应用数学和力学，第 15 卷第 3 期（1994 年 3 月）
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

时滞反应扩散方程初边值问题奇摄动*

张　祥

（安徽师范大学，1992年12月21日收到）

摘　要

本文考虑了在生物数学、生物化学等应用问题中常见的较广泛的一类奇摄动时滞反应扩散方程初边值问题．应用合成展开法构造了所述问题的形式渐近解，借助上、下解理论证明了形式解的一致有效性和原问题的解的存在性．

关键词　奇摄动　反应扩散方程　时滞　上、下解　一致有效性

一、引　言

本文考虑如下奇摄动一维时滞反应扩散方程初边值问题：

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\varepsilon^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=f(u,u_s,\varepsilon)\qquad(0<t\leqslant 1,\ x\in(0,l))\tag{1.1}$$

$$u(t,x,\varepsilon)\Big|_{x=0}=u(t,x,\varepsilon)\Big|_{x=l}\qquad(0\leqslant t\leqslant 1)\tag{1.2}$$

$$u(t,x,\varepsilon)=\varphi(t,x,\varepsilon)\qquad(t\in[-s,0],\ x\in[0,l])\tag{1.3}$$

其中 $\varepsilon>0$是小参数，$u_s=u(t-s,\ x,\varepsilon)(1/2<s<1)$．对于非线性函数 f 的某些具体形式，它可以代表生物数学、生物化学等应用问题中的某些数学模型[1]．对于奇摄动反应扩散方程的研究，莫嘉琪做了大量深入细致的工作[2~4]．但由于本文方程不含空间变量的一阶导数，因而带来研究困难，以往的方法也失效．故需寻求新的边界层渐近解的构造方法．为了方便起见，首先提出如下假设：

(a)　$f(u,v,\varepsilon)$关于其变元在$R^2\times[0,\varepsilon_0]$($\varepsilon_0$是给定小常数）上任意次连续可微，且$f$关于$u$严格单调减，关于$v$单调不增；

(b)　$\phi\in C^{2+\alpha}([-s,0]\times[0,l])$，$\phi$关于$\varepsilon$无穷次连续可微，且

$$\phi(t,0,\varepsilon)=\phi(t,l,\varepsilon)=0\qquad(t\in[-s,0]),$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(0,x,\varepsilon)=\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi(0,x,\varepsilon)+f(\phi(0,x,\varepsilon),\ \phi(-s,x,\varepsilon),\varepsilon)\qquad(x\in[0,l])$$

(c)　在$R^2\times[0,\varepsilon_0]$的任意紧子区域上，$f$满足 Lipschitz 条件．

---

*　钱伟长推荐．本文得到校青年科学基金资助．

二、形式渐近解的构造

由于时滞问题的特殊性，我们需要在$[0,s]$和$[s,1]$上分段构造形式外部解$U(t,x,\varepsilon)$.令

$$U(t,x,\varepsilon)=\begin{cases}\varphi(t,x,\varepsilon) & (t\in[-s,0])\\ u_1(t,x,\varepsilon) & (t\in[0,s])\\ u_2(t,x,\varepsilon) & (t\in[s,1])\end{cases} \tag{2.1}$$

$$u_i(t,x,\varepsilon)=u_{i0}(t,x)+\varepsilon u_{i1}(t,x)+\varepsilon^2u_{i2}(t,x)+\cdots \quad (i=1,2) \qquad (2.2)_i$$

将u_1，u_2代入方程(1.1)，考虑到条件(1.3)，我们得到u_1，u_2满足的初值问题：

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial u_1}{\partial t}-\varepsilon^2\frac{\partial^2u_1}{\partial x^2}=f(u_1,\ \varphi(t-s,\ x,\varepsilon),\ \varepsilon),\\ &\qquad\qquad (0<t\leqslant s,\ x\in(0,\ l))\\ &u_1(0,x,\varepsilon)=\varphi(0,x,\varepsilon)\qquad (x\in(0,l))\end{aligned}\right\} \tag{2.3}$$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial u_2}{\partial t}-\varepsilon^2\frac{\partial^2u_2}{\partial x^2}=f(u_2,\ u_1(t-s,\ x,\ \varepsilon),\ \varepsilon)\\ &\qquad\qquad (s<t\leqslant 1,\ x\in(0,l))\\ &u_2(s,x,\varepsilon)=u_1(s,x,\varepsilon)\qquad (x\in(0,l))\end{aligned}\right\} \tag{2.4}$$

将(2.3)中的f，φ 按ε的幂 Taylor 展开

$$\left.\begin{aligned}&\varphi(t,x,\varepsilon)=\varphi_0(t,x)+\varepsilon\varphi_1(t,x)+\cdots\\ &f(u_1,\varphi,x,\varepsilon)=f(u_{10},\varphi_0,x,0)+\sum_{i=1}^{\infty}(f_u(u_{10},\varphi_0,x,0)u_i\\ &\qquad\qquad +F_{1i}(t,x)\end{aligned}\right\} \tag{2.5}$$

把(2.5)代入(2.3)并整理、合并，比较(2.3)中ε的同次幂系数，则得到u_{1i}满足的初值问题：

$$\frac{\partial u_{10}}{\partial t}=f(u_{10},\ \varphi_{0s},\ 0)\qquad (0<t\leqslant s,\ x\in(0,l)) \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial u_{1i}}{\partial t}=f_u[u_{10}]u_{1i}+F_{1i}(t,\ x)+\frac{\partial^2u_{1(i-2)}}{\partial x^2}$$

$$(0<t\leqslant s,\ x\in(0,l),\ i=1,2,\cdots) \qquad (2.7)_i$$

$$u_{1i}(0,x)=\varphi_i(0,x)\qquad (x\in[0,l],\ i=0,1,2,\cdots) \tag{2.8}$$

其中 $u_{1(-1)}=0$，$F_{1i}(t,x)$是关于$u_{1j}(t,x)$和$\varphi_{js}(j=0,1,\cdots,i-1)$的函数，

$$\varphi_j(t,x)=\frac{1}{j!}\left.\frac{\partial^j\varphi(t,x,\varepsilon)}{\partial\varepsilon^j}\right|_{\varepsilon=0},(j=0,1,2,\cdots),\ [u_{10}]=(u_{10},\varphi_{0s},0).$$

方程(2.6)可视为含参数x 的关于t 的一阶非线性常微分方程，因此，从假设 (a)，(c) 知，初值问题 (2.6)，$(2.8)_0$ 存在唯一的充分光滑的解$u_{10}(t,x)$. 又利用常数变易法可以直接解出线性初值问题(2.7)，$(2.8)_i$的唯一解 $u_{1i}(t,x)\ (i=1,2,\cdots)$. 从而得到形式渐近解$u_1(t,x,\varepsilon)$. 将$u_1$代入初值问题(2.4)，类似于求解问题(2.3)的方法可以得到问题(2.4)的形式渐近解$u_2(t,x,\varepsilon)$. 这样，我们就构造了形式外部解$U(t,x,\varepsilon)$.

一般来说，以上构造的形式外部解 U 未必满足边界条件 (1.2). 因此，需要在$x=0$和$x=l$附近分别构造边界层校正项v和w. 令

$$V=V(t,\tau,\varepsilon)=v_0(t,\tau)+\varepsilon v_1(t,\tau)+\varepsilon^2v_2(t,\tau)+\cdots \tag{2.9}$$

$$W=W(t,\sigma,\varepsilon)=w_0(t,\sigma)+\varepsilon w_1(t,\sigma)+\varepsilon^2 w_2(t,\sigma)+\cdots \tag{2.10}$$

$$Y=Y(t,x,\varepsilon)=U(t,x,\varepsilon)+V(t,\tau,\varepsilon)+W(t,\sigma,\varepsilon), \tag{2.11}$$

其中 $\tau=x/\varepsilon$和$\sigma=(l-x)/\varepsilon$是伸长变量．把(2.11)代入(1.1)，(1.2)得到

$$\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{\partial W}{\partial t}-\frac{\partial^2 V}{\partial \tau^2}-\frac{\partial^2 W}{\partial \sigma^2}=f(Y,Y_s,\varepsilon)-f(U,U_s,\varepsilon) \tag{2.12}$$

$$U(t,0,\varepsilon)+V(t,0,\varepsilon)+W\left(t,\frac{l}{\varepsilon},\varepsilon\right)=0$$

$$=U(t,l,\varepsilon)+V\left(t,\frac{l}{\varepsilon},\varepsilon\right)+W(t,0,\varepsilon)\qquad(0\leqslant t\leqslant 1) \tag{2.13}$$

考虑到边界层函数满足的性质和外部解满足的初始条件，将f按ε的幂 Taylor 展开，则得到v_i，$w_i(i=0,1,2,\cdots)$满足的初始边值问题：

$$\frac{\partial v_0}{\partial t}-\frac{\partial^2 v_0}{\partial \tau^2}=f(u_0+v_0,\ u_{0s}+v_{0s},0)-f(u_0,u_{0s},0)\qquad(0<t\leqslant 1) \tag{2.14}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t}-\frac{\partial^2 v_i}{\partial \tau^2}=f_u[\tau]v_i+f_v[\tau]v_{is}+G_i(\tau)\qquad(i=1,2,\cdots) \tag{2.15$_i$}$$

$$v_i(t,0)=-u_i(t,0),\ v_i(t,\infty)=0\qquad(0\leqslant t\leqslant 1,\ i=0,1,\cdots) \tag{2.16$_i$}$$

$$v_i(0,\tau)=0\qquad(0\leqslant\tau\leqslant l/\varepsilon;\ i=0,1,2,\cdots) \tag{2.17$_i$}$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial t}-\frac{\partial^2 w_0}{\partial \sigma^2}=f(u_0+w_0,\ u_{0s}+w_{0s},0)-f(u_0,u_{0s},0)\qquad(0<t\leqslant 1) \tag{2.18}$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial t}-\frac{\partial^2 w_i}{\partial \sigma^2}=f_u[\sigma]w_i+f_v[\sigma]w_{is}+H_i(\sigma)\qquad(i=1,2,\cdots) \tag{2.19$_i$}$$

$$w_i(t,l)=-u_i(t,l),\ w_i(t,\infty)=0\qquad(0\leqslant t\leqslant 1;\ i=0,1,\cdots) \tag{2.20}$$

$$w_i(0,\sigma)=0\qquad(0\leqslant\tau\leqslant l/\varepsilon;\ i=0,1,2,\cdots) \tag{2.21$_i$}$$

其中 $[\tau]=(u_0+v_0,\ u_{0s}+v_{0s},0)$，$[\sigma]=(u_0+w_0,\ u_{0s}+w_{0s},0)$，$G_i(\tau)$是以$u_j$，$u_{js}$的函数为系数的关于$v_j$和$v_{js}(j=0,1,\cdots,i-1)$的多项式函数，$H_i(\sigma)$的结构类似，从略．以上计算中均忽略了指数小项．

下面证明 (2.14)～(2.21)$_i$ 的边界层型解的存在性．首先考虑初边值问题 (2.14)，(2.16)$_0$，(2.17)$_0$，将区间$[0,1]$分成$[0,s]$和$[s,1]$分别来讨论．由于在$[0,s]$上$v_{0s}=0$，从而，问题(2.14)，(2.16)$_0$，(2.17)$_0$可化为

$$\frac{\partial v_0}{\partial t}-\frac{\partial^2 v_0}{\partial \tau^2}=f(u_0+v_0,\ u_{0s},0)-f(u_0,\ u_{0s},\ 0)$$

$$=f_u(u_0+\theta v_0,\ u_{0s},\ 0)v_0\qquad(0<\theta<1) \tag{2.22}$$

$$v_0(t,0)=-u_{10}(t,0),\ v_0(t,\infty)=0\qquad(0\leqslant t\leqslant s) \tag{2.23$_0$}$$

$$v_0(0,\tau)=0\qquad(0\leqslant\tau\leqslant l/\varepsilon) \tag{2.24$_0$}$$

由于要求边界层函数v_0有界，故从假设(a)知，存在正常数k和K，使得

$$-K\leqslant f_u(u_0+\theta v_0,\ u_{0s},0)\leqslant -k \tag{2.25}$$

又从文献[5]知，存在正常数δ_0，使得方程(2.26)

$$\frac{\partial v_0}{\partial t}-\frac{\partial^2 v_0}{\partial \tau^2}=-kv_0\ (\text{或}-Kv_0) \tag{2.26}$$

带有条件(2.23)$_0$，(2.24)$_0$的初边值问题具有解$\bar{v}_0(t,\tau)$，且

$$\bar{v}_0(t,\tau)=O(\exp[-\delta_0\tau])\qquad(0<\tau<\infty) \tag{2.27}$$

故借助文献[6]的微分不等式理论知，初边值问题 (2.22)～(2.24)$_0$ 在 $[0,s]\times[0,\infty)$ 上存在解 $v_{10}(t,\tau)$，且满足 (2.27)式。接着，在 $[s,1]$ 上考虑问题 (2.14)，(2.16)$_0$，(2.17)$_0$，这时有

$$\frac{\partial v_0}{\partial t}-\frac{\partial^2 v_0}{\partial \tau^2}=f(u_0+v_0,\ u_{0s}+v_{10}(t-s,\tau),\ 0)-f(u_0,u_{0s},0) \tag{2.28}$$

$$v_0(t,0)=-u_{20}(t,0),\ v_0(t,\infty)=0 \qquad (s\leqslant t\leqslant 1) \tag{2.29}$$

$$v_0(s,\tau)=v_{10}(s,\tau) \qquad (0\leqslant\tau\leqslant l/\varepsilon). \tag{2.30}$$

由于v_{10}是已知函数，故可类似于上述证明得到(2.28)～(2.30)的边界层型解$v_{20}(t,\tau)$，且

$$v_{20}(t,\tau)=O(\exp[-\bar{\delta}_0\tau]) \qquad (0\leqslant\tau<\infty) \tag{2.31}$$

其中 $\bar{\delta}_0$是某选定的正常数。令

$$v_0(t,\ \tau)=\begin{cases}0 & (-s\leqslant t\leqslant 0)\\ v_{10}(t,\tau) & (0\leqslant t\leqslant s)\\ v_{20}(t,\tau) & (s\leqslant t\leqslant 1)\end{cases} \tag{2.32}$$

则$v_0(t,\tau)$是初边值问题(2.14)，(2.16)$_0$，(2.17)$_0$在$[-s,1]\times[0,\infty)$上的边界层型解。

从$G_i(\tau)$和$H_i(\sigma)$的结构，类似于边界层型解$v_0(t,\tau)$存在性的证明，可以得到(2.15)$_i$～(2.17)$_i$($i=1,2,\cdots$)和 (2.18)～(2.21)$_i$ ($i=0,1,2,\cdots$) 的具有指数减性质的边界层型解$v_i(t,\tau)$ ($i=1,2,\cdots$)和$w_i(t,\sigma)$。引入光滑截断函数$\omega(t,x)$和$\kappa(t,x)$，其中$\omega(t,x)=1\,(0\leqslant x\leqslant \frac{\mu}{2})$，$\omega(t,x)=0\,(\mu\leqslant x\leqslant l)$；$\kappa(t,x)=0\,(0\leqslant x\leqslant l-\mu)$，$\kappa(t,x)=1\,(l-\frac{\mu}{2}\leqslant x\leqslant l)$。

令$\bar{v}_i(t,\tau)=wv_i(t,\tau)$，$\bar{w}_i(t,\sigma)=kw_i(t,\tau)$。把每个$u_i(t,x)$，$\bar{v}_i(t,x)$和$\bar{w}_i(t,\sigma)$ ($i=0,1,2,\cdots$)代入(1.11)式，即得到问题(1.1)～(1.3)的形式解$Y(t,x,\varepsilon)$

三、问题(1.1)～(1.3)的解的存在性和形式解的一致有效性

最后证明原问题 (1.1)～(1.3) 的解的存在性和形式解的一致有效性。为此，引入如下引理，它是文献[7]定理1的特例。

引理 考虑如下一维标量时滞问题：

$$\begin{aligned}&L_0[u]=\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u=f(u,u_s) \qquad (0<t\leqslant 1,\ x\in(0,l))\\ &u\Big|_{x=0}=0=u\Big|_{x=l}\ (0\leqslant t\leqslant 1)\\ &u=\phi(t,x) \qquad (t\in[-s,0],\ x\in[0,l])\end{aligned} \tag{CB}$$

其中 $u_s=u(t-s,x)\,(0<s<1)$。假设：

H$_1$) $\phi\in C^{2+\alpha}([-s,0]\times[0,l])$，$\phi(t,0)=\phi(t,l)=0 \qquad (t\in[-s,0])$

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(0,x)=\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi(0,x)+f(\phi(0,x),\ \phi(-s,x)) \qquad (x\in[0,l])；$$

H$_2$) f在R^2上关于其变量连续，且f在某区域$\Omega(CR^2)$上关于u_s单调不增；

H$_3$) 对于f和Ω，问题(CB)存在有界的上、下解β和α，满足

i) $\beta\geqslant\alpha$ $(t\in[-s,1],\ x\in[0,l])$，

ii) $L_0[\beta]\geqslant f(\beta,\alpha_s)$，

$(0<t\leqslant 1,\ x\in(0,l))$

$L_0[\alpha] \leqslant f(\alpha, \beta_s)$,

iii) $\beta|_{x=0} = 0 = \beta|_{x=l}$, $\alpha|_{x=0} = 0 = \alpha|_{x=l}$ $\quad (0 \leqslant t \leqslant 1)$,

iv) $\beta = \tilde{\phi}(t,x)$, $\alpha = \underset{\sim}{\phi}(t,x)$ $\quad (t \in [-s,0],\ x \in [0,l])$,

$\underset{\sim}{\phi} \leqslant \phi \leqslant \tilde{\phi}(t \in [-s,0],\ x \in [0,l])$;

H_4) $\Omega_0 < \Omega$, 且f在Ω_0上满足 Lipschitz 条件, 其中 $\Omega_0 = \{(u,u_s): |u| \leqslant M,\ |u_s| \leqslant M\}$, $M = \max\{\sup|\beta|,\ \sup|\alpha|,\ t \in [-s,1],\ x \in [0,l]\}$.

则问题(CB)存在唯一有界的整体解$u = u(t,x) \in C^{2+\alpha}([0,1] \times [0,l])$, 且

$$\alpha(t,x) \leqslant u \leqslant \beta(t,x) \qquad (t \in [0,1],\ x \in [0,l]). \tag{3.1}$$

定理 在假设(a)～(c)下, 对于充分小的ε, 初边值问题 (1.1)～(1.3) 在 $[-s,1] \times [0,l]$上存在唯一有界的解$u = u(t,x,\varepsilon)$, 且满足

$$u(t,x,\varepsilon) = Z_N(t,x,\varepsilon) + O(\varepsilon^{N-1}) \qquad (t \in [-s,1],\ x \in [0,l])$$

其中 $Z_N(t,x,\varepsilon) = \sum_{i=0}^{N} \varepsilon^i (u_i(t,x) + \bar{v}_i(t,x/\varepsilon),\ \bar{w}_i(t,(l-x)/\varepsilon)$.

证明 为了借助引理结论, 首先构造上、下解函数β和α. 令

$$\alpha(t,x,\varepsilon) = Z_N(t,x,\varepsilon) - \Psi(t,x,\varepsilon) \qquad (t \in [-s,1],\ x \in [0,l])$$

$$\beta(t,x,\varepsilon) = Z_N(t,x,\varepsilon) + \Psi(t,x,\varepsilon) \qquad (t \in [-s,1],\ x \in [0,l])$$

其中 $\Psi(t,x,\varepsilon) = \gamma x(l-x)\exp[\lambda t]\varepsilon^{N-1}$, γ, λ是待定正常数.

从α, β的定义和形式解的构造,对于充分小的ε和足够大的γ,恒有$\alpha(t,x,\varepsilon) \leqslant \beta(t,x,\varepsilon)$, $t \in [-s,1]$, $x \in [0,l]$ 和 $\alpha(t,x,\varepsilon) \leqslant \phi \leqslant \beta(t,x,\varepsilon)$, $t \in [-s,0]$, $x \in [0,l]$. 又从边界层函数的构造和截断函数ω, κ的引入知, $Z_N(t,0,\varepsilon) = Z_N(t,l,\varepsilon) = 0$. 从而, 我们有

$$\alpha|_{x=0} = Z_N(t,0,\varepsilon) - \Psi(t,0,\varepsilon) = 0 = Z_N(t,l,\varepsilon) - \Psi(t,l,\varepsilon) = \alpha|_{x=l} \tag{3.2}$$

和

$$\beta|_{x=0} = Z_N(t,0,\varepsilon) + \Psi(t,0,\varepsilon) = 0 = Z_N(t,l,\varepsilon) + \Psi(t,l,\varepsilon) = \beta|_{x=l} \tag{3.3}$$

最后证明α, β满足的微分不等式. 通过直接计算知

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \alpha}{\partial t} - \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} - f(\alpha, \beta_s, \varepsilon) \\
&= \frac{\partial Z_N}{\partial t} - \varepsilon^2 \frac{\partial^2 Z_N}{\partial x^2} - f(Z_N, Z_{Ns}, \varepsilon) - \lambda\Psi - 2\gamma\exp[\lambda t]\varepsilon^{N+1} \\
&\qquad + f_u[Z_N]\Psi - f_v[Z_N]\Psi_s
\end{aligned} \tag{3.4}$$

其中 $[Z_N]$是介于$(Z_N, Z_{Ns}, \varepsilon)$和$(\alpha, \beta_s, \varepsilon)$之间的点. 由于$f$关于$v$单调不增, 且关于其变量的偏导连续, 故存在正常数 p, 使得$-p \leqslant f_v[Z_N] \leqslant 0$. 又从形式解的构造可以证得, 存在正常数$L$[8],[9], 使得

$$\left| \frac{\partial Z_N}{\partial t} - \varepsilon^2 \frac{\partial^2 Z_N}{\partial x^2} - f(Z_N, Z_{Ns}, \varepsilon) \right| \leqslant L\varepsilon^{N+1}.$$

从而, (3.4)式小于或等于

$$L\varepsilon^{N+1} - 2\gamma\exp[\lambda s]\varepsilon^{N+1} - (\lambda + k - p\exp[-\lambda s])\Psi \tag{3.5}$$

因此, 只要取$\gamma > 2^{-1}L$和$\lambda \geqslant p\exp[\lambda s]$, 则恒有(3.5)式不大于零. 即$\alpha$满足

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} - \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} \leqslant f(\alpha, \beta_s, \varepsilon) \qquad (t \in [0,1],\ x \in (0,l)).$$

同理可证

$$\frac{\partial\beta}{\partial t}-\varepsilon^2\frac{\partial^2\beta}{\partial x^2}\geqslant f(\beta,\alpha_s,\varepsilon)\qquad(t\in[0,1],\ x\in(0,l))$$

综上所述，对于充分小的ε和足够大的γ，λ，上文所构造的α和β恒满足引理的条件．从而，在定理假设下，定理结论成立．

参 考 文 献

[1] 郑祖庥，泛函微分方程的发展和应用，数学进展，12(2)(1983)，94—112．

[2] 莫嘉琪，A dass of singularly perturbed nonlinear reaction diffusion integral-differential equation, *Proc. Intern. Conference on Integral Equations and Boundary Value Problems*, World Scientific, Singapore (1990), 153—160.

[3] Mo Jiaqi (莫嘉琪)，Singular perturbation for a class of nonlinear reaction diffusion systems, Sci. in China (Ser. A, 32(11) (1989), 1306—1315.

[4] 莫嘉琪，奇摄动非线性时滞反应扩散系统，现代数学和力学（MMM-IV），兰州大学出版社，兰州(1991)，198—202．

[5] 杨年钧等，《数学物理方程》，辽宁科学技术出版社，辽宁(1985)．

[6] Pao, C.V., Coexistence and stability of a competition-diffusion system in population dynamics, *J. Math. Anal. Anal.*, 83(1), (1981), 54—76.

[7] 何猛省，时滞方程解的有界性和渐近性，数学学报，34(6) (1991)，785—792．

[8] 林宗池，极限方程为椭圆-抛物的四阶椭圆型方程的奇摄动，应用数学和力学，12(1)(1991)，69—76．

[9] 张 祥，一类拟线性椭圆型方程Robin问题的奇摄动，数学物理学报，11(2) (1991)，198—204．

Singular Perturbation of Initial-Boundary Value Problems of Reaction Diffusion Equation with Delay

Zhang Xiang

(Anhui Normal University, Wuhu)

Abstract

In this paper we consider the initial-boundary value problems of a class of general singularly perturbed delay reaction diffusion equation met often in the applied problems, such as biomathematics and biochemistry. Applying the method of composite expansion we construct the formally asymptotic solution of the problem described. With the help of theory of upper and lower solutions we prove the uniformly validity of the formal solution and the existence of solution of the original problem.

Key words singular perturbation, reaction diffusion equation, delay, upper and lower solutions, uniformly validity.