

理想弹塑性 I 型平面应力裂纹 线场的精确解

易志坚¹ 王士杰¹

(吴承平推荐; 1995年5月25日收到, 1995年12月11日收到修改稿)

摘 要

本文纠正了过去在裂纹弹塑性场匹配上存在的问题, 采用线场分析方法, 通过求得塑性区应力场的合理解答, 使之与弹性精确场在裂纹线附近的弹塑性边界上匹配。本文就远场受单向拉伸及双向拉伸的理想弹塑性平面应力裂纹无限板, 在完全放弃了小范围屈服条件的情况下求得了塑性区应力场、塑性区长度以及弹塑性边界的单位法向量在裂纹线附近足够精确的表达式。结果表明, 无论单向拉伸和双向拉伸, 塑性区应力分量 σ_y , σ_{xy} , 塑性区长度以及弹塑性边界的单位法向量在裂纹线附近的表达式完全相同, 但塑性区沿 x 方向的正应力 σ_x 存在差别。

关键词 I 型平面应力裂纹 线场 塑性区 匹配条件

一、引 言

Achenbach 等人^[1]及 Guo 等人^[2]采用早期的线场分析方法对理想弹塑性 I 型平面应力裂纹问题进行过探讨, 但其分析受传统的小范围屈服条件限制, 且在弹塑性场的匹配方面存在错误: 即不恰当地将弹性场在弹塑性边界上满足屈服条件作为一必须满足的匹配条件, 从而错误地得出裂纹的弹性奇异场不能同塑性场匹配的结论。对弹性区应力在弹塑性边界上是否满足屈服条件这一问题, 人们往往会从直观上不加思索地认为满足。但只要稍加分析, 我们就会发现, 由于在弹塑性边界上存在 $\sigma_{\theta\theta}$ 间断的可能性 ($\sigma_{\theta\theta}$ 表示沿弹塑性边界切线方向的正应力), 弹性区应力在弹塑性边界上满足屈服条件并非一必要条件。

作者在文[3]、[4]中提出了一种全新意义下的线场分析方法, 求得了理想弹塑性 III 型静止裂纹无限板和 III 型准静态扩展裂纹无限板裂纹线附近弹塑性场的精确解, 并在文[5]中对理想弹塑性 II 型裂纹进行了精确分析。文[3]—[5]的意义在于从根本上完全突破了经典的小范围屈服条件。其基本思想是: 通过在裂纹线附近求得塑性场的通解, 使之与弹性场的精确解在裂纹线附近的弹塑性边界上匹配, 从而完全放弃小范围屈服条件, 得出裂纹线附近不受屈服范围大小限制的精确解答。

本文将采用这种线场分析方法对远场受单向均匀拉伸及双向均匀拉伸下的 I 型平面应力裂纹无限板进行分析。通常, 小范围屈服理论对此两种情形不加区分, 但本文的精确分析表

¹ 重庆交通学院桥梁系, 重庆 630074

明, 两种情形的塑性应力分量并不完全相同,

二、基本方程

对图 1 所示受单向均匀拉伸及图 2 所示受双向均匀拉伸的 I 型平面应力裂纹无限板, 不为零的应力分量为 σ_x , σ_y , σ_{xy} , 平衡微分方程为

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (2.1a, b)$$

在裂纹线附近, $\sigma_{xy} \ll 1$. 三个主应力 ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$) 分别为

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (2.2a)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (2.2b)$$

$$\sigma_3 = 0 \quad (2.2c)$$

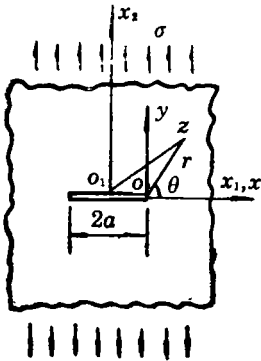


图1 单向拉伸 I 型裂纹无限板

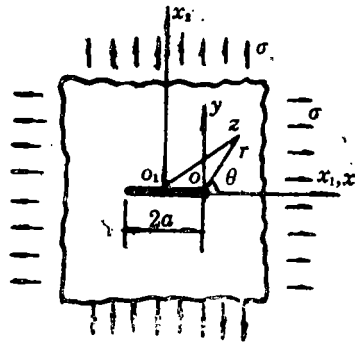


图2 双向拉伸 I 型裂纹无限板

对理想弹塑性材料, Tresca 屈服条件要求 $\sigma_1 - \sigma_3 = 2k$, 所以有

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} = 2k \quad (2.3)$$

式中 k 为剪切屈服应力, k 与拉伸屈服应力 σ_T 存在关系 (在 Tresca 屈服条件下)

$$k = \sigma_T / 2 \quad (2.4)$$

三、裂纹线附近弹性应力场的精确解

对图 1 所示受单向均匀拉伸和图 2 所示受双向均匀拉伸的平面应力 I 型裂纹无限板, 选取 Westergaard 应力函数

$$Z_I(z) = \frac{\sigma z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (3.1)$$

则可按经典方法求得弹性应力场为

$$\sigma_x = \operatorname{Re} Z_I(z) - y \operatorname{Im} Z_I'(z) + A \quad (3.2a)$$

$$\sigma_y = \operatorname{Re} Z_I(z) + y \operatorname{Im} Z_I'(z) \quad (3.2b)$$

$$\sigma_{xy} = -y \operatorname{Re} Z_I'(z) \quad (3.2c)$$

式中 $A=0$ 对应于双向均匀拉伸情形, $A=-\sigma$ 对应于单向均匀拉伸情形。

式(3.2a,b,c)既满足裂纹面的边界条件, 又满足远场边界条件, 为弹性应力场的精确解。

在图 1 所示或图 2 所示的极坐标系 (r, θ) 中, $z=a+r \cdot e^{i\theta}$ 。将(3.2a,b,c)按 θ 的幂级数形式展到裂纹线附近, 即得裂纹线附近弹性应力场的精确解为

$$\sigma_z = \frac{\sigma}{\sqrt{r(2a+r)}} \left[(a+r) - \frac{8a^2r+7a^3}{2(2a+r)^2} \theta^2 \right] + A + O(\theta^4) \quad (3.3a)$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma}{\sqrt{r(2a+r)}} \left[(a+r) + \frac{4a^2r+5a^3}{2(2a+r)^2} \theta^2 \right] + O(\theta^4) \quad (3.3b)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sigma}{\sqrt{r(2a+r)}} \frac{a^2}{2a+r} \theta + O(\theta^3) \quad (3.3c)$$

我们将直接把弹性应力场的精确解与塑性应力场在裂纹线附近的弹塑性边界上匹配, 因此小范围屈服条件的传统假定之一, 即塑性区必须足够小, 塑性区之外的弹性场为裂纹的弹性奇异 K 场这一假定将被放弃。

四、裂纹线附近的塑性应力场及弹塑性边界

通常, 要求解塑性区应力场全场解的通解需要求解由平衡微分方程(2.1a,b)及屈服条件(2.3)组成的偏微分方程组, 其通解的显函数形式一般不能得到。但在裂纹线附近, 求解偏微分方程组的问题可转化为求解常微分方程组的问题。对 II 型、III 型问题, 在不需要任何假定的情况下, 可通过求解常微分方程组而得到裂纹线附近塑性场的通解。但是, 对于本文研究的 I 型平面应力问题, 尽管在裂纹线附近仍可将偏微分方程转化为常微分方程, 但条件方程组数目少于未知量数目, 因此, 要求解裂纹线附近的通解还缺少条件, 我们只能通过分析来求解塑性区应力场的合理解答。

在裂纹线附近的塑性区内, 可将应力分量按 $y(y/x \ll 1)$ 的幂级数设为

$$\sigma_z = p_0(x) + p_2(x)y^2 + O(y^4) \quad (4.1a)$$

$$\sigma_y = q_0(x) + q_2(x)y^2 + O(y^4) \quad (4.1b)$$

$$\sigma_{xy} = s_1(x)y + O(y^3) \quad (4.1c)$$

这里我们已经考虑了 σ_z, σ_y 关于裂纹线的对称性及 σ_{xy} 关于裂纹线的反对称性。

将(4.1a,b,c)代入平衡微分方程(2.1a,b), 比较等式两端 y 的同次幂系数得

$$\partial p_0 / \partial x + s_1 = 0 \quad (4.2a)$$

$$\partial s_1 / \partial x + 2q_2 = 0 \quad (4.2b)$$

.....

将(4.1a,b,c)代入 Tresca 屈服条件(2.3), 由于在裂纹线附近有 $\sigma_y \geq \sigma_z$, 比较等式两端同次幂系数有

$$q_0 = 2k \quad (4.3a)$$

$$(q_0 - p_0)q_2 + s_1^2 = 0 \quad (4.3b)$$

.....

联立(4.2a,b,...)和(4.3a,b,...)组成的方程组, 我们发现, 除能得到 $q_0 = 2k$ 外, 求解 $p_0, p_2, p_4, \dots, q_2, q_4, \dots, s_1, s_3, \dots$ 等还缺少条件。因此单纯由平衡微分方程及屈服

条件(无论是 Tresca 条件还是 Mises 条件)不能得到塑性区应力场的通解,这与 I 型问题与 III 型问题是完全不同的。对 I 型问题和 III 型问题,在裂纹线附近,可通过平衡微分方程和屈服条件(无论是 Tresca 条件还是 Mises 条件)求得塑性区应力场的通解。文[3]—[5]的分析表明,如果采用塑性区应力场的通解与弹性应力场匹配,则小范围屈服理论的另一经典假定:即塑性区的存在使弹性场沿裂纹线向前移动一距离这一假定便可放弃。

弹性场沿裂纹线移动一距离 x_0 这一小范围屈服假定最早由 Hult 和 McClintock⁽⁶⁾在对 III 型问题的分析中提出,这一假定后来一直作为小范围屈服条件的传统假定之一。文[3]的分析表明,随着外载的增加, x_0 会逐渐增大到不切实际的程度,这是不合实际的。但是,如果采用通解,小范围屈服理论的这一假定便可放弃。

尽管对本文研究的平面应力 I 型裂纹,无论采用 Tresca 屈服条件还是 Mises 屈服条件,均无法求得通解,但我们可通过分析作出合理假设以寻求裂纹附近塑性场的合理形式。下面,我们将借助 Mises 屈服条件来分析。

由(4.3a)有 $q_0 = 2k$, 可见 q_0 为一与坐标 x 无关的常数,这是 Tresca 屈服条件得出的结果,如果我们将这一结果,即 $q_0 = \text{常数}$, 代入 Mises 屈服条件并结合(4.2a, b, ...) 我们便可得出,当 $p_0 \neq q_0/2$ 时,有

$$p_0 = \text{Constant} \quad (4.4a)$$

$$p_2 = p_4 = \dots = q_2 = q_4 = \dots = s_1 = s_3 = \dots = 0 \quad (4.4b)$$

可见,将 Tresca 屈服条件的结论 $q_0 = \text{常数}$ 代入 Mises 屈服条件便可得出 $p_0 = \text{常数}$ 这一结论。

因此,我们假定,在 Tresca 屈服条件下有

$$p_0 = \text{Constant} \quad (\text{常数}) \quad (4.4a)'$$

Tresca 屈服条件与 Mises 屈服条件虽然为屈服条件的两种不同形式,但两种屈服条件均是在大量实验基础上得出的对材料实际屈服情况的合理描述,通常,采用这两种屈服条件所得结果之间是吻合很好的,存在的误差很小。既然如此,我们把 Tresca 屈服条件下 $q_0 = \text{常数}$ 代入 Mises 屈服条件而得出的 $p_0 = \text{常数}$ 这一结论作为一假定就不致产生大的误差,否则,采用两种屈服条件所得结果之间必然存在大的冲突,这是难以想象的。

将(4.4a)(或(4.4a)')代入(4.2a, b, ...)和(4.3a, b, ...) , 便可解得

$$p_2 = p_4 = \dots = q_2 = q_4 = \dots = s_1 = s_3 = \dots = 0 \quad (4.5)$$

比较(4.4b)和(4.5), 两式完全相同,也就是说在 $p_0 = \text{常数}$, $q_0 = \text{常数}$ 下,两种屈服条件完全吻合。(注意:这只是形式上的吻合,两种屈服条件之间剪切屈服应力与拉伸屈服应力之间的关系存在小的差别)。

事实上,对文[3], [4], [5]分析的 III 型或 I 型裂纹问题, Tresca 屈服条件与 Mises 屈服条件在裂纹线附近的形式完全相同(读者可自行验证),它们之间的不同主要是剪切屈服应力与拉伸屈服应力之间的关系存在差别。这从另一方面对我们所做的假定给以了支持,因为各型裂纹之间通常是存在一定相似关系的。

将(4.3a), (4.4a)'及(4.5)代入(4.1a, b, c)即可得裂纹线附近塑性应力场的合理解答为

$$\sigma_x = p_0 \quad (4.6a)$$

$$\sigma_y = 2k \quad (4.6b)$$

$$\sigma_{x,y} = 0 \quad (4.6c)$$

注意：(4.6b)是直接由Tresca屈服条件得出的精确结果。

我们将把(4.6a,b,c)与弹性应力场的精确解(3.3a,b,c)在裂纹线附近的弹塑性边界上匹配。

需要指出，文[1]，[2]在对该问题的分析中采用了Mises屈服条件，虽然[4]，[2]做出了 $q_0 = \text{常数}$ 这一假定，但同时做了 $p_0 = q_0/2$ 这一选择，从而得出了与式(4.6a,b,c)完全不同的塑性应力场（我们在得出(4.4b)时限定了 $p_0 \neq q_0/2$ ，否则，两种屈服条件之间会完全矛盾），这一塑性场的不合理性在文[1]，[2]的小范围屈服条件下不易发现，但是，如果将这一塑性场与弹性精确场(3.3a,b,c)在裂纹线附近的弹塑性边界上匹配，就会得出当 $\sigma \rightarrow \sigma_Y/2$ 时（ σ_Y 为拉伸屈服应力）， $r_0 \rightarrow \infty$ ，即整个裂纹线完全屈服（ r_0 为裂纹线上塑性区的长度），显然这破坏了静力平衡条件。如果我们将(4.6a,b,c)与弹性精确场在裂纹线附近匹配，就不会出现这一矛盾，所得匹配结果将非常合理。

如图3所示，裂纹线附近的弹塑性边界定义为 $r = r_p(\theta)$ ，我们这里已经不再象文[1]，[2]那样假定弹性场沿裂纹线移动一距离 x_0 ，也就是说我们已放弃了小范围屈服条件中弹性场向前移动这一假定。由 $r_p(\theta)$ 关于裂纹线 $\theta = 0$ 的对称性，有

$$r_p(\theta) = r_0 + r_2\theta^2 + O(\theta^4) \quad (4.7)$$

由此可得弹塑性边界上任一点的单位法向量 $\mathbf{n} = (n_x, n_y)$ 为

$$n_x = 1 - \frac{1}{2}B_1^2\theta^2 + O(\theta^4) \quad (4.8a)$$

$$n_y = B_1\theta + O(\theta^3) \quad (4.8b)$$

其中

$$B_1 = 1 - 2r_2/r_0 \quad (4.9)$$

式(4.7)~(4.9)中， r_0 为沿裂纹线塑性区的长度。 r_0, r_2 将由匹配条件定出。

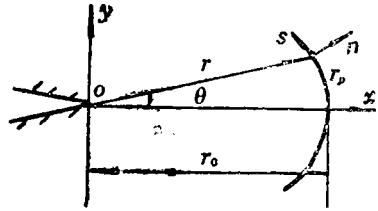


图3 裂纹线附近区域

五、弹塑性边界上匹配条件的提法

由于本文仅研究应力场，这里只考虑弹塑性边界上应力场的匹配条件。

在图3所示弹塑性边界的 n, s 局部坐标中，应力必须连续，因而有

$$\sigma_{nn}^p = \sigma_{nn}^e, \quad \sigma_{ns}^p = \sigma_{ns}^e \quad (5.1a, b)$$

上式称为应力的连续条件，弹、塑性应力场匹配时必须满足。式中上标 e, p 分别表示弹性区应力、塑性区应力在弹塑性边界上的值。

线场分析方法的早期工作中（如文[1]、[2]），除要求满足应力的连续条件(5.1a,b)外，还将弹性应力场在弹塑性边界上满足屈服条件作为一必须满足的匹配条件，从而得出裂纹的弹性场不能与塑性场匹配的结果，这是错误的。

下面我们将证明，由于存在 σ_{ss} （ σ_{ss} 为沿弹塑性边界切线 s 方向的正应力）间断的可能，弹性区应力在弹塑性边界上不一定满足屈服条件。

在弹塑性边界上，塑性区一侧的应力 $\sigma_{nn}^p, \sigma_{ns}^p, \sigma_{ss}^p$ 应满足屈服条件(2.3)，即

$$\frac{\sigma_{nn}^p + \sigma_{ss}^p}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{nn}^p - \sigma_{ss}^p}{2}\right)^2 + (\sigma_{ns}^p)^2} = 2k \quad (5.2)$$

由于在弹塑性边界上应力的连续条件(5.1a,b)必须满足, 因而有 $\sigma_{nn}^e = \sigma_{nn}^p$, $\sigma_{ss}^e = \sigma_{ss}^p$. 如果 $\sigma_{ns}^e = \sigma_{ns}^p$, 则弹性区应力 σ_{nn}^e , σ_{ss}^e , σ_{ns}^e 也满足(2.3). 但是, 如果 $\sigma_{ns}^e \neq \sigma_{ns}^p$, 即 σ_{ss} 在弹塑性边界上存在间断, 则 σ_{nn}^e , σ_{ss}^e , σ_{ns}^e 在弹塑性边界上不满足屈服条件.

因此, 弹性区应力在弹塑性边界上不一定满足屈服条件. 若将弹性区应力在弹塑性边界上满足屈服条件作为一匹配条件, 则在 σ_{ss} 存在间断的情况下必然导致错误结果. 弹性区应力在弹塑性边界上满足屈服条件否仅可作为检验边界上 σ_{ss} 是否连续的条件, 若满足, 则 σ_{ss} 连续, 否则, σ_{ss} 存在间断.

六、裂纹线附近弹塑性边界上的匹配结果

在裂纹线附近的弹塑性边界上

$$\sigma_{nn} = \sigma_x n_x^2 + \sigma_y n_y^2 + 2\sigma_{xy} n_x n_y \quad (6.1a)$$

$$\sigma_{ns} = (n_x^2 - n_y^2)\sigma_{xy} + (\sigma_y - \sigma_x)n_x n_y \quad (6.1b)$$

将(4.6a,b,c), (4.8a,b)代入(6.1a,b), 可得弹塑性边界上塑性区一侧的应力 σ_{nn}^p , σ_{ss}^p , 将(3.3a,b,c), (4.7)和(4.8a,b)代入(6.1a,b)可得弹塑性边界上弹性区一侧的应力 σ_{nn}^e , σ_{ss}^e . 由匹配条件(5.1a,b), 比较等式两端 θ 的同次幂系数可解得

$$r_0 = a \left[\sqrt{\frac{(6k^2 + \sigma^2) + 2k\sqrt{9k^2 + 4\sigma^2}}{12k^2 - 3\sigma^2}} - 1 \right] \quad (6.2a)$$

结合(2.4)式, r_0 可以用拉伸屈服应力 σ_Y 表示为

$$r_0 = a \left[\sqrt{\frac{3\sigma_Y^2 + 2\sigma^2 + \sigma_Y \sqrt{9\sigma_Y^2 + 16\sigma^2}}{6(\sigma_Y^2 - \sigma^2)}} - 1 \right] \quad (6.2b)$$

r_2/r_0 和 p_0 可以用 r_0 表示为

$$\frac{r_2}{r_0} = -\frac{a + 2r_0}{2(a + r_0)} \quad (6.3)$$

$$p_0 = \frac{\sigma(a + r_0)}{\sqrt{r_0(2a + r_0)}} + A \quad (6.4)$$

式(6.2)~(6.4)中 r_0 为裂纹线上塑性区的长度, 将 r_2/r_0 代入(4.8a,b)及(4.9)即得裂纹线附近弹塑性边界的单位法向量, 式(6.2a,b)与(6.3)表明, 无论对单向拉伸情形还是对双向拉伸情形, 裂纹线上塑性区的长度及裂纹线附近弹塑性边界的形状均相同. 但由(6.4)知, 塑性区应力 σ_x 存在差异, $A = -\sigma$ 对应于单向拉伸情形, $A = 0$ 对应于双向拉伸情形.

图4是 r_0/a 随 σ/σ_Y 的变化曲线, 曲线表明, 随着 σ 的增加, r_0 逐渐增大, 当 $\sigma \rightarrow \sigma_Y$ 时, $r_0 \rightarrow \infty$, 即整个裂纹线屈服. 这一点正好满足裂纹线上的应力与外载的静力平衡条件. 如果采用文[1]或文[2]中的塑性应力场, 则裂纹线上的应力场将破坏静力平衡条件.

将(6.3)代入(4.8a,b)及(4.9)可知, 随

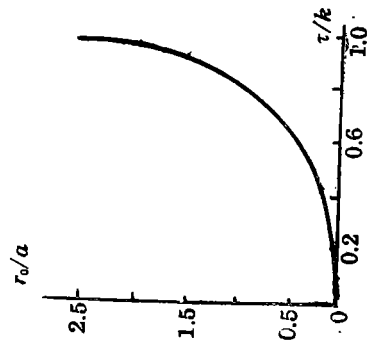


图4 r_0/a 随 σ/σ_Y 的变化曲线

着 σ 的增加即 r_0 逐渐增大, n_r 逐渐增大, 尽管这仅是裂纹线附近的情况, 但由此可以推知, 随着塑性区的增大, 塑性区的形状逐渐变为扁平图形。

将弹性区应力(3.3a, b, c)代入屈服条件(2.3)并利用(4.9)可知, 屈服条件在 θ 的零次幂项 θ^0 满足, 但在 θ^1 以上项已不满足, 说明在裂纹线上 σ_{ss} 连续, 但在偏离裂纹线以后, σ_{ss} 已存在间断。可见, 将弹性区应力在弹塑性边界上满足屈服条件作为一必须满足的匹配条件是错误的, 这相当于强行假定 σ_{ss} 在弹塑性边界上连续, 因此文[1]、[2]的做法是错误的。

七、结 论

(i) 本文完全放弃了小范围屈服条件, 通过将弹性应力场的精确解与塑性应力场的通解在裂纹线附近的弹塑性边界上匹配, 从而得出了塑性区应力场、塑性区长度以及弹塑性边界单位法向量在裂纹线附近足够精确的解答, 不仅适用于塑性区足够小的情形, 也适用于塑性区不断增大的情形。

(ii) 在裂纹线附近的弹塑性边界上, 应力的连续条件(5.1a, b)必须满足, 但由于 σ_{ss} 在弹塑性边界上可能间断, 因此不能将弹性区应力在弹塑性边界上满足屈服条件作为一匹配条件。否则, 在 σ_{ss} 存在间断的情况下必然导致错误结果。对本文研究的 I 型平面应力裂纹, 弹性区应力在裂纹线与弹塑性边界交界处仍满足屈服条件, 但在离开裂纹线以后, 屈服条件已不再被满足, 说明此时 σ_{ss} 在弹塑性边界上已经间断。

(iii) 如果采用文[1]、[2]的塑性应力场与弹性精确场匹配, 将破坏裂纹线上的应力与外载的静力平衡条件。

(iv) 小范围屈服理论通常认为单向拉伸情形与双向拉伸情形的塑性场不存在区别, 本文的分析表明, 对两种情形, 塑性区应力分量 σ_r , $\sigma_{\theta\theta}$, 塑性区长度以及弹塑性边界单位法向量是相同的, 但塑性区应力分量 σ_z 存在差异。

参 考 文 献

- [1] J.D.Achenbach and Z.L. Li, Plane stress crack line fields for crack growth in an elastic-perfectly plastic material, *Engineering Fracture Mechanics*, 20 (1984), 534—544.
- [2] Guo Qianxin and Li Kerong, Plastic deformation ahead of a plane stress tensile crack growth in an elastic-perfectly plastic solid, *Engineering Fracture Mechanics*, 28 (1987), 139—146.
- [3] Yi Zhijian, The most recent solutions of near crack line fields for mode III cracks, *Engineering Fracture Mechanics*, 47 (1994), 147—155.
- [4] 易志坚, 理想弹塑性 III 型扩展裂纹的全新和精确分析, *应用数学和力学*, 14(4) (1993), 327—333.
- [5] 易志坚、王士杰、王向坚, II 型平面应力裂纹线场的弹塑性精确解, *应用数学和力学*, 16(10) (1995), 909—916.
- [6] J.A.Hult and F.A.McClintock, Elastic-plastic stress and strain distribution around sharp notches under repeated shear, *Proc. 9th. Int. Congr. Appl. Mech.*, 8 (1957), 51—58.

Exact Solutions of Near Crack Line Fields for Mode I Crack under Plane Stress Condition in an Elastic-Perfectly Plastic Solid

Yi Zhijian Wang Shijie

*(Bridge and Structure Engineering Department, Chongqing
Jiaotong University, Chongqing, 630074, P.R.China)*

Abstract

The near crack line analysis method has been used in the present paper. The classical small scale yielding conditions have been completely abandoned in the analyses and one inappropriate matching condition used to be used at the elastic-plastic boundary has been corrected. The reasonable solution of the plastic stresses near the crack line region has been established. By matching the plastic stresses with the exact elastic stresses at the elastic-plastic boundary, the plastic stresses, the length of the plastic zone and the unit normal vector of the elastic-plastic boundary near the crack line region have been obtained for a mode I crack under uniaxial tension, as well as a mode I crack under biaxial tension, which shows that for both conditions the plastic stress components σ_y and σ_{xy} , the length of the plastic zone and the unit normal vector of the elastic-plastic boundary are quite the same while the plastic stress σ_x is different.

Key words mode I plane stress crack, crack line field, plastic zone, elastic zone