应用数学和力学，第14卷第12期（1993年12月）
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

关于一类多项式族的鲁棒稳定性研究*

王 勇 于年才

（北京大学力学系，1992年7月13日收到）

摘 要

本文对包括区间多项式族和菱形多项式族的一类多项式族的鲁棒稳定性进行了研究。我们给出并证明了其中几个可用有限检验来判断的多项式族的Hurwitz稳定的实例，同时举例说明了有限检验对所有这一类多项式族并不总是可行的。

关键词 值映射 H稳定 H等价

一、引 言

苏联学者Kharitonov于1978年研究了区间多项式族

$$\mathbf{F}(s)=\left\{f(s);\quad f(s)=\sum_{i=0}^{n}\alpha_i s^i,\ \ \beta_i\leqslant\alpha_i\leqslant\gamma_i,\ i=0,1,\cdots,n\right\} \tag{1.1}$$

的鲁棒稳定性问题，得到了著名的Kharitonov定理[1]。为了判断多项式族(1.1)式是否为Hurwitz稳定的，只要检验它的四个特殊的顶点多项式就足够了。

随后，不少学者对有关多项式族的鲁棒稳定性进行了广泛、持续的研究。其中R. Tempo等对与区间多项式族对偶的菱形多项式族

$$\mathbf{F}(s)\left\{f(s);\quad f(s)=\sum_{i=0}^{n}\alpha_i s^i,\quad \sum_{i=0}^{n}|\alpha_i-\hat{\alpha}_i|\leqslant r\right\} \tag{1.2}$$

进行了研究，给出了重要的菱形族定理[2]。为了判断菱形多项式族(1.2)式的Hurwitz稳定性，只要检验其8个特殊的顶点多项式就可以了。

作为区间多项式族和菱式多项式族的一种推广，我们研究了下面的一类n次实多项式族

$$\mathbf{F}(s)=\left\{f(s);\ f(s)=\sum_{i=0}^{n}\alpha_i s^i=\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=0}^{n_k}\alpha_{j_{ki}}s^{j_{ki}},\right.$$

$$\left.\sum_{i=0}^{n_k}|\alpha_{j_{ki}}-\hat{\alpha}_{j_{ki}}|\leqslant r_k,\ k=1,2,\cdots,m\right\} \tag{1.3}$$

其中 $\{j_{k0},j_{k1},\cdots,j_{kn_k}\}$ $(k=1,2,\cdots,m)$ 是$\{0,1,\cdots,n\}$的非空子集，它们的并集

---

* 朱照宣推荐.
国家自然科学基金与高等学校博士学科点专项科研基金资助项目.

$$\bigcup_{k=1}^{m}\{j_{k0},j_{k1},\cdots,j_{kn_k}\}=\{0,1,\cdots,n\}$$

而它们中任意两个的交集为空集，即

$$\{j_{k0},j_{k1},\cdots,j_{kn_k}\}\cap\{j_{l0},j_{l1},\cdots,j_{ln_l}\}=\phi, \qquad \forall\, l\neq k$$

显然，当$m=n+1$时，多项式族(1.3)式就是多项式族(1.1)式；而当$m=1$时，多项式族(1.3)式就是菱形多项式族(1.2)式。

由于多项式族(1.3)式是其系数空间R^{n+1}中的凸多面体，根据著名的棱边定理[3]，可以知道，为了判断多项式族(1.3)式是否为 Hurwitz 稳定的，只要检验其各个突出棱边就可以了，从而化为一维检验问题。本文中，我们研究的是能否像区间多项式族和菱形多项式族那样通过有限检验来判断多项式族(1.3)式的Hurwitz稳定性。

二、几个有限检验的实例

对于(1.3)式的一类多项式族，我们可以举出若干能通过有限检验来判断其Hurwitz稳定性的实例。本节中，我们将给出其中的三个有限检验的实例，并利用H等价[4]、参数化方法[4]，边界定理[5]和棱边定理等概念、方法和理论给出证明。

无论是用边界定理还是用棱边定理，我们所直接得到的均为一维检验。为了由一维检验能够得到有限检验，我们需要用到以下两个结论。

命题2.1[6] 设n次多项式$f_1(s)$与$f_2(s)$具有相同的奇次项或相同的偶次项，则其凸组合

$$f(s,\lambda)=(1-\lambda)f_1(s)+\lambda f_2(s), \qquad \lambda\in[0,1] \tag{2.1}$$

是H稳定的当且仅当$f_1(s)$和$f_2(s)$是H稳定的。

命题2.2[7] n次多项式$f_0(s)$与$f_0(s)+(\alpha+\beta s)f_1(s)$中，$f_1(s)$仅含有奇次项或含有偶次项，则其凸组合

$$f(\lambda,s)=f_0(s)+\lambda(\alpha+\beta s)f_1(s), \qquad \lambda\in[0,1] \tag{2.2}$$

是H稳定的当且仅当$f(0,s)=f_0(s)$及$f(1,s)=f_0(s)+(\alpha+\beta s)f_1(s)$是H稳定的。

设n次实系数多项式族为

$$\mathbf{F}(s)=\Big\{f(s);\ f(s)=\sum_{i=0}^{n}\alpha_i s^i,\quad \sum_{i=0}^{[n/2]}|\alpha_{2i}-\hat{\alpha}_{2i}|\leqslant r_1,$$

$$\sum_{i=1}^{[(n+1)/2]}|\alpha_{2i-1}-\hat{\alpha}_{2i-1}|\leqslant r_2\Big\} \tag{2.3}$$

这是(1.3)式中$m=2$，$\{0,1,\cdots,n\}$的两个子集分别为$\{0,2,4,\cdots,2[n/2]\}$和$\{1,3,\cdots,2[(n+1)/2]-1\}$的特例。

设 $f_0(s)=\sum_{i=0}^{n}\hat{\alpha}_i s^i$，则我们有

定理2.1 多项式族(2.3)式是H稳定的，当且仅当其8个顶点多项式

$$f_0(s)\pm r_1\pm r_2 s,\quad f_0(s)\pm r_1 s^n\pm r_2 s^{n-1}, \qquad n\text{为偶数} \tag{2.4a}$$

或

$$f_0(s)\pm r_1\pm r_2 s,\ f_0(s)\pm r_2 s^n\pm r_1 s^{n-1},\qquad n\text{为奇数}\tag{2.4b}$$

是H稳定的。

证明 当n为偶数时，设

$$\mathbf{P}_1(s)=\{f(s);\ f(s)=f_0(s)+\lambda r_1+\mu r_2 s,\ \lambda,\mu\in[-1,1]\}\tag{2.5a}$$

$$\mathbf{P}_2(s)=\{f(s);\ f(s)=f_0(s)+\lambda r_1 s^n+\mu r_2 s^{n-1},\ \lambda,\mu\in[-1,1]\}\tag{2.5b}$$

$$\mathbf{P}(s)=\mathbf{P}_1(s)\cup\mathbf{P}_2(s)$$

易知 $\mathbf{P}(s)\subset\mathbf{F}(s)$，且

$$\mathbf{F}(j\omega)=\mathbf{P}_1(j\omega)\supset\mathbf{P}_2(j\omega),\quad 0\leqslant\omega\leqslant 1\ \text{(图1)}.$$

$$\mathbf{F}(j\omega)=\mathbf{P}_2(j\omega)\supset\mathbf{P}_1(j\omega),\quad 1\leqslant\omega<+\infty$$

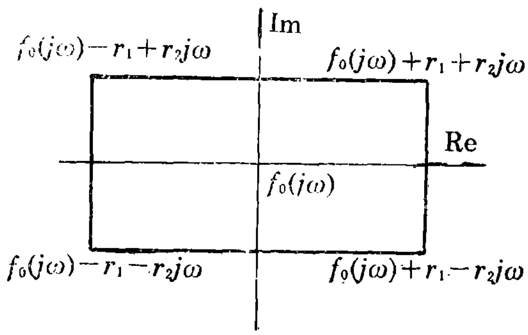

图1 当n为偶数，$0<\omega\leqslant 1$时，$\mathbf{F}(f\omega)$的图形

即$\mathbf{F}(s)$与$\mathbf{P}(s)$是H等价，因而$\mathbf{F}(s)$是H稳定的当且仅当$\mathbf{P}(s)$是H稳定的，当且仅当$\mathbf{P}(s)$的各个突出棱边是H稳定的。

$\mathbf{P}_1(s)$的四个顶点为

$$p_1(s)=f_0(s)+r_1+r_2 s,\quad p_2(s)=f_0(s)-r_1+r_2 s$$

$$p_3(s)=f_0(s)-r_1-r_2 s,\quad p_4(s)=f_0(s)+r_1-r_2 s$$

四个突出棱边为

$$\lambda p_1(s)+(1-\lambda)p_2(s),\quad \lambda p_2(s)+(1-\lambda)p_3(s)$$

$$\lambda p_3(s)+(1-\lambda)p_4(s),\quad \lambda p_4(s)+(1-\lambda)p_1(s)\qquad \lambda\in[0,1]$$

由命题2.1可知$\mathbf{P}(s)$的四个突出棱边H稳定当且仅当四个顶点为H稳定。

对$\mathbf{P}_2(s)$有相同的结果。

因此，$\mathbf{F}(s)$是H稳定的当且仅当(2.4a)的8个多项式是H稳定的。

同理可证n为奇数时结论也成立。 □

n次多项式族

$$\mathbf{F}(s)=\Big\{f(s);\ f(s)=\sum_{i=0}^{n}\alpha_i s^i,\ \beta_i\leqslant\alpha_i\leqslant\gamma_i,\ i=0,1,\cdots,k,$$

$$\sum_{i=k+1}^{n}|\alpha_i-\hat{\alpha}_i|\leqslant r\Big\}\tag{2.6}$$

是(1.3)式的另一特例。将它改写为

$$\mathbf{F}(s)=\Big\{f(s);\ f(s)=f_0(s)+\sum_{i=0}^{n}\alpha_i^* s^i,\ -\delta_i\leqslant\alpha_i^*\leqslant\delta_i,$$

$$i=0,1,\cdots,k.\quad \sum_{i=k+1}^{n}|a_i^*|\leqslant r\Big\} \tag{2.7}$$

其中
$$f_0(s)=\sum_{i=0}^{k}\frac{1}{2}(\beta_i+\gamma_i)s^i+\sum_{i=k+1}^{n}\hat{a}_i s^i$$

$$\delta_i=\frac{1}{2}(\gamma_i-\beta_i),\quad a_i^*=a_i-\frac{1}{2}(\beta_i+\gamma_i),\quad i=0,1,\cdots,k$$

$$a_i^*=a_i-\hat{a}_i,\qquad i=k+1,\cdots,n$$

又设
$$\left.\begin{aligned}
&h_1(\lambda)=\delta_0-\delta_2\lambda+\delta_4\lambda^2-\cdots\\
&g_1(\lambda)=\delta_1-\delta_3\lambda+\delta_5\lambda^2-\cdots\\
&p_1(s)=f_0(s)+h_1(s^2)+sg_1(s^2)+(-1)^{\left[\frac{k+1}{2}\right]}rs^{k+1}\\
&p_2(s)=f_0(s)+h_1(s^2)+sg_1(s^2)+(-1)^{\left[\frac{k+2}{2}\right]}rs^{k+2}\\
&p_3(s)=f_0(s)-h_1(s^2)+sg_1(s^2)+(-1)^{\left[\frac{k+1}{2}\right]}rs^{k+2}\\
&p_4(s)=f_0(s)-h_1(s^2)+sg_1(s^2)-(-1)^{\left[\frac{k+2}{2}\right]}rs^{k+1}\\
&p_5(s)=f_0(s)-h_1(s^2)-sg_1(s^2)-(-1)^{\left[\frac{k+1}{2}\right]}rs^{k+1}\\
&p_6(s)=f_0(s)-h_1(s^2)-sg_1(s^2)-(-1)^{\left[\frac{k+2}{2}\right]}rs^{k+2}\\
&p_7(s)=f_0(s)+h_1(s^2)-sg_1(s^2)-(-1)^{\left[\frac{k+1}{2}\right]}rs^{k+2}\\
&p_8(s)=f_0(s)+h_1(s^2)-sg_1(s^2)+(-1)^{\left[\frac{k+2}{2}\right]}rs^{k+1}\\
&p_9(s)=f_0(s)+h_1(s^2)+sg_1(s^2)+(-1)^{\left[\frac{n}{2}\right]}rs^{n}\\
&p_{10}(s)=f_0(s)+h_1(s^2)+sg_1(s^2)+(-1)^{\left[\frac{n-1}{2}\right]}rs^{n-1}\\
&p_{11}(s)=f_0(s)-h_1(s^2)+sg_1(s^2)-(-1)^{\left[\frac{n}{2}\right]}rs^{n-1}\\
&p_{12}(s)=f_0(s)-h_1(s^2)+sg_1(s^2)+(-1)^{\left[\frac{n-1}{2}\right]}rs^{n}\\
&p_{13}(s)=f_0(s)-h_1(s^2)-sg_1(s^2)-(-1)^{\left[\frac{n}{2}\right]}rs^{n}\\
&p_{14}(s)=f_0(s)-h_1(s^2)-sg_1(s^2)-(-1)^{\left[\frac{n-1}{2}\right]}rs^{n-1}\\
&p_{15}(s)=f_0(s)+h_1(s^2)-sg_1(s^2)+(-1)^{\left[\frac{n}{2}\right]}rs^{n-1}\\
&p_{16}(s)=f_0(s)+h_1(s^2)-sg_1(s^2)-(-1)^{\left[\frac{n-1}{2}\right]}rs^{n}
\end{aligned}\right\} \tag{2.8}$$

定理2.2 多项式族(2.6)式是H稳定的当且仅当其16个顶点多项式(2.8)是H稳定的.

证明 当$0<\omega\leqslant 1$时，$F(j\omega)$的边界是一个八边形，其顶点为$p_i(j\omega)$，$i=1,2,\cdots,8$.(图2).

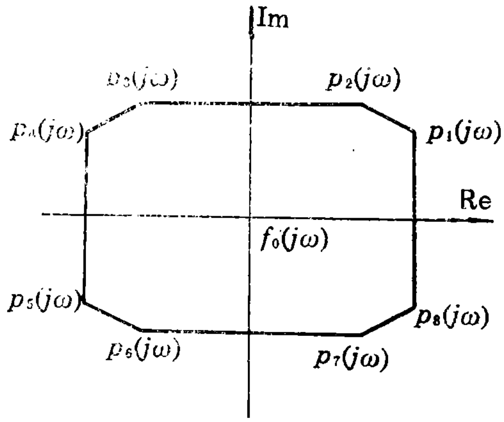

图2 当$0<\omega\leqslant 1$, $k=2m+1$时, $\mathrm{F}(j\omega)$的图形

当$1<\omega<+\infty$时，$\mathrm{F}(j\omega)$的边界是一个八边形，其顶点为$p_i(j\omega)$，$i=9,10,\cdots 16$.

由边界定理可知，$\mathrm{F}(s)$是H稳定的当且仅当$\mathrm{F}(j\omega)$的所有相邻顶点所对应的多项式的凸组合是H稳定的，而这些凸组合或者满足命题2.1或者满足命题2.2，因此$\mathrm{F}(s)$是H稳定的当且仅当(2.8)式的16个多项式是H稳定的． □

由于n次多项式

$$f(s)=\alpha_0+\alpha_1 s+\cdots+\alpha_{n-1}s^{n-1}+\alpha_n s^n \tag{2.9}$$

是H稳定的当且仅当n次多项式

$$f^*(s)=\alpha_n+\alpha_{n-1}s+\cdots+\alpha_1 s^{n-1}+\alpha_0 s^n$$

是H稳定的．我们可以知道

$$\mathrm{F}(s)=\left\{f(s);\ f(s)=\sum_{i=0}^{n}\alpha_i s^i,\quad \sum_{i=0}^{k}|\alpha_i-\hat{\alpha}_i|\leqslant r,\right.$$

$$\left.\beta_i\leqslant\alpha_i\leqslant\gamma_i,\ i=k+1,\ \cdots,\ n\right\} \tag{2.10}$$

是H稳定的当且仅当其16个特殊的顶点多项式是H稳定的．

n次多项式族

$$\mathrm{F}(s)=\left\{f(s);\ f(s)=\sum_{i=0}^{n}\alpha_i s^i,\quad \sum_{i=0}^{k}|\alpha_i-\hat{\alpha}_i|\leqslant r_1,\right.$$

$$\left.\sum_{i=k+1}^{n}|\alpha_i-\hat{\alpha}_i|\leqslant r_2\right\} \tag{2.11}$$

可以写成

$$\mathrm{F}(s)=\left\{f(s);\ f(s)=f_0(s)+\sum_{i=0}^{n}\alpha_i^* s^i,\ \sum_{i=0}^{k}|\alpha_i^*|\leqslant r_1,\ \sum_{i=k+1}^{n}|\alpha_i^*|\leqslant r_2\right\} \tag{2.12}$$

其中 $f_0(s)=\sum_{i=0}^{n}\hat{\alpha}_i s^i$, $\alpha_i^*=\alpha_i-\hat{\alpha}_i$

$\mathrm{F}(s)$的一组顶点多项式为

$$\left.\begin{array}{l}f_0(s)\pm r_1\pm r_2s^{k+1},\quad f_0(s)\pm r_1\pm r_2s^{k+2}\\ f_0(s)\pm r_1s\pm r_2s^{k+1},\quad f_0(s)\pm r_1s\pm r_2s^{k+2}\end{array}\right\}\tag{2.13a}$$

$$\left.\begin{array}{l}f_0(s)\pm r_1s^{k-1}\pm r_2s^{n-1},\quad f_0(s)\pm r_1s^{k-1}\pm r_2s^{n}\\ f_0(s)\pm r_1s^{k}\pm r_2s^{n-1},\quad f_0(s)\pm r_1s^{k}\pm r_2s^{n}\end{array}\right\}\tag{2.13b}$$

定理2.3 多项式族$\mathbf{F}(s)$(2.12)式是H稳定的当且仅当其32个顶点多项式(2.13)式是H稳定的。

证明 设

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_1(s)=\{f(s);\ f(s)&=f_0(s)+\lambda_1r_1(s+1)+\lambda_2r_1(s-1)\\&+s^{k+1}[\mu_1r_2(s+1)+\mu_2r_2(s-1)],\\&\lambda_1,\ \lambda_2,\ \mu_1,\ \mu_2\in[-1/2,\ 1/2]\}\end{aligned}\tag{2.14a}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_2(s)=\{f(s);\ f(s)&=f_0(s)+\lambda_1r_1(s^k+s^{k-1})\\&+\lambda_2r_1(s^k-s^{k-1})+\mu_1r_2(s^n+s^{n-1})+\mu_2r_2(s^n-s^{n-1})\\&\lambda_1,\ \lambda_2,\ \mu_1,\ \mu_2\in[-1/2,\ 1/2]\}\end{aligned}\tag{2.14b}$$

$$\mathbf{P}(s)=\mathbf{P}_1(s)\cup\mathbf{P}_2(s)$$

则 $\mathbf{P}(s)\subset\mathbf{F}(s)$，且

$$\mathbf{F}(j\omega)=\mathbf{P}_1(j\omega)\supset\mathbf{P}_2(j\omega),\qquad 0\leqslant\omega\leqslant 1$$

$$\mathbf{F}(j\omega)=\mathbf{P}_2(j\omega)\supset\mathbf{P}_1(j\omega),\qquad 1<\omega<+\infty$$

即$\mathbf{F}(s)$与$\mathbf{P}(s)$是H等价的。

因此$\mathbf{F}(s)$是H稳定的当且仅当$\mathbf{P}(s)$是H稳定的，当且仅当$\mathbf{P}(s)$的各条突出棱边是H稳定的。

(2.13a)与(2.13b)的多项式分别为$\mathbf{P}_1(s)$，$\mathbf{P}_2(s)$的顶点，而$\mathbf{P}_1(s)$与$\mathbf{P}_2(s)$的一组突出棱边，即相邻两顶点的多项式的凸组合满足命题2.2. 因此，$\mathbf{F}(s)$是H稳定的当且仅当(2.13)式的32个顶点多项式是H稳定的。 □

关于定理2.3的说明

事实上，$\mathbf{P}_1(j\omega)$与$\mathbf{P}_2(j\omega)$，即当$0<\omega\leqslant 1$和$1\leqslant\omega<+\infty$时的$\mathbf{F}(j\omega)$，至多是复平面上的八边形，甚至是菱形.因此通过分析可知，对于n和k的奇偶性，检验多项式的个数分别为以下几种情况：

1) n为奇数，k为偶数：16个检验多项式；

2) n为奇数，k为奇数：8个检验多项式；

3) n为偶数 ：12个检验多项式。

限于篇幅，这里对以上各种具体情况下的检验多项式及证明过程就不叙述了。

三、有限检验不成立的例子

我们已经就属于(1.3)式一类的多项式族列举了若干可以通过有限检验来判断多项式族的H稳定性实例. 但属于这一类的多项式族，并不总是可以通过有限检验来判断其H稳定性.

属于多项式族(1.3)的棱边可以是如下形式的两个多项式的凸组合：

$$f(s,\lambda)=f_0(s)+\lambda(\alpha s^{m_1}+\beta s^{m_2}),\qquad \lambda\in[0,1]\tag{3.1}$$

其中$f_0(s)$是n次多项式，$n_1,n_2\leqslant n$，并假定$f(s,\lambda)$对$\forall\lambda\in[0,1]$都是n次的。

能否通过有限检验来判断多项式族(1.3)的H稳定性的问题的关键是能否由$f(s,0)$及$f(s,1)$的H稳定性得出$f(s,\lambda)$是H稳定的。

我们知道，当$n_1-n_2=\pm1$或n_1-n_2是偶数时，(3.1)式满足命题2.2的条件，所以这时结论成立。而当n_1-n_2是奇数（不等于±1）时，则结论不成立。

例1 $$f(s,\lambda)=7.1s^3+6s^2+6s+5+\lambda(-2.1s^3+2.1) \tag{3.2}$$

其中 $\lambda\in[0,1]$

易知 $f(s,0)=7.1s^3+6s^2+6s+5$，$f(s,1)=5s^3+6s^2+6s+7.1$

都是H稳定的，但

$$f(s,0.5)=6.05s^3+6s^2+6s+6.05$$

是不稳定的。

例2 设多项式族为

$$\begin{aligned}\mathbf{F}(s)=\{f(s);\ f(s)=f_0(s)+\alpha_0+\alpha_1s+\alpha_2s^2+\alpha_3s^3,\\ |\alpha_0|+|\alpha_3|\leqslant r_1,\ |\alpha_1|+|\alpha_2|\leqslant r_2\}\end{aligned} \tag{3.3}$$

其中 $f_0(s)=5+6.01s+6s^2+5s^3$，$r_1=2.1$，$r_2=0.01$

$\mathbf{F}(s)$的一组顶点为

$$\begin{aligned}
&p_1(s)=f_0(s)+r_1-r_2s^2, && p_5(s)=f_0(s)-r_1+r_2s^2\\
&p_2(s)=f_0(s)+r_1+r_2s, && p_6(s)=f_0(s)-r_1-r_2s\\
&p_3(s)=f_0(s)-r_1s^3+r_2s, && p_7(s)=f_0(s)+r_1s^3-r_2s\\
&p_4(s)=f_0(s)-r_1+r_2s, && p_8(s)=f_0(s)+r_1-r_2s
\end{aligned}$$

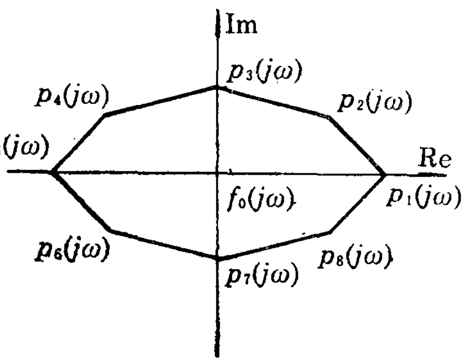

图3 当$0<\omega\leqslant1$时，(3.3)式中$\mathbf{F}(j\omega)$的图形

可以验证，$p_i(s)$ $(i=1,2,\cdots,8)$是H稳定的。$p_7(s)$与$p_8(s)$两多项式的凸组合为

$$p(s,\lambda)=(1-\lambda)p_7(s)+\lambda p_8(s)=7.1s^3+6s^2+6s+5+\lambda(-2.1s^3+2.1)$$

由例1知$p(s,0.5)$是不稳定的。

因此，由(1.3)式所描述的一类多项式中，有许多有限检验成立的实例，也不乏有限检验不存在的例子。

致谢 在本文的成稿过程中，我们始终得到了黄琳教授的悉心指导和博士生王龙的热情帮助。在此，我们向他们致以深深的谢意。

参 考 文 献

[1] Kharitonov, V. L., Asymptotical stability of an equivilibrium position of a family of systems of differential equations, *Differential'nye Uravneniya*, 14 (1978), 2086--2088.

[2] Tempo, R., A dual result to Kharitonov's theorem, *IEEE Trans. AC*, 134 (1990).

[3] Bartlett, A. C., C. V. Hollot and L. Huang, Root locations of an entire polytope of polynomials: It suffices to check the edges, *Math. Control. Signals Systems*, (1) (1988), 61—71.

[4] 黄琳、王龙，鲁棒稳定性分析的值映射与参数化方法，中国科学，A辑，(8) (1991).

[5] 于年才、黄琳，复多项式族鲁棒稳定性的边界定理，中国科学，A辑，(11) (1992), 1177—1182.

[6] Bilas, S. and J. Garloff, Convex combinations of stable polynomials, *J. Franklin Institute*, 139(3) (1985), 3737—3739.

[7] Hollot, C. V., F. J. Kraus, R. Tempo and B. R. Barmish, Extreme point results for robust stabilization of interval plants with the first order compensators, *Proc. American Control Conference* (1990), 2533—2538.

On Robust Stability of a Class of Polynomial Families

Wang Yong Yu Nian-cai

(*Dept. of Mechanics, Peking University, Beijing*)

Abstract

In this paper we discuss the robust stability of a class of polynomial families more general than the interval polynomial family and diamond polynomial family. We prove that the Hurwitz stability of some special cases of this class of polynomial families can be determined by checking finite polynomials. We also give an example to illustrate that it is not always possible to determine the Hurwitz stability of all this class of polynomial families by checking finite polynomials.

Key words value mapping, H-stability, H-equivalence