

多椭圆孔有限大复合材料层板 的热弹性分析*

许希武 孙良新 范绪箕

(南京航空航天大学飞行器系, 南京 210016)

(1993年11月22日收到)

摘 要

本文利用各向异性体平面热传导、热弹性理论中的复势方法, 以保角映射、Faber 级数展开以及最小二乘边界配置技术为工具, 导出了内边界条件精确满足, 外边界条件近似满足的多椭圆孔复合材料层板的热传导以及热弹性问题的级数解。详细探讨了层板大小, 孔径, 相对孔距, 孔的设置方式, 椭圆度以及层板的铺层比例诸参数的影响规律, 得到了一些有益结论。

关键词 复合材料层板 热传导 热弹性 应力集中 孔

一、引 言

孔边附近的应力集中问题一直为众多学者所关注, 复合材料层板由于其各向异性导致更为严重的应力集中, 并且由于其脆性的特点, 对应力集中更加敏感, 是结构设计成败的关键问题之一。列赫尼茨基^[1]和萨文^[2]首先用复势方法导出无限大各向异性板的单孔应力集中问题的封闭解, 多孔层板的应力分析涉及到多连通域边值问题, 存在着较大困难, Kosmodamianskii^[3]研究了双孔无限大层板的应力集中, 文[4]则利用双孔迭代求解了含双椭圆孔复合材料层板的应力集中, 文[6~8]较为广泛地研究多椭圆孔无限大层板的应力集中问题。伴随航空航天技术的高速发展, 结构需要工作在高温条件下, 由于不均匀加热, 产生严重的孔边热应力集中, 文[9]研究了含单个椭圆孔的无限大各向异性板, 在均匀热流作用下的热应力集中, 文[10~12]则研究了多椭圆孔无限大层板的热弹性问题。可是, 多孔有限大层板的热弹性问题, 仍是一个亟待解决的重要问题, 作者在文[8]中对多孔有限大复合材料层板的应力分析作了深入的探讨。

本文基于经典层板理论, 将多椭圆孔有限大层板的热传导、热弹性问题化归为多连通域的均匀各向异性板求解, 采用各向异性体平面弹性理论中的复势方法, 以Faber级数、保角映射及最小二乘边界配置技术为工具, 导出了内边界条件精确满足, 外边界条件近似满足的多椭圆孔复合材料层板的热传导以及热弹性问题的级数解。详细探讨了层板尺寸, 铺层比例, 孔径, 椭圆度, 相对孔距以及孔的位置诸参数的影响规律, 得到了一些有益结论。数值

* 蒋咏秋推荐, 该项目得到航空科学基金的资助。

结果表明: 本文解具有数据准备简单, 精度高, 讨论参数影响方便, 运算快等解析法所特有的优点。

二、基本方程

在直角坐标系 $x_i (i=1, 2, 3)$ 中, $u_i, \sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, T$ 分别表示位移、应力、应变分量和温度。设材料的物理特性与温度无关, 温度场是定常的且无分布热源及体力作用, 则热传导、热弹性方程为^[10~12]:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{ij} T_{,ij} &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \varepsilon_{ij} &= s_{ijkl} \sigma_{kl} + \alpha_{ij} T \\ \sigma_{ij,j} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

式中 $\kappa_{ij}, s_{ijkl}, \alpha_{ij} (i, j=1, 2, 3)$ 分别为热传导系数, 柔度系数及热膨胀系数。对于复合材料对称层板, 基于经典层板理论, 可化归为各向异性板求解, 其等效的柔度系数、热膨胀系数以及热传导系数均由各单层板特性及铺层方式所决定^[8]。

对于热弹性的平面问题 u_i, T 均与坐标 x_3 无关, 方程 (2.1) 的解可表为^[10~12]

$$T(x, y) = 2\text{Re}F_3(z_3) \quad (2.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2\text{Re} \sum_{i=1}^3 \mu_i^2 \varphi_i'(z_j) \\ \sigma_y &= 2\text{Re} \sum_{i=1}^3 \varphi_i'(z_j) \\ \tau_{xy} &= -2\text{Re} \sum_{i=1}^3 \mu_j \varphi_i(z_j) \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= 2\text{Re} \sum_{i=1}^3 p_j \varphi_j(z_j) - \omega y + u_0 \\ v &= 2\text{Re} \sum_{i=1}^3 q_j \varphi_j(z_j) + \omega x + v_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

式中 $z_j = x + \mu_j y$, μ_j 为特征方程 (2.5) 的根, 它是反映热传导各向异性程度的复参数。

$$\kappa_{22}\mu^2 + 2\kappa_{12}\mu + \kappa_{11} = 0 \quad (2.5)$$

而 μ_1, μ_2 是反映层板弹性各向异性程度的复参数, 是下列特征方程的根

$$a_{11}\mu^4 - 2a_{16}\mu^3 + (2a_{12} + a_{66})\mu^2 - 2a_{26}\mu + a_{22} = 0 \quad (2.6)$$

(2.4) 式中

$$\left. \begin{aligned} p_j &= a_{11}\mu_j^2 + a_{12} - a_{16}\mu_j + \frac{\delta_3^i a_1}{r} \\ q_j &= a_{12}\mu_j + \frac{a_{22}}{\mu_j} - a_{26} + \frac{\delta_3^i a_2}{r\mu_3} \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

$F_3(z_3), \varphi_j(z_j)$ 为在物理域 S 经仿射变换 $z_j = x + \mu_j y$ 后的 S_j 域内的解析函数, δ_3^i 为 Kronecker 记号, 即

$$\delta_3^1 = \delta_3^2 = 0, \quad \delta_3^3 = 1$$

a_i, a_{ij} 则分别为层板等效的热膨胀系数、柔度系数的简约下标记法。

$$\varphi_3(z_3) = r \int F_3(z_3) dz_3 \quad (2.8)$$

而

$$r = \frac{-a_1 \mu_3^2 + a_0 \mu_3 - a_2}{a_{11}(\mu_3 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_2)(\mu_3 - \bar{\mu}_1)(\mu_3 - \bar{\mu}_2)} \quad (2.9)$$

设在边界上给定温度 $T(t)$, 面力 X_n, Y_n 或位移 u, v , 则边界条件可写为:

$$2\operatorname{Re} F_3(z_3) = T(t) \quad (2.10)$$

$$\left. \begin{aligned} 2\operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 \varphi_j(z_j) &= \mp \int_0^t Y_n ds + C_1 \\ 2\operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 \mu_j \varphi_j(z_j) &= \pm \int_0^t X_n ds + C_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

式中上面的符号对应于外边界, 下面的符号对应于内边界。位移边界条件为:

$$\left. \begin{aligned} 2\operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 p_j \varphi_j(z_j) &= u - \omega y + u_0 \\ 2\operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 q_j \varphi_j(z_j) &= v + \omega x + v_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

三、分 析

考虑含有任意设置有限个椭圆孔的有限大复合材料对称层板 S (所占域为 S), 基于经典层板理论, 其热传导、热弹性问题可化归为均匀各向异性板求解, 如图 1 所示, 设其外周线及椭圆周线分别为 $L_0, L_1, L_2, \dots, L_l$ (共 l 个椭圆孔), 长短半轴分别为 a_m, b_m ($m=1, 2, \dots, l$), 中心点坐标记为 z_m , 在仿射变换 $z_j = x + \mu_j y$ ($j=1, 2, 3$) 下, 域 S 变换为域 S_j , S 中的点 z_m 与 S_j 中的 z_{jm} 对应。

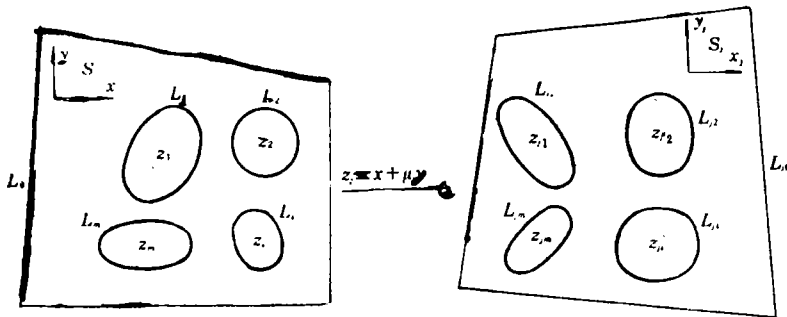


图1 多孔有限大层板

设层板无分布、集中热源作用, 则复势函数 $F_3(z_3)$ 可写为^[8]:

$$F_3(z_3) = \sum_{m=1}^l D_{3m} \ln(z_3 - z_{3m}) + F_0(z_3) + \sum_{k=1}^{\infty} b_{3k} P_k(z_3) \quad (3.1)$$

其中系数 D_{3m} 与通过围线 L_m 的热流量 q_m 有关, 且有 $D_{3m} = -\frac{q_m}{4\pi\sqrt{k_{11}k_{22} - k_{12}^2}}$, 显然 D_{3m} 为实系数, $F_0(z_3)$ 则为含 l 个椭圆孔的无限域内的全纯函数, $P_k(z_3)$ 是由周线 L_{30} 所限制域的

Fader多项式.

由于映射函数

$$z_j - z_{jm} = R_{jm} \left(\xi_{jm} + \frac{t_{jm}}{\xi_{jm}} \right) \quad (m=1, 2, \dots, l; j=1, 2, 3) \quad (3.2)$$

式中

$$R_{jm} = \frac{a_m - i\mu_j b_m}{2}, \quad t_{jm} = \frac{a_m + i\mu_j b_m}{a_m - i\mu_j b_m}$$

将 z 平面中第 m 个椭圆孔的外部映射到 ξ_{jm} 平面上单位圆的外部.值得指出:映射函数(3.2)式是在长短轴与坐标轴平行的情况下得到的,否则需要再作一个旋转变换.

因此,利用Laurent级数展开及一般域的Faber多项式的形式,复势函数(3.1)式可进一步写成^[8]:

$$F_3(z_3) = \sum_{m=1}^l \left(D_{3m} \ln \xi_{3m} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_{3mk}}{\xi_{3m}^k} \right) + \sum_{k=1}^{\infty} a_{3k} z_3^k + c_3' \quad (3.3)$$

将(3.3)式代入(2.8)式得:

$$\begin{aligned} \varphi_3(z_3) = & r \sum_{m=1}^l \left\{ \left[D_{3m} R_{3m} \left(\xi_{3m} + \frac{t_{3m}}{\xi_{3m}} \right) + b_{3m1} R_{3m} \right] \ln \xi_{3m} \right. \\ & - D_{3m} R_{3m} \left(\xi_{3m} - \frac{t_{3m}}{\xi_{3m}} \right) + \frac{1}{2} b_{3m1} R_{3m} t_{3m} \xi_{3m}^{-2} \\ & \left. + \sum_{k=2}^{\infty} b_{3mk} R_{3m} \left(\frac{1}{i-k} \cdot \frac{1}{\xi_{3m}^{k-1}} + \frac{t_{3m}}{k+1} \cdot \frac{1}{\xi_{3m}^{k+1}} \right) \right\} \\ & + r \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k+1} a_{3k} z_3^{k+1} + c_3 z_3 + d_3 \end{aligned} \quad (3.4)$$

式中 $c_3 = r c_3'$

由热弹性理论中的复势方法可知: $\varphi_j(z_j)$ ($j=1, 2, 3$)应具有同样的结构形式,因此

$$\begin{aligned} \varphi_j(z_j) = & \sum_{m=1}^l \left\{ [A_{jm} (\xi_{jm} + t_{jm} \xi_{jm}^{-1}) R_{jm} + B_{jm}] \ln \xi_{jm} \right. \\ & \left. + A_{jm} R_{jm} \xi_{jm} \ln R_{jm} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_{jmk}}{\xi_{jm}^k} \right\} + \sum_{k=1}^{\infty} a_{jk} z_j^k + d_j \end{aligned} \quad (j=1, 2) \quad (3.5)$$

复势函数 $\varphi_j(z_j)$ 中含有多值项,其系数必须由各椭圆孔周的应力主矢,位移单值条件加以确定.

设作用于周线 L_m 上的面力主矢在 x, y 轴上的分量分别为 X_m, Y_m ,则利用位移单值条件及 L_m 上的应力主矢可以得到确定多值项系数 A_{jm}, B_{jm} , ($j=1, 2, m=1, 2, \dots, l$)的方程组为^[8]:

$$\left. \begin{aligned} 2\operatorname{Re} \sum_{i=1}^3 i A_{jm} &= 0 \\ 2\operatorname{Re} \sum_{i=1}^3 i \mu_j A_{jm} &= 0 \\ 2\operatorname{Re} \sum_{i=1}^3 i \mu_j^2 A_{jm} &= 0 \\ 2\operatorname{Re} \sum_{i=1}^3 i \frac{A_{jm}}{\mu_j} + 2\operatorname{Re} \frac{i \alpha_2 D_{3m}}{a_{22} \mu_3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

$$\left. \begin{aligned} 2\operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 iB_{jm} &= \frac{Y_m}{2\pi} \\ 2\operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 i\mu_j B_{jm} &= -\frac{X_m}{2\pi} \\ 2\operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 i\mu_j^2 B_{jm} &= -\frac{a_{11}}{a_{11}} \cdot 2\operatorname{Re}(ib_{3m1}R_{3m}) - \frac{a_{12}}{a_{11}} \frac{Y_m}{2\pi} - \frac{a_{16}}{a_{11}} \frac{X_m}{2\pi} \\ 2\operatorname{Re} \sum_{j=1}^3 i \frac{B_{jm}}{\mu_j} &= -\frac{a_{21}}{a_{22}} \cdot 2\operatorname{Re}\left(\frac{ib_{3m1}R_{3m}}{\mu_3}\right) + \frac{a_{12}}{a_{22}} \frac{X_m}{2\pi} + \frac{a_{26}}{a_{22}} \frac{Y_m}{2\pi} \end{aligned} \right\} (3.7)$$

式中 $A_{3m} = rD_{3m}$, $B_{3m} = rb_{3m1}R_{3m}$

显然复势函数(3.3)、(3.4)、(3.5)式为在域 S_j 内的解析函数,只要确定待定系数 D_{3m} , b_{jmk} , a_{jk} 使之满足边界条件,根据唯一性定理可知,层板的温度场,应力场,位移场则唯一确定。

设某边界作用有温度 $T(t)$ 和应力边界 X_n , Y_n 或位移边界 $u(t)$, $v(t)$,则边界条件可写为^[8]:

$$F_3(z_3) + \overline{F_3(z_3)} = T(t) \quad (3.8)$$

$$\sum_{j=1}^3 [r_j \varphi_j(z_j) + s_j \overline{\varphi_j(z_j)}] = f(t) \quad (3.9)$$

式中: 应力边界时, $r_j = 1 + i\mu_j$, $s_j = 1 + i\bar{\mu}_j$

$$f(t) = \pm \int_0^{\infty} i(X_n + iY_n) ds + C$$

位移边界时, $r_j = p_j + iq_j$, $s_j = \bar{p}_j + i\bar{q}_j$

$$f(t) = u(t) + iv(t) + i(v_0 + \omega x) + u_0 - \omega y$$

其中上面的符号对应于外边界,下面的则对应于内边界。

边界条件(3.8)、(3.9)式中的右边项可展成复的Fourier级数,即 $\sigma = \exp[i\theta]$ 的幂级数。

由映射函数(3.2)式可知: ξ_{jm} 为在 ξ_j 平面上被第 m 个椭圆孔所削弱的无限域(含无穷远点)内全纯,当然也在第 p ($p \neq m$)个椭圆孔内部全纯并连续到边界上,因此函数 ξ_{jm}^{-n} , $\ln \xi_{jm}$, $[A_{jm}(\xi_{jm} + t_{jm}\xi_{jm}^{-1})R_{jm} + B_{jm}] + A_{jm}R_{jm} \ln R_{jm}\xi_{jm}$ 都在第 p 个椭圆孔内全纯并连续到边界,故可展开成Faber级数:

$$\left. \begin{aligned} \xi_{jm}^{-n} &= \sum_{k=0}^{\infty} A_{k,j,m}^n P_{k,p}(z_j) \\ \ln \xi_{jm} &= \sum_{k=0}^{\infty} E_{k,j,m}^n P_{k,p}(z_j) \\ [A_{jm}(\xi_{jm} + t_{jm}\xi_{jm}^{-1})R_{jm} + B_{jm}] \ln \xi_{jm} \\ &\quad + A_{jm}R_{jm} \ln R_{jm}\xi_{jm} = \sum_{k=0}^{\infty} Q_{k,j,m}^n P_{k,p}(z_j) \end{aligned} \right\} (3.10)$$

同理有:

$$z_j^n = \sum_{k=0}^{\infty} H_{k,j,m}^n P_{k,p}(z_j) \quad (3.11)$$

其中 $P_{k,p}(z_j)$ 为第 p 个椭圆孔的第 k 阶Faber多项式,且有:

$$\left. \begin{aligned} P_{k,p}(z_j) &= \zeta_j^k + \frac{t_{j,p}^k}{\zeta_j^k} \quad (k \geq 1) \\ P_{0,p}(z_j) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

$A_i^m, Q_i^m, H_i^m, E_i^m$ 为Faber级数的系数, 由文[8]中所述方法确定.

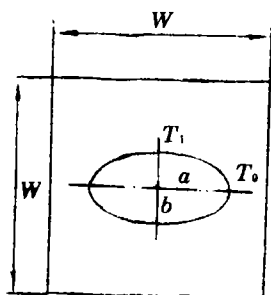
将(3.10)、(3.11)式代入复势函数 $F_3(z_3)$, $\varphi_j(z_j)$ 的表达式(3.2), (3.4)式, 并考虑到在 L_j 上 $\zeta_j = \exp[i\theta] = \sigma$, 即可得它们的边界值且为 σ 的幂级数形式, 利用Faber多项式的积分性质可得 $\varphi_3(z_3)$ 的边界值也为 σ 的幂级数形式.

容易证明^[8]: 物理域上点 $z = z_m + a_m \cos \theta + ib_m \sin \theta$ 经仿射变换 $z_j = x + \mu_j y$ 及保角映射(3.2)式后为 ζ_{jm} 平面上的点 $\sigma = \exp[i\theta]$. 因此将 $F_3(z_3)$, $\varphi_j(z_j)$ 的边界值取有限项和(N 项)代入各椭圆孔的边界条件(3.8), (3.9)式, 并令方程左右两边相同幂次 σ^k ($k=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$)的系数相等得到关于各待定系数的线性方程组. 显然由内边界条件所得线性方程组不足以确定各待定系数, 为此需借助于 L_0 边界条件来确定, 对于光滑的外周线 L_0 , 可以利用一般域的Faber多项式来获得精确解, 然而计算量很大, 本文则采用最为方便的最小二乘边界配置法, 在外边界 L_0 上取配点 z_{ck} , 并取加权系数为1, 代入边界条件(3.8), (3.9)式即可得到关于各待定系数的线性方程组, 与由内边界条件所得的线性方程组联立求解, 从而确定复势函数 $F_3(z_3)$, $\varphi_j(z_j)$, 而层板的温度场, 应力场, 位移场则由(2.2~2.4)式确定.

显然, 本文所设各复势函数 $F_3(z_3)$, $\varphi_j(z_j)$ 均为在域 S_j 内的解析函数, 因此, 从边界条件满足程度即可判断解的准确性, 本文解通过取部分和 N 以及选取外边界的配点数, 使得内边界条件精确满足(绝对误差小于 10^{-5}), 外边界条件满足程度达相对误差小于1%, 由圣维南原理可知, 这样的结果将使人们关心的孔周应力分布更为精确.

四、数值结果

考虑一含中心椭圆孔的有限大层板, 如图2所示, 内外边界作用有均匀温度 T_1, T_0 , 且孔周及外边界均为自由边界, 设层板由玻璃纤维斜角缠绕而成, 其材料特性为:



$$\begin{aligned} a_{11} &= 2.67 \times 10^{-4} \text{ 1/MPa} \\ a_{12} &= -0.747 \times 10^{-4} \text{ 1/MPa} \\ a_{22} &= 10 \times 10^{-4} \text{ 1/MPa} \\ a_{66} &= 25.0 \times 10^{-4} \text{ 1/MPa} \\ a_{16} &= a_{26} = 0 \end{aligned}$$

图2 中心具有一个椭圆孔的层板

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0.7 \times 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}, \quad \alpha_2 = 0.8 \times 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C} \quad \alpha_{12} = 0 \\ \kappa_{11} &= 0.278 \text{ mm}^2/\text{}^\circ\text{C}, \quad \kappa_{22} = 0.121 \text{ mm}^2/\text{}^\circ\text{C} \quad \kappa_{12} = 0 \\ \mu_1 &= 2.897i, \quad \mu_2 = 0.6691i \quad \mu_3 = 1.518i \end{aligned}$$

不失一般性, 仅考察 $T_{11} - T_0 = 1.0$ 时的热载解, 图3描述了中心含直径为 D 的圆孔解, 结果表明: 周向热应力 σ_θ 的最大值发生在 $\theta = 90^\circ$ 处, 而且随着相对层板尺寸 W/D 的增大, 这是

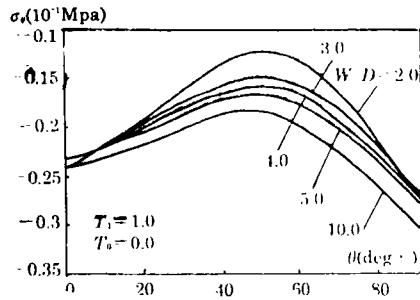


图3 层板大小对热应力集中的影响

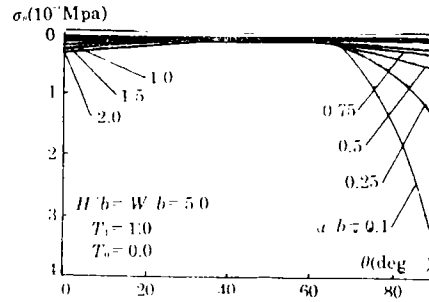


图4 椭圆度对热应力集中的影响

由于增大层板尺寸,意味着增大其刚度,从而阻止热膨胀的能力也随之增强之缘故,而当 $W/D \leq 4.0$ 时, W/D 对周向热应力 σ_θ 的影响也较小,数值还表明,含孔有限大层板,由于不均匀加热,导致严重的热应力集中,这在结构的强度校核时必须加以考虑.图4给出了椭圆度对应力集中的影响,热应力集中随着椭圆度的增长而急剧增大,周向应力 σ_θ 的最大值当 $a/b \leq 1.0$ 时发生在 $\theta = 90^\circ$ 处,而当 $a/b > 1.0$ 时,却发生在 $\theta = 0^\circ$ 处,这是椭圆度、层板各向异性程度以及由于半长轴 a 的增长,致使孔周各点的刚度发生变化等综合作用的结果.值得说明,裂纹可认为是椭圆的极限情形,应用本文可获得问题的解.

图6描述了圆孔偏心(如图5所示)的影响,结果表明,偏心量 E/D 对热应力集中影响很大,随着偏心量的增大,热应力集中反而降低,这与在机械载荷作用下的应力集中结果^[8]正好相反.

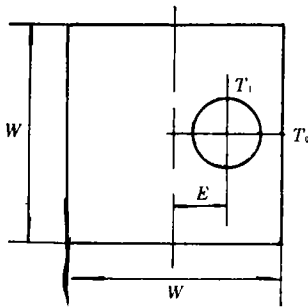


图5 含偏心圆孔层板

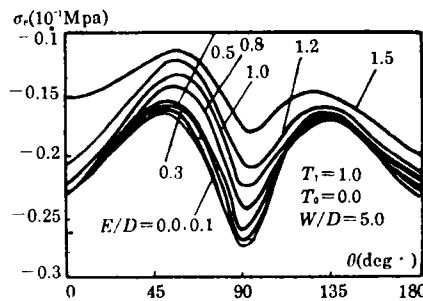


图6 偏心距对热应力集中的影响

如图7所示,考虑含双圆孔有限大层板,设端距 E , 边距 T 均为 βD , 孔周为自由边界,并作用有均匀分布温度 T_1, T_2 , 外边界作用有均匀温度 T_0 , 由于对称性, 仅需考虑 $T_1 = 1.0, T_2 = T_0 = 0$ 时的结果, 即可得到任意 T_1, T_2, T_0 的层板热应力。^[9]

图8给出了图7(a)所示的双孔孔周热应力 σ_θ , 与单孔结果相比, 由于孔间的相互作用, 加剧了热应力集中, 当然这里包含着由于板的尺寸增大而加重热应力集中的因素, 数值结果清楚地显示, 相对孔距 l/D 对热应力集中影响很大, 随着相对孔距的增大, 热应力集中也随之加剧, 正是由于这一点所造成的, 同时应该指出, 由于孔间相互作用, 致使周向热应力的最大值发生点发生变化, 一般来说, 发生在两孔间的最近点, 即1*孔的 $\theta = 0^\circ$, 2*孔的 $\theta = 180^\circ$ 处, 这一点从图中 $l/D = 1.5$ 的结果清楚地表明。

图9比较了双孔不同设置的孔周热应力 σ_θ 的分布, 结果表明, 孔的设置不同, 热应力分

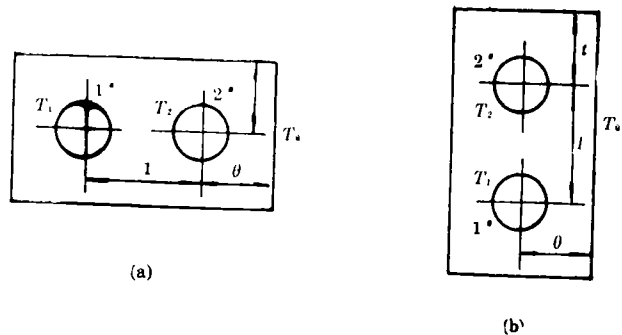


图7 含双孔有限大展板

布规律相差甚远, 图7(b)设置双孔将加重热应力集中, 这与无限板的结果是一致的, 可以认为, 对于一般的复合材料层板, 铺层形式将严重影响热应力集中, 而且孔沿较大刚度方向排列将有利于降低热应力集中。

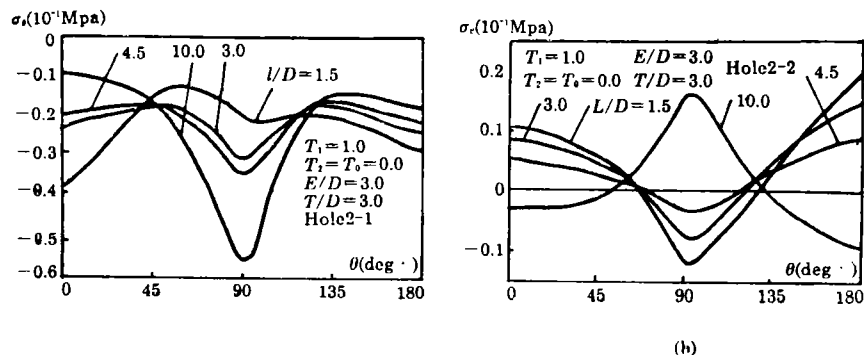


图8 双孔间距对热应力集中的影响

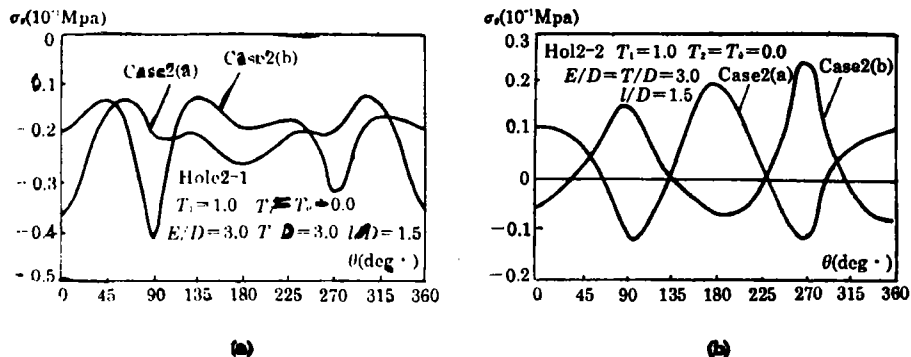


图9 双孔设置方式对热应力集中的影响

图10给出了各铺层比例的层板 ($0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ$), 中心含直径为 D 的圆孔, 内外边界作用有均匀温度 T_1, T_0 (如图2所示) 的孔周热应力 σ_θ 的分布规律, 设层板由 AS4G/E773 铺设而成, 其单层板性能为:

$$E_1=87.60\text{GPa}, E_2=6.29\text{GPa}, \nu_{12}=0.36, G_{12}=4.02\text{GPa}$$

$$\alpha_1=1.35 \times 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}, \alpha_2=2.23 \times 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C},$$

$$\kappa_1 = 4.62 \text{ W/m} \cdot \text{K}, \quad \kappa_2 = 0.72 \text{ W/m} \cdot \text{K},$$

结果表明,层板中各铺设方向所含比例 α , β , γ 对应力集中影响很大,各向异性程度愈层重,应力集中也愈严重.由于 $\pm 45^\circ$ 的铺层能缓和层板各向异性程度,从而增加 $\pm 45^\circ$ 的铺层比例有助于降低应力集中.

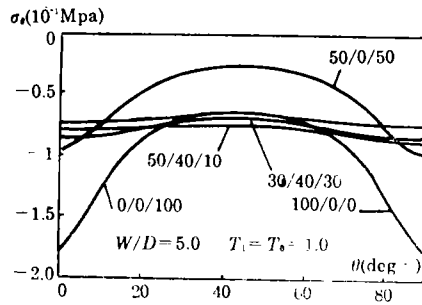


图10 铺层比例对热应力集中的影响

五、结 论

1. 多孔层板由于不均匀加热导致严重的孔边热应力集中,在结构强度校核时必须加以考虑.
2. 随着层板相对尺寸的增大,由于不均匀加热所产生的热应力也随之加剧.
3. 一般来说,增加开孔的椭圆度,热应力集中也随之加剧.
4. 相对孔距 l/D 对层板热应力有着很大影响,与机械载荷作用时相反,随着相对孔距的增大,热应力集中迅速增大.
5. 孔的位置对层板热应力有着重要影响,偏心距越大,热应力集中反而越低,对于多孔层板,孔的设置方式不同将严重影响孔周热应力 σ_θ 的分布,而且孔沿较大刚度方向排列将有利于降低热应力集中.
6. 层板的铺层比例对热应力集中有着很大影响,增加 $\pm 45^\circ$ 铺层比例能缓和层板的各向异性程度,从而有助于降低热应力集中.
7. 本文对求解多椭圆孔有限大层板的热传导、热弹性问题是行之有效的,它具有精度高,运算快,使用方便等解析法所特有的优点,并能方便地用于裂纹群的分析.

参 考 文 献

- [1] 列赫尼茨基 C.T., 《各向异性板》, 科学出版社(1963).
- [2] 萨文 T.H., 《孔附近的应力集中》, 科学出版社(1958).
- [3] Kosmodamianskii, A.S. and V.I. Chemic, Stress state of a fslate weakened by two elliptical holes with parallel exes, *Soviet Applied Mechamics*, 17, (1981), 570—581.
- [4] Lin, J.K. and C.E.S.Ueng, Stress concentration in composite laminates, *J. Eng. Mech*, 113(1987), 1181—1193.
- [5] Fan Wei-xun and Wu Jian-guo, Stress concentration of a laminate weakened by multiple holes, *Composite Structures*, 10(1988), 303—319.

- [6] Xu Xi-wu and Fan Wei-xun, Stress in an orthotropic laminate with elastic pins having different fitting, *J. Eng. Mech.*, 117, (1991), 138—21402.
- [7] 许希武、孙良新、范绪箕, 钉载作用下层板多孔过盈配合分析, *南京航空学院学报*, 24, (5) (1992), 640—644.
- [8] 许希武, 复合材料层板多孔机械连接强度分析, 南京航空学院博士学位论文(1992).
- [9] Hwu Chyan-bin, Thermal stress in an anisotropic plate disturbed by an insulated elliptic hole or crack, *J. Appl. Mech.*, 57(1990), 916—922.
- [10] Xu Xi-wu and Fan Wei-xun, Thermostress concentration of orthotropic plate weakened by multiple elliptical holes, *Acta Mechanica Sinica Sinica*, 6,(1993), 145—163.
- [11] 许希武, 樊蔚勋, 含双孔各向异性板的热应力集中, *航空学报*, 14(1993), 348—354.
- [12] 许希武, 樊蔚勋, 多椭圆孔各向异性板的热应力集中, *固体力学学报*, 14(3)(1993).

Thermoelasticity Analysis of Finite Composite Laminates Weakened by Multiple Elliptical Holes

Xu Xi-wu Sun Liang-xin Fan Xu-qi

(Department of Aircraft, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract

A finite composite laminate weakened by multiple elliptical holes of arbitrary distribution, arbitrary orientation and arbitrary dimension, is treated as an anisotropic, finite, multiple connected thin plate. Using the complex potential method in plane theory of heat conduction and elasticity of an anisotropic body, the analytical solution of a finite composite laminates subjected to arbitrary mechanical and thermal loads with multiple elliptical holes is obtained by means of the Faber series expansion, mapping and the least square boundary collocation technique. The effects of some parameters on the thermostress distribution are studied in detail. Some conclusions are drawn.

Key words composite laminates, heat conduction, thermoelasticity, stress concentration, holes.