

K-ε模型在复杂管流中的模拟计算*

余 斌** 陈君楷

(成都科技大学力学系 成都 610065)
(康振黄推荐, 1994年12月15日收到)

摘 要

本文对复杂管流中的湍流问题采用了 $k-\epsilon$ 模型进行模拟计算。对于复杂边界问题采用了阶梯型网格近似, 取得了较好的结果。文中给出了两例复杂管流的计算算例, 说明了 $k-\epsilon$ 模型具有很强的适应性和稳定性。

关键词 湍流 复杂管流 数值模拟

一、前 言

在工程与自然界中, 有许多复杂的管流流动, 其主要特点是流动边界复杂, 管道中还有障碍物等等。对于这种类型的管流问题, 如果用边界拟合来进行模拟计算, 势必非常复杂, 既不经济, 而且稳定性与收敛性也不能得到保证。这就需要一种简单且适应性强的边界近似方法, 能对复杂边界作出近似, 便于使用 $k-\epsilon$ 模型进行模拟计算, 本文中采用了阶梯型网格代替复杂的边界, 在有障碍物的地方用冻结区处理。

二、数 学 模 型

基本方程可写成式 (2.1) 和表1所示通用形式。表2为常数的取值。

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho r^n U \Phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho r^n V \Phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(r^n \Gamma_\phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(r^n \Gamma_\phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + r^n S_\phi \quad (2.1)$$

$$G = \mu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + n \left(\frac{V}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right\}$$

$$\mu_{eff} = \mu_l + \mu_t = \mu_l + C_\mu \rho k^2 / \epsilon$$

当 $n=1$: 轴对称流; $n=0$: 平面流

* 1991年12月27日第一次收到。

** 作者现在单位: 中国科学院成都分院成都山地灾害与环境研究所, 610041。

表 1 通用方程中的变量值

方程	Φ	Γ_Φ	S_Φ
连续	I	0	0
动量	U	μ_{eff}	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu_{\text{eff}} \frac{\partial U}{\partial x}) + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial y}(r^n \mu_{\text{eff}} \frac{\partial V}{\partial y})$
	V	μ_{eff}	$-\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu_{\text{eff}} \frac{\partial U}{\partial x}) + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial y}(r^n \mu_{\text{eff}} \frac{\partial V}{\partial y}) - \frac{2r^n \mu_{\text{eff}} V}{r^2}$
湍动能	k	$\mu_{\text{eff}}/\sigma_k$	$G - \rho \epsilon$
湍动能耗散率	ϵ	$\mu_{\text{eff}}/\sigma_\epsilon$	$\frac{\epsilon}{k}(C_1 G - C_2 \rho \epsilon)$

表 2 模型中的常数

C_1	C_2	C_μ	σ_k	σ_ϵ
1.44	1.92	0.09	1.0	1.22

三、边界的处理

在本文的管流问题中，主要有以下几种边界：

1. 入口，给定流动参数，

$$U=U_{\text{in}}, V=V_{\text{in}}, k_{\text{in}}=0.0144(U_{\text{in}}^2+V_{\text{in}}^2)$$

$$\epsilon_{\text{in}}=k_{\text{in}}^{3/2}/(0.5d)$$

2. 固壁边界，在壁面边界应用壁函数法处理边界问题，同时也采用无滑移条件， $U=V=k=\epsilon=0$ 。

3. 对称轴条件：所有变量在垂直于对称轴方向梯度为0，且该方向速度为0。

4. 出口条件：出口处为均匀流，对任何物理量出口处有 $\partial\Phi/\partial x$ 。

5. 复杂外形边界的处理：如图1是一个复杂管道的外形图，对于这种复杂的边界外形，本文中使用阶梯型网格近似代替，将复杂边界周围的网格加密，使边界线与网格线之间的距离尽量的小，网格的取舍更能接近边界的实际外形。计算中，阶梯型边界与控制容积重合。取定网格边界后，阶梯型边界外（阴影部分）作为边界外部分，用“冻结”区处理，阶梯型边界处用固壁边界条件处理。

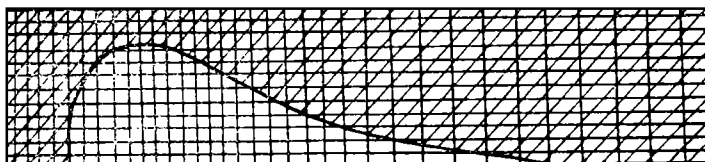


图1 复杂边界的阶梯型近似

6. 障碍物的冻结：在某些网格内令某些控制体积“冻结”，或者说是“堵塞”某些控制体积，则这些被“冻结”区域就构成了计算中的障碍物，在计算中可以越过这些区域，使障碍物



图2 障碍物的冻结

外区域不受这部分的影响。图2为一圆弧段障碍物，用阶梯型网格近似代替圆弧段，图中阴影部分为冻结区。

“冻结”某个控制体积，就是令该控制体积中的因变量在运算过程中始终保持不变。对于固体边界，可令控制体积中的速度分量恒为零。在障碍物内部，采用大数值源项，即 $S_u = 10^{30} \phi$ ， $S_v = -10^{30}$ ，使离散方程中其它项可以忽略不计，从而使障碍物内节点上各速度分量为0。

四、算 例

本文对两种人工心瓣流场进行了模拟计算，分别给出了计算结果与实验结果。从两种结果的比较说明了计算结果的合理性与可靠性。

算例1 图3是人工生物心脏瓣膜开启时的计算流场。该算例为轴对称流。图4为同样的心瓣开启时定常流实验结果，两种结果吻合很好。

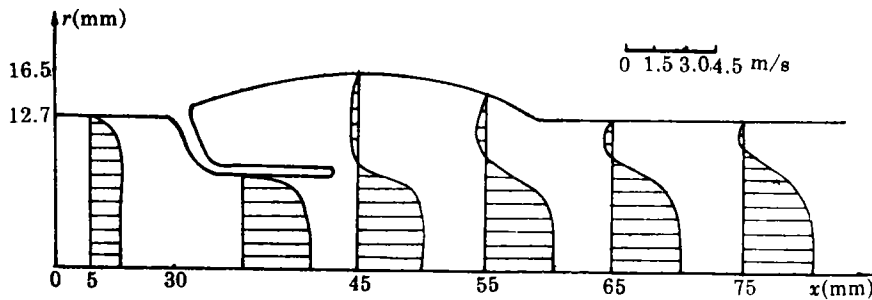


图3 人工生物心脏瓣膜流场速度分布

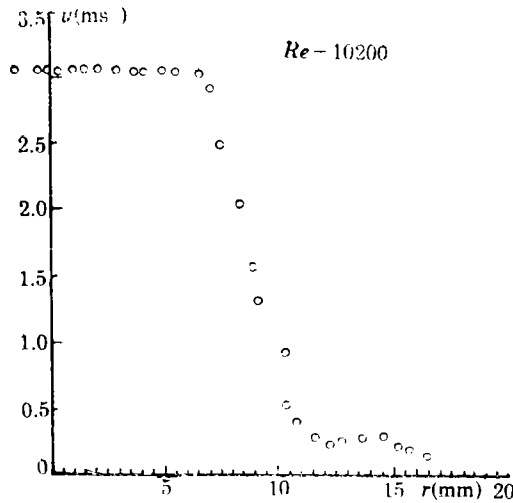


图4 x=45mm 断面处实验速度分布

算例2 图5为人工机械心脏瓣膜开启时的计算流场。算例为平面流。图6为这种心瓣的定常流计算与实验的压力降的比较。比较说明在流量大于20升/分后计算与实验结果基本一致。

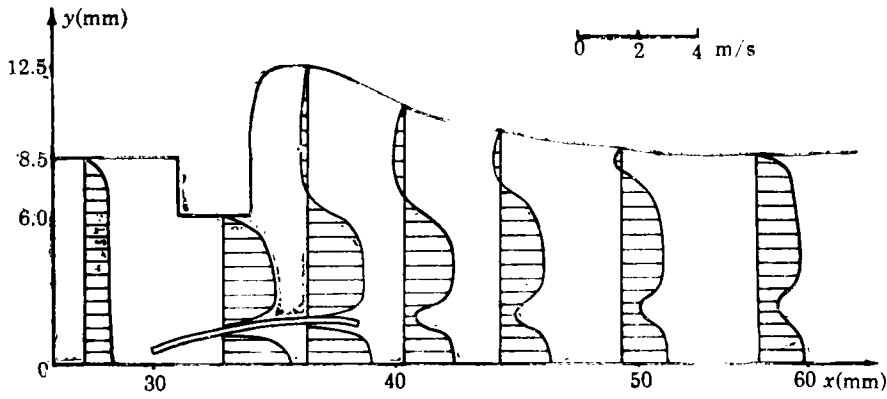


图5 人工机械心瓣流场速度分布 ($Q=20$ 升/分)

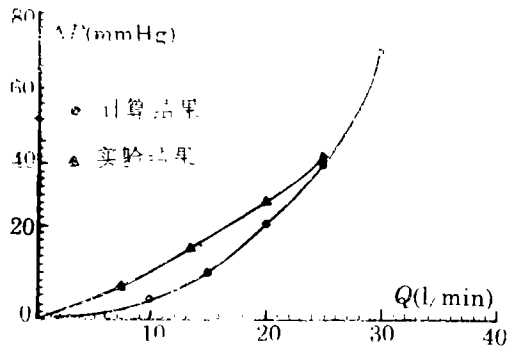


图6 流量和压力降关系曲线

五、结 论

1. 阶梯型网格边界近似及冻结区处理障碍物方法对于复杂管流问题的近似模拟是可行的。
2. $k-\epsilon$ 模型具有很强的适应性和稳定性。

参 考 文 献

- [1] S.V. Patankar and D. B. Spalding, A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, *Int. J. Heat. & Mass Transfer*, 15 (1972), 1787.
- [2] 金忠青, 《N-S方程的数值解和紊流模型》, 河海大学出版社 (1989).
- [3] 陈景仁, 《湍流模型及有限分析法》, 上海交通大学出版社 (1989).
- [4] D. M. Stevenson, A. P. Yoganathan and F.P. Williams, Numerical simulation of steady turbulent flow through trileaflet aortic heart valves, *J. Biomechanics*, 18(12) (1985), 899—926.

Numerical Simulation of Complicated Pipe Flow with k - ϵ Model

Yu Bin Chen Junkai

*(Department of Engineering Mechanics, Chengdu University
of Science and Technology, Chengdu 610065)*

Abstract

In this paper, turbulence in a complicated pipe is simulated by using the k - ϵ model. The ladder-like mesh approximation is used to solve the problem of complicated boundary with the favorable result of numerical simulation. Two computational examples are given to validate the strong adaptability and stability of k - ϵ model.

Key words turbulence, complicated pipe flow, numerical simulation