_n r) \right] r dr \quad (4.5)$$

因为,

$$\int_0^{h_2} I_0^2(\alpha_n r) r dr = \frac{1}{2} h_2^2 I_0^2(\alpha_n h_2) - \int_0^{h_2} r^2 I_0(\alpha_n r) \frac{dI_0(\alpha_n r)}{dr} dr \quad (4.6)$$

而 $I_0(a_n r)$ 应满足相应的虚宗量 Bessel 方程,

$$r^2 \frac{d^2 I_0(a_n r)}{dr^2} + r \frac{d I_0(a_n r)}{dr} - \alpha_n^2 r^2 I_0(a_n r) = 0 \quad (4.7)$$

这样, 利用上式和一些变换得到,

$$\int_0^{h_2} I_0^2(a_n r) r dr = \frac{1}{2} h_2^2 [I_0^2(a_n h_2) - I_1^2(a_n h_2)] \quad (4.8)$$

类似地, 利用 $J_0(a_n r)$ 应满足相应的 Bessel 方程,

$$r^2 \frac{d^2 J_0(a_n r)}{dr^2} + r \frac{d J_0(a_n r)}{dr} + \alpha_n^2 r^2 J_0(a_n r) = 0 \quad (4.9)$$

容易得到

$$\int_0^{h_2} J_0^2(a_n r) r dr = \frac{1}{2} h_2^2 [J_0^2(a_n h_2) + J_1^2(a_n h_2)] \quad (4.10)$$

$$\int_0^{h_2} I_0(a_n r) J_0(a_n r) r dr = 0 \quad (4.11)$$

将(4.8), (4.10)和(4.11)式代入(4.5)式, 且注意到(4.2)式, 即得到模为

$$\int_0^{h_2} y_n^2 r dr = h_2^2 I_0^2(a_n h_2) \quad (4.12)$$

(二) 求有关的变换系数

$$1. \text{ 求 } \int_0^{h_2} J_0(k_n r) y_n(a_n r) r dr$$

将 y_n 的表达式(4.3)式代入有,

$$\int_0^{h_2} J_0(k_n r) y_n(a_n r) r dr = \int_0^{h_2} J_0(k_n r) \left[I_0(a_n r) - \frac{I_0(a_n h_2)}{J_0(a_n h_2)} J_0(a_n r) \right] r dr \quad (4.13)$$

由 Bessel 方程(4.7)和

$$r^2 \frac{d^2 J_0(k_n r)}{dr^2} + r \frac{d J_0(k_n r)}{dr} + k_n^2 r^2 J_0(k_n r) = 0 \quad (4.14)$$

有,

$$-(k_n^2 + \alpha_n^2) r I_0(a_n r) J_0(k_n r) = -\frac{d}{dr} \left[r I_0(a_n r) \frac{d J_0(k_n r)}{dr} - r \frac{d I_0(a_n r)}{dr} J_0(k_n r) \right] \quad (4.15)$$

则,

$$\int_0^{h_2} r I_0(a_n r) J_0(k_n r) dr = \frac{h_2 k_n}{k_n^2 + \alpha_n^2} I_0(a_n h_2) J_1(k_n h_2) \quad (4.16)$$

这里用到了 $J_0(k_n h_2) = 0$ 的条件. 同理有,

$$\int_0^{h_2} r J_0(a_n r) J_0(k_n r) dr = \frac{h_2 k_n}{k_n^2 - \alpha_n^2} J_0(a_n h_2) J_1(k_n h_2) \quad (4.17)$$

因此,

$$\int_0^{h_2} J_0(k_n r) y_n(a_n r) r dr = -\frac{2 h_2 k_n \alpha_n^2}{k_n^4 - \alpha_n^4} I_0(a_n h_2) J_1(k_n h_2) \quad (4.18)$$

$$2. \text{ 求 } \int_0^{h_2} (h_2^2 - r^2) y_n(a_n r) r dr$$

因为

$$\int_0^{h_2} I_0(\alpha_n r) r dr = \frac{h_2}{\alpha_n} I_1(\alpha_n h_2), \quad \int_0^{h_2} J_0(\alpha_n r) r dr = \frac{h_2}{\alpha_n} J_1(\alpha_n h_2) \quad (4.19)$$

因此

$$\int_0^{h_2} y_n(\alpha_n r) r dr = \frac{2h_2}{\alpha_n} I_1(\alpha_n h_2) \quad (4.20)$$

同时有

$$\int_0^{h_2} I_0(\alpha_n r) r^3 dr = \frac{h_2^3}{\alpha_n} I_1(\alpha_n h_2) - \frac{2h_2^2}{\alpha_n^2} I_0(\alpha_n h_2) + \frac{4h_2}{\alpha_n^3} I_1(\alpha_n h_2) \quad (4.21)$$

$$\int_0^{h_2} J_0(\alpha_n r) r^3 dr = \frac{h_2^3}{\alpha_n} J_1(\alpha_n h_2) + \frac{2h_2^2}{\alpha_n^2} J_0(\alpha_n h_2) - \frac{4h_2}{\alpha_n^3} J_1(\alpha_n h_2) \quad (4.22)$$

所以

$$\int_0^{h_2} (h_2^2 - r^2) y_n(\alpha_n r) r dr = \frac{4h_2^2}{\alpha_n^2} I_0(\alpha_n h_2) \quad (4.23)$$

(三) 求变换系数 $w_d^*(\alpha_n, t)$

将(4.1)式代入方程(2.17)式有,

$$\sum_{\alpha_n} \alpha_n^4 w_d^*(\alpha_n, t) y_n(\alpha_n r) + m_1 \sum_{\alpha_n} \frac{d^2 w_d^*(\alpha_n, t)}{dt^2} y_n(\alpha_n r) + m_1 \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2} = 0 \quad (4.24)$$

由于 y_n 的正交性(4.4)式, 上式两边同乘以 $y_n(\alpha_n r) r$ 再积分, 且将模(4.12)式代入后有以 $w_d^*(\alpha_n, t)$ 为未知数的常微分方程,

$$\alpha_n^4 h_2^2 I_0^2(\alpha_n h_2) w_d^*(\alpha_n, t) + m_1 h_2^2 I_0^2(\alpha_n h_2) \frac{d^2 w_d^*(\alpha_n, t)}{dt^2} + m_1 \int_0^{h_2} \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2} y_n r dr = 0 \quad (4.25)$$

将(4.18)和(4.23)式代入(4.25)式最后一项有,

$$\int_0^{h_2} \frac{d^2 w_s}{dt^2} y_n r dr = \frac{2}{h_2} \sum_{k_n} \frac{f^*(k_n)}{J_1(k_n h_2)} \frac{k_n^3 I_0(\alpha_n h_2)}{(k_n^4 - \alpha_n^4) \alpha_n^2} \frac{d^2 g(k_n, t)}{dt^2} \quad (4.26)$$

这样由(4.25)和(4.26)式有

$$\frac{d^2 w_d^*}{dt^2} + \frac{\alpha_n^4}{m_1} w_d^* + \sum_{k_n} \frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} F(k_n, \alpha_n) \frac{d^2 g(k_n, t)}{dt^2} = 0 \quad (4.27)$$

其中

$$F(k_n, \alpha_n) = \frac{2}{h_2^3} \frac{\sqrt{m_1} k_n^3 f^*(k_n)}{J_1(k_n h_2) I_0(\alpha_n h_2) (k_n^4 - \alpha_n^4) \alpha_n^2} \quad (4.28)$$

注意到(3.2)式和

$$\frac{1}{24} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{[(-1)^m - 1]}{(m\pi)^4} = 0 \quad (4.29)$$

有

$$g|_{t=0} = 0 \quad \frac{dg}{dt} \Big|_{t=0} = 0 \quad (4.30)$$

因此, 由(4.27)式有,

$$w_d^*(\alpha_n, t) = C_n(t) \cos\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t\right) + D_n(t) \sin\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t\right) \quad (4.31)$$

其中

$$C_n(t) = \int_0^t \sum_{k_n} F(k_n, \alpha_n) \frac{d^2 g(k_n, t')}{dt'^2} \sin\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t'\right) dt' \quad (4.32)$$

$$D_n(t) = - \int_0^t \sum_{k_n} F(k_n, \alpha_n) \frac{d^2 g(k_n, t')}{dt'^2} \cos\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t'\right) dt' \quad (4.33)$$

令

$$L_1(\eta) = \int_0^t \exp[-\eta t'] \sin\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t'\right) dt' \quad (4.34)$$

$$L_2(\eta) = \int_0^t \exp[-\eta t'] \cos\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t'\right) dt' \quad (4.35)$$

有

$$L_1(\eta) = \frac{1}{1 + \frac{1}{\eta^2} \frac{\alpha_n^4}{m_1}} \left[\frac{1}{\eta^2} \frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} - \frac{1}{\eta} \exp[-\eta t] \sin\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t\right) - \frac{1}{\eta^2} \frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} \exp[-\eta t] \cos\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t\right) \right] \quad (4.36)$$

$$L_2(\eta) = \frac{1}{1 + \frac{1}{\eta^2} \frac{\alpha_n^4}{m_1}} \left[\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\eta} \exp[-\eta t] \cos\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t\right) + \frac{1}{\eta^2} \frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} \exp[-\eta t] \sin\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t\right) \right] \quad (4.37)$$

将(3.2)式分别代入(4.32)和(4.33)式有

$$\begin{aligned} E_1(\alpha_n, k_n, t) &= \int_0^t \frac{d^2 \bar{g}(k_n, t')}{dt'^2} \sin\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t'\right) dt' \\ &= \frac{1}{24} [A^2 L_1(A) - B^2 L_1(B)] + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{[(-1)^m - 1]}{(m\pi)^4} \{A^2 L_1(A) - B^2 L_1(B) \\ &\quad - \left(\frac{m\pi}{h_1}\right)^2 \left[\frac{A^2 L_1(A) - C^2 L_1(C)}{C-A} - \frac{B^2 L_1(B) - C^2 L_1(C)}{C-B} \right]\} \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} E_2(\alpha_n, k_n, t) &= \int_0^t \frac{d^2 \bar{g}(k_n, t')}{dt'^2} \cos\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t'\right) dt' \\ &= \frac{1}{24} [A^2 L_2(A) - B^2 L_2(B)] + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{[(-1)^m - 1]}{(m\pi)^4} \{A^2 L_2(A) - B^2 L_2(B) \\ &\quad - \left(\frac{m\pi}{h_1}\right)^2 \left[\frac{A^2 L_2(A) - C^2 L_2(C)}{C-A} - \frac{B^2 L_2(B) - C^2 L_2(C)}{C-B} \right]\} \end{aligned} \quad (4.39)$$

这样最后有

$$\begin{aligned} w_d^*(\alpha_n, t) &= \left[\sum_{k_n} F(k_n, \alpha_n) E_1(\alpha_n, k_n, t) \right] \cos\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t\right) \\ &\quad - \left[\sum_{k_n} F(k_n, \alpha_n) E_2(\alpha_n, k_n, t) \right] \sin\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t\right) \end{aligned} \quad (4.40)$$

因此, 将(4.40)式代入(4.1)式得到挠度 w 的动态部分 w_d 的表达式为

$$\begin{aligned} w_d &= \sum_{\alpha_n} \left\{ F(k_n, \alpha_n) E_1(\alpha_n, k_n, t) \right\} \cos\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t\right) - \left[\sum_{k_n} F(k_n, \alpha_n) E_2(\alpha_n, k_n, t) \right] \\ &\quad \sin\left(\frac{\alpha_n^2}{\sqrt{m_1}} t\right) \left[I_0(\alpha_n r) - \frac{I_0(\alpha_n h_2)}{J_0(\alpha_n h_2)} J_0(\alpha_n r) \right] \end{aligned} \quad (4.41)$$

而将(4.1)和(4.41)式代入(2.14)式即得挠度 w 的精确表达式.

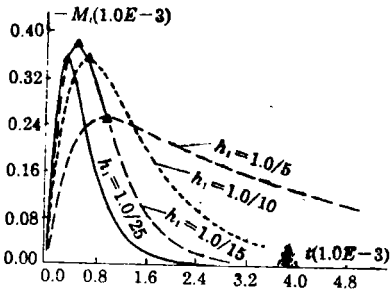


图1 光斑中心处($r=0$)不同的 h_1 下, 等效热载荷 M_1 的时间分布曲线

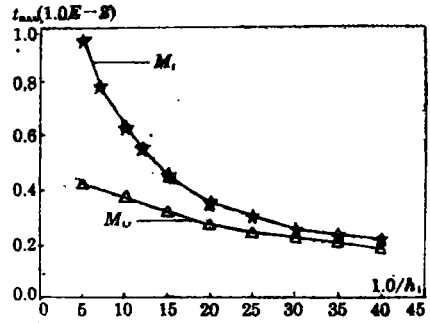


图2 光斑中心处($r=0$)等效热载荷 M_1 及光斑边缘处($r=1$) M_1 的梯度 $\frac{\partial M_1}{\partial r}$ 达到最大值时的时刻 $T_{m,r}$ 同无量纲参数 h_1 的关系

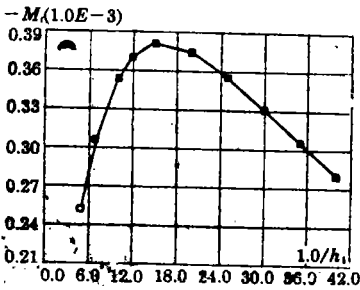


图3 光斑中心处($r=0$)等效热载荷 M_1 的最大值同无量纲参数 h_1 的关系

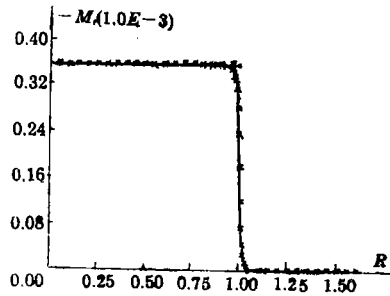


图4 等效热载荷 M_1 的空间分布形态 ($t=3.7 \times 10^{-4}$, $h_1^{-1}=25$)

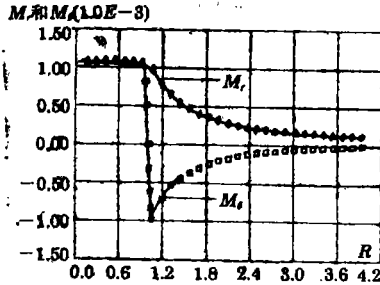
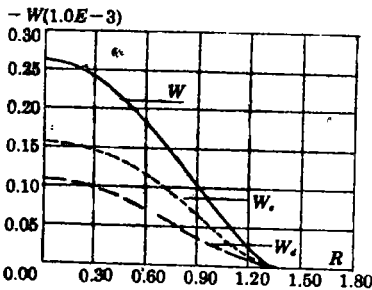
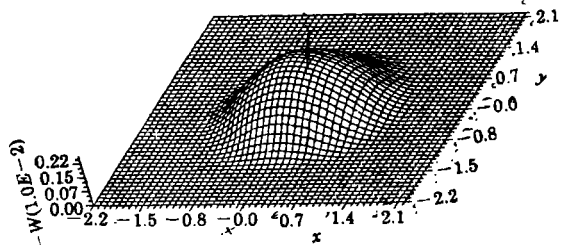


图5 准静态弯矩 M_r 和 M_θ 的空间分布形态($t=1.5 \times 10^{-4}$, $h_1^{-1}=25$)



(a) w , w_s , w_d 的二维图;



(b) w 的三维图

图6 挠度的空间分布形态($t=3.0 \times 10^{-4}$, $h_1^{-1}=25$)

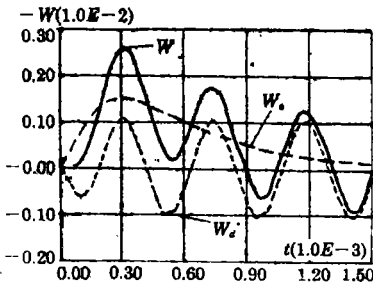


图7 光斑中心处($r=0$)挠度 w , w_s 及 w_d 的空间分布曲线($h_1^{-1}=25$)

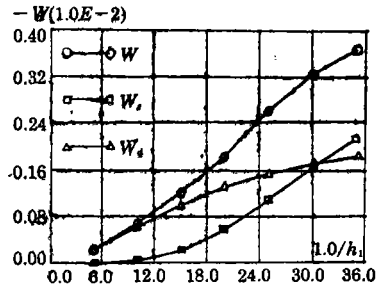


图8 光斑中心处($r=0$)挠度 w , w_s 及 w_d 的最大值同无量纲参数 h_1 的关系

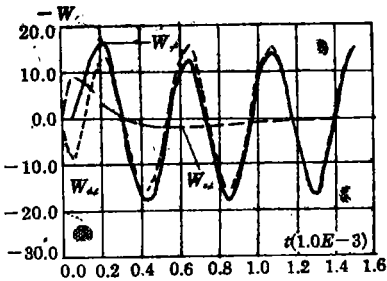


图9 光斑中心处($r=0$)薄片横向运动速度

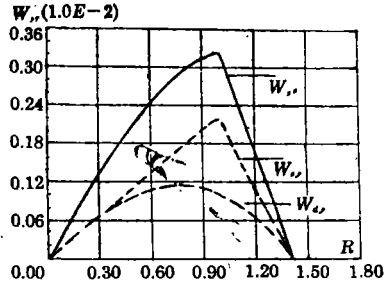


图10 薄板斜度 $\frac{\partial w}{\partial r}$, $\frac{\partial w_s}{\partial r}$, $\frac{\partial w_d}{\partial r}$ 的空间分布($t=3.0 \times 10^{-4}$, $h_1^{-1}=25$)

$\frac{\partial w}{\partial t}$, $\frac{\partial w_s}{\partial t}$, $\frac{\partial w_d}{\partial t}$ 的时间分布曲线($h_1^{-1}=25$)

五、计算结果及分析讨论

由实验结果^[2]和温度场^[3]的分析可见,只有在激光束的空间分布近似为均匀时,才能出现光斑边缘处的剪切变形局部化效应而产生反冲塞现象。因此本文仅以激光束的空间分布为均匀,而时间分布形态仍为[3]中的图1的形态为例分析计算了等效热载荷、准静态弯矩、挠度和速度的形态以及它们与无量纲参数 h_1 的关系。

(一) 量纲分析

反冲塞效应的早期运动状态即反鼓包运动规律与激光参数、靶材的材料参数及几何参数有关,即存在隐函数,

$$\Psi[h, a, \alpha, D, (\alpha + \beta), \alpha_0, T_m, I_{\max}/k_0, E, \sigma_0, \rho] = 0 \quad (5.1)$$

其中 $I_{\max} = (1 - R_0)P_{\max}/\pi a^2$ 是材料吸收激光束的峰值功率密度。选取距离[L]、时间[T]、质量[M]及温度[K]的量纲作为基本量纲,各量的量纲分别为,

$$\begin{aligned} [h] &= [L] & [a] &= [L] & [\alpha] &= [T^{-1}] & [D] &= [L^2 T^{-1}] & [(\alpha + \beta)] &= [T^{-1}] \\ [\alpha_0] &= [K^{-1}] & [T_m] &= [K] & [I_{\max}/k_0] &= [KL^{-1}] & [E] &= [ML^{-1} T^{-2}] \\ [\sigma_0] &= [ML^{-1} T^{-2}] & [\rho] &= [ML^{-3}] \end{aligned} \quad (5.2)$$

根据II定理, 应有,

$$\Phi[h^2 a^2 \alpha^2 D^2 (a+\beta)^2 \alpha_0^2 T_m^2 (I_{max}/k_0)^2 E^2 \sigma_0^2 \rho^2] = 0 \quad (5.3)$$

将(5.2)式的量纲代入(5.3)式, 且由左右两边 $[L]$ 、 $[T]$ 、 $[M]$ 及 $[K]$ 的指数相等分别有,

$$x_1 + x_2 + 2x_4 - x_8 - x_9 - x_{10} - 3x_{11} = 0 \quad (5.4)$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + 2x_9 + 2x_{10} = 0 \quad (5.5)$$

$$x_9 + x_{10} + x_{11} = 0 \quad (5.6)$$

$$-x_6 + x_7 + x_8 = 0 \quad (5.7)$$

从(5.4)-(5.7)式中消去 x_2 , x_4 , x_7 和 x_8 有,

$$\Psi\{(h/a)^2 (\alpha a^2/D)^2 [(a+\beta)a^2/D]^2 (\alpha_0 T_m)^2 (I_{max} a/k_0 T_m)^2 (\sigma_0/E)^2 (\rho D^3/a^2 E)^2\} = 0 \quad (5.8)$$

即存在同(2.6)式完全一样的七个无量纲参数,

$$\begin{aligned} h_1 &= h/a, \quad A = \alpha a^2/D, \quad B = (a+\beta)a^2/D, \quad h_3 = \alpha_0 T_m \\ h_4 &= I_{max} a/k_0 T_m, \quad h_5 = E/\sigma_0, \quad h_6 = \rho D^3/a^2 E \end{aligned} \quad (5.9)$$

式中 h_1 表示激光和靶的几何参数, A 和 B 表示激光束的时空分布参数与热学性能相耦合的无量纲参数, h_3 表示固体靶材的最大变形量, h_4 表示激光束的功率密度、几何参数与靶材热学性能相耦合的无量纲参数, h_5 表示靶材的力学性能参数, h_6 表示靶材力热耦合性能的无量纲参数。考察(2.5)和(2.7)式可见, 靶材的温升、挠度、等效热载荷和准静态弯矩各量都与无量纲参数 h_4 成正比, 即在靶材未熔化的情况下, 这些量与激光束的峰值功率密度成正比; 同时, 挠度、等效热载荷和准静态弯矩都与 h_3 成正比, 因为挠度量是靶材变形量的一种量度, 而等效热载荷和准静态弯矩是造成靶材变形的原因, 最大变形量 h_3 越大, 这些量自然也就越大; 等效热载荷和准静态弯矩都与 h_5 成正比, 即在杨氏模量 E 和屈服强度 σ_0 越小时, 靶材越容易屈服。从以上的各关系式还可看出, 各量同无量纲参数 h_1 、 A 、 B 及 h_6 的关系复杂。如果激光参数与靶材的性能确定的话, 则仅仅考察无量纲参数 h_1 的影响。在以下的计算中, 材料取为H65铜, 则有 $D=0.335\text{cm}^2/\text{s}$, $a=0.25\text{cm}$; 因此 $t_0=0.187\text{s}$, $A=2800$, $B=1.77 \times 10^4$, $h_6=1.562 \times 10^{-11}$ 和 $\nu=0.163$ 。

(二) 等效热载荷和准静态弯矩

由于等效热载荷 M_t 是产生反冲塞效应的早期运动状态即反鼓包运动的根本原因^[3], 它的特征对反鼓包运动形态影响极大, 因此我们分析等效热载荷 M_t 及它的梯度的变化规律。如图1是光斑中心处等效热载荷 M_t 的时间分布曲线, 图1和[3]中的图3、图4相比较可见, 在试件前后表面的温差最大时, M_t 也达到最大值, 而当前后表面的温度达到平衡时, M_t 也趋于零。同时发现, 在无量纲参数 h_1 越小时, M_t 作用的时间越短; h_1 越大时, M_t 作用的时间越长。这是显然的, 因为 h_1 越小表示薄板越薄, 上下表面的温度越容易达到平衡。由图2可见, 等效热载荷达到最大值的时间同 h_1^{-1} 几乎成反比关系。而由图2可见, 等效热载荷在 h_1^{-1} 较小时, 随 h_1^{-1} 的增加而增加, 而 h_1^{-1} 较大时, 随 h_1^{-1} 的增加而减小, 在 $h_1^{-1}=15$ 时 M_t 达到极大值, 即在这个极值点脉冲激光对靶材的破坏最有效。

图4是等效热载荷的空间分布形态, 由于激光束具有特殊的空间分布形态, 且热传导效应较慢, 造成等效热载荷的空间分布形态同激光束的空间分布形态相似, 从而造成等效热载荷在光斑边缘处的变化特别大, 正因为如此才在光斑边缘处出现较大的剪切变形。

图5是准静态弯矩 M_r 和 M_θ 的空间分布形态, 可以发现, 径向方向弯矩 M_r 总是正的, 在

光斑内几乎不变,可在光斑边缘处很快下降而逐渐变为零;环向方向的弯矩 M_θ 在光斑内同 M_r 相等,在光斑边缘处迅速下降到零再反向,而后逐渐变为零,即脉冲激光束造成靶材在光斑中心处先屈服,在光斑边缘处则反向出现屈服,这种弯矩分布形态在光斑边缘处是非常特殊的。

(三) 挠度分析

我们分别按(3.5)、(4.41)及(2.14)式分析了准静态挠度 w_s 、动态挠度 w_d 及总的挠度 w 以及它们的速度和梯度的特征。图6(a)是在 $t=3.0 \times 10^{-4}$ 时挠度 w_s 、 w_d 及 w 的空间分布形态的二维图,图6(b)是 w 的三维图。由于入射激光束的方向同挠度 w 的正方向一致,这里的 w 为负表明薄板是沿与入射激光束相反的方向运动,即出现反鼓包现象。对于H65黄铜有 $h_3=0.0155$,如以某一实验为例^[2],激光束造成靶材刚好出现明显的反冲塞效应时,有 $h_4=66.4$,则由图6(a)有挠度最大值为0.26,再由(2.5)式有挠度最大值是靶材厚度的1.84倍。

图7是光斑中心处挠度 w_s 、 w_d 及 w 的空间分布曲线,可以发现,在激光辐照的初期,准静态部分 w_s 的贡献是引起靶材沿着与入射激光束相反的方向运动,即出现反鼓包运动,随着时间的增加反鼓包运动越来越厉害,到达某一状态后再逐渐回复到原来的状态,这是由等效热载荷逐渐衰减到零而引起的。而动态部分 w_d 的贡献在激光辐照的初期造成靶材出现正方向运动,而后再转为反方向运动,并且出现周期性振荡,可 w_s 和 w_d 联合作用的效果是靶材在激光束刚辐照时(在 $t=5.0 \times 10^{-6}$ 即 $9.36\mu\text{s}$ 内)处于静止状态,只有到一定时间以后才出现反鼓包运动,这种情况同时从图10的横向运动速度也可以看出。图8是光斑中心处挠度的最大值同无量纲参数 h_1 的关系,可见,随 h_1^{-1} 的增加,准静态部分 w_s 迅速增加,而动态部分 w_d 增加得比较缓慢,从而造成总的挠度 w 随 h_1^{-1} 的增加而快速增加。

图9是光斑中心处薄片横向运动速度的时间分布曲线,在激光辐照的初期,由于准静态部分 w_s 和动态部分 w_d 的贡献是相互抵消的,从而造成薄片处于静止状态,由图可见,最大的无量纲运动速度是16.5,加速度是 2.2×10^5 ,如果在上面分析中取 $h_4=66.4$, $h_3=0.0155$,则最大运动速度为6.2m/s,加速度为 $4.53 \times 10^5 \text{m/s}^2$ 。

图10是薄板斜度 $\frac{\partial w}{\partial r}$, $\frac{\partial w_s}{\partial r}$, $\frac{\partial w_d}{\partial r}$ 在 $t=3.0 \times 10^{-4}$ 时的空间分布形态,由于激光束的空间均匀分布形态,造成光斑边缘处的温度场及等效热载荷在光斑边缘处变化陡峭,从而进一步影响到薄板斜度 $\frac{\partial w}{\partial r}$ 在光斑边缘处有一突变点。从实验和上述分析可见,虽然薄片总的挠度并不是太大,但在光斑边缘处 $\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}$ 是强间断的,这种强间断需要考察膜力在光斑边缘处对横向运动的影响,从而加速靶材的反鼓包运动。

六、结 论

本文对我们新近发现的长脉冲激光束对金属薄片材料的一种新的破坏方式——“反冲塞”效应的反鼓包运动进行了热弹性理论分析,同时对等效热载荷和准静态弯矩进行了分析,并且对反鼓包运动进行了无量纲分析。数值分析结果表明:无论是等效热载荷和准静态弯矩,还是挠度在光斑边缘处的变化都是特别的,即光斑边缘区是一特殊的区域。正因为这特殊的

区域才造成新的破坏方式——反冲塞效应。本文的分析可以定性地解释反冲塞效应的早期运动状态。

由于本文假设材料参数都是与温度无关的,这对于 RPE 的早期运动状态是合适的,但对于后期运动状态是不合适的,并且在后期又出现大变形效应,还需要考虑膜力及剪力的影响。

参 考 文 献

- [1] 段祝平、周益春, 脉冲激光对薄片材料产生的“反冲塞”效应, 力学进展, 23(1)(1993), 11.
- [2] 段祝平、周益春、王春奎, 非高斯型脉冲激光对金属薄片材料产生的“反冲塞”效应, 激光与物质相互作用的热和力学效应会议文集, 绵阳(1992), 434—453.
- [3] 段祝平、周益春、王春奎, 反冲塞效应的热弹性理论分析(I)——温度场分析, 应用数学和力学, 16(10)(1995), 851—860.
- [4] B. A. Boley and J. H. Weiner, *Theory of Thermal Stresses*, Wiley, New York (1960).
- [5] S. Das, Vibrations of polygonal plates due to thermal shock, *J. Sound Vibrat.*, 89 (1983), 471—476.
- [6] T. R. Tauchert, Thermal shock of orthotropic rectangular plates, *J. Thermal Stresses*, 12(1989), 241—258.

The Analytical Study on the Laser Induced Reverse-Plugging Effect by Using the Classical Elastic Plate Theory(Ⅱ)——Reverse-Bulge Motion

Zhou Yichun Duan Zhuping Xie Bomin

(*Laboratory for Nonlinear Mechanics of Continuous Media(LNM)*)

Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, P.R, China

Abstract

The reverse-bulge motion (RBM) in the metallic foils, which is induced by spatially cylindrical long pulse laser, is examined in order to analyse the newly-discovered reverse plugging effect (RPE). An uncoupled, thin plate theory is used to determine the induced flexural vibrations. The solution is obtained as the superposition of two displacement fields, representing the quasi-static and the dynamic behaviors. Meanwhile, the equivalent thermal loading and the dimensionless analysis of thin plate motion are presented. Numerical results presented may partially explain the RBM of thin plate at the early stage of laser irradiation.

Key words long-pulsed laser beam, the RPE, the RBM, thermal-elastic thin-plate theory