

纤维增强复合材料矩形薄板压缩稳定试验及最优设计*

周 祝 林

(上海玻璃钢研究所, 1991年3月9日收到)

摘 要

本文通过 283 块玻璃钢矩形薄板的稳定试验, 得出试验结果与理论分析一致的结论, 证实按各向异性板的屈曲理论公式计算纤维增强复合材料薄板稳定临界载荷是可靠的。本文也给出了各种纤维增强复合材料薄板达到最大临界载荷的最优基体含量和最优偏角的选择, 得出的结果可供产品设计时使用。

关键词 复合材料 压缩 屈曲 玻璃钢 基体含量

一、引 言

我们研究所前后进行了 283 块玻璃钢矩形薄板四边简支单向压缩稳定试验, 得出试验结果与理论分析一致的结论, 由此可以推论, 各向异性薄板的屈曲理论可以适用于各类纤维增强复合材料及各种边界条件。复合材料由于轻质高强, 应用越来越普遍, 大多数产品是薄壁结构, 一般产品设计又以临界载荷作为设计载荷, 因此对薄板的临界载荷的研究有较大的实用意义。随着先进复合材料的发展, 制成薄壁产品的好处更显著, 如用碳纤维增强复合材料薄板的临界载荷与同等尺寸的硬铝相比, 压缩临界载荷相接近, 而重量减轻一半^[1]。换句话说, 若重量相同, 碳纤维增强复合材料薄板的压缩临界载荷为硬铝七倍以上。复合材料是可设计的结构材料, 在以达到最大临界载荷为设计目标, 也有一个最优设计问题, 这主要包括三个方面: 一是基体含量的最优选择; 二是最优偏轴选择; 三是板尺寸及边界条件的最优选择。本文讨论前面二个及第三中的板尺寸的最优选择。

二、矩形薄板单向压缩稳定试验及与理论比较

我们在自制的薄板压缩稳定试验的专用夹具上进行试验, 上下加载板为有 V 形槽的金属板, 两侧纵边为可以自由转动, 又能满足保持直线的专用支承, 既可以做压缩稳定试验, 又可以比较满意地做屈曲后极限强度试验。测临界载荷的方法使用过多种, 认为用 $f/p \sim f$

* 钱伟长推荐。

曲线还是比较满意的。关键是由于薄板有初变形，板厚薄不均等因素，有时纵向波形出现非对称，装表不在波峰或波谷上时会出现一些误差，板两侧应对称装表。我们进行过的试样种类：边长比 $\lambda=a/b$ 为1.3, 1.5, 2.0, 2.5四种；纤维方向有 0° , 90° , 45° 三种；试样厚度为0.5~5.5mm。

试验过程中我们还专门对薄板的压缩弹性模量进行了多种方法的对比试验，试验结果与理论估算值一致，因此，在临界载荷的理论计算时可取实测值，也可取理论值，而在最优设计时用理论估算公式进行。

由于试样多，不一一列出试样尺寸及试验结果，仅绘在图1中。图1中大部分试验点是三根试样的平均值。

根据性能测试结果，试样的经纬向弹性常数基本相同，取 $E_1=E_2=20$ 、 $G_{12}=3.5$ (GPa)， $\mu_1=\mu_2=0.15$ ， 45° 方向的，取 $E_{45}=10$ ， $G_{45}=8$ (GPa)， $\mu_{45}=0.47$ 。

纤维增强复合材料薄板，当纤维正交铺设时，可以按正交各向异性板的屈曲理论，求得四边简支单向压缩矩形板的临界载荷（横向为一个半波）为^[2]：

$$N_{cr} = \frac{\pi^2}{b^2} \sqrt{D_{11}D_{22}} \left[\sqrt{\frac{D_{11}}{D_{22}}} \left(\frac{m}{\lambda} \right)^2 \frac{4D_{16}}{\sqrt{D_{11}D_{22}}} \frac{m}{\lambda} + \frac{2(D_{12}+2D_{66})}{\sqrt{D_{11}D_{22}}} + \frac{4D_{26}}{\sqrt{D_{11}D_{22}}} \frac{\lambda}{m} + \sqrt{\frac{D_{22}}{D_{11}}} \left(\frac{\lambda}{m} \right)^2 \right] \quad (2.1)$$

式中 D_{11} , D_{22} , D_{12} , D_{66} 等一般复合材料力学书中均有介绍，对于我们的试样，可取 $D_{16}=D_{26}=0$ 。

用上述性能数据，可按式(2.1)求得我们这批试样的临界应力的计算公式：

$$\text{经、纬向： } \sigma_{cr} = 2.54E(t/b)^2 \quad (2.2)$$

$$45^\circ \text{方向： } \sigma_{cr} = 6.2E_{45}(t/b)^2 \quad (2.3)$$

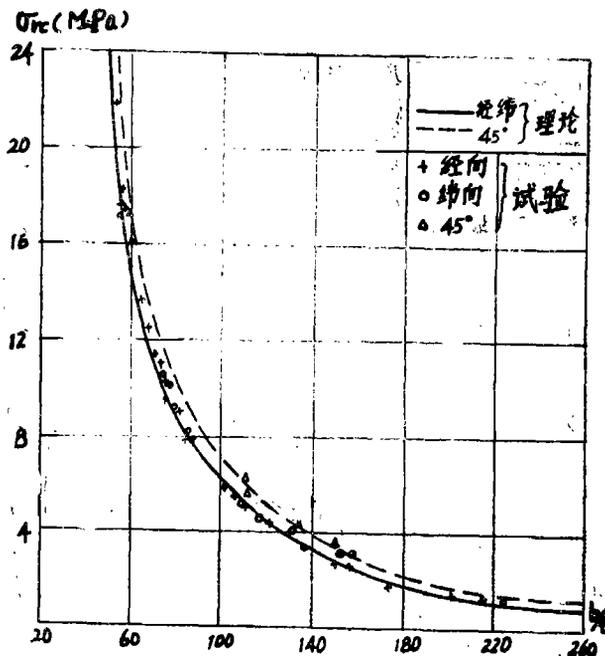


图1 临界应力试验值与理论曲线比较

经、纬向的理论计算结果绘在图1中,由此可见,与试验结果很符合。45°方向的略比经纬向的高。

从式(2.2)可以求出1:1正交玻璃钢薄板临界应力计算公式的适用范围(取玻璃钢压缩强度为 $\sigma_{13}=200\text{MPa}$)为

$$b/t \geq 16 \quad (2.4)$$

由图1和计算可知,对于一般的玻璃钢薄板,临界应力计算可以不计及剪切变形的影响,当 $b/t \leq 30$ 时才需要考虑剪切变形的影响。

从45°方向玻璃钢材料的拉压应力-应变曲线^[5],压缩的比例极限应力约为60MPa,超过比例极限后的临界应力的计算公式为

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_{45} \sqrt{r}}{12(1-\mu_{45}^2)} \left[1 + \frac{1}{r} + 2\mu_{45} + \frac{4G_{45}}{E_{45}} \right] (t/b)^2 \quad (2.5)$$

式中: $r = \frac{E_r}{E_{45}}$

$$E_r = \frac{4E_{45}E'_{45}}{(\sqrt{E_{45}} + \sqrt{E'_{45}})^2}$$

当 $b/t \leq 32$ 时,45°方向玻璃钢筒支矩形薄板的临界应力按式(2.5)计算。

$$E'_{45} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$$

三、最优基体含量的选择

复合材料的特点是可设计性,从式(2.1)可见,压缩的临界载荷与板的弯曲刚度成正比,而弯曲刚度与板厚三次方成正比。从复合材料的性能分析知,板材的弹性模量随基体含量增加而减小,而板厚是增加,厚度的变化对弯曲刚度的影响更大。以纤维织物增强的复合材料为例,其厚度与基体含量 A 等的关系如下

$$t = \frac{W_f[\rho_m + A(\rho_f - \rho_m)]}{\rho_f \rho_m (1-A)} \quad (3.1)$$

计及空隙率 σ 时为

$$t = \frac{[W_f(1-\sigma) + \sigma t_f \rho_f][\rho_m + A(\rho_f - \rho_m)]}{\rho_f \rho_m (1-A)} \quad (3.2)$$

式中 W_f 为纤维织物单位面积的质量, t_f 为织物的名义厚度, ρ_f , ρ_m 为纤维和基体的密度。以常用0.2mm斜纹布为例,其关系如图2所示,为了对比,图中也列出玻璃纤维体积含量 V_f ,玻璃钢密度 ρ 与基体含量的关系。对于用其他纤维或织物增强的复合材料可以得出类似的关系。

从等重量的最大刚度出发,可以推导出复合材料薄板的最优基体含量。把复合材料的密度和弹性模量的估算公式代入刚度参数 E/ρ^3 中,然后对 A 求导,则可求得复合材料薄板的最优基体含量的基本方程式:

$$C_1 A^2 + C_2 A + C_3 = 0 \quad (3.3)$$

式中: $C_1 = 3(E_f - E_m)(\rho_f/\rho_m - 1) \frac{2n_1}{n_1 + n_2} - 3(\rho_f/\rho_m - 1)^3 E_m$

$$C_2 = 2(E_f - E_m)(\rho_f/\rho_m - 1) \frac{n_1}{n_1 + n_2} (3 - \rho_f/\rho_m)$$

$$-6(\rho_f/\rho_m-1)^2 E_m$$

$$C_3 = -(E_f - E_m)(2\rho_f/\rho_m - 3) \frac{n_1}{n_1 + n_2} - 3E_m(\rho_f/\rho_m - 1)$$

对几种复合材料薄板的最优含量 A (重量比) 及纤维体积含量 V_f (体积比), 按式 (3.3) 的计算结果列于表 1 中. 计算时取玻璃纤维 $E_f=70\text{GPa}$, $\rho_f=2550 \times 9.8\text{N/m}^3$, 硼纤维 $E_f=400\text{GPa}$, $\rho_f=2560 \times 9.8\text{N/m}^3$. 基体 $E_m=3.5\text{GPa}$, $\rho_m=1270 \times 9.8\text{N/m}^3$. 对于碳纤维, 石墨纤维, 用不同材料制的密度有较大变化 ($1380 \sim 1700 \times 9.8\text{N/m}^3$), 并且与基体的密度很接近, 按式 (3.3) 无法求出最优的基体含量, 这说明, 对于碳、石墨纤维增强复合材料, 只要满足工艺要求, 能完全浸透纤维的所有界面, 基体含量越小, 薄板的压缩稳定临界载荷越大. 式 (3.3) 中 n_1, n_2 表示纤维的经纬向比.

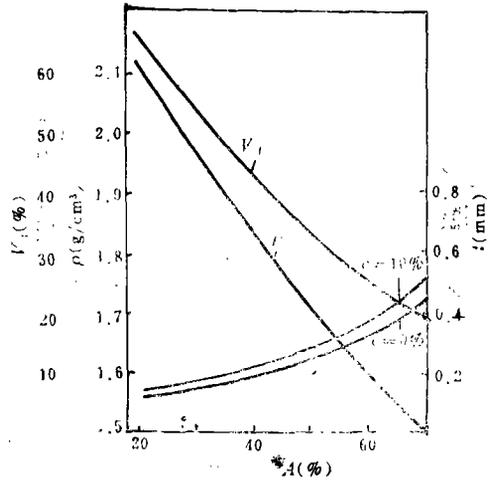


图 2 V_f, ρ, t 与 A 的关系

表 1 薄板材料的最优基体含量

材 料	玻 璃 钢				硼 纤 维 复 合 材 料			
	1:1	4:1	7:1	单向	1:1	4:1	7:1	单向
基体含量 A (重量百分比%)	49.0	42.7	41.9	40.7	33.5	33.2	33.2	33.0
纤维体积含量 V_f (%)	34.3	40.2	40.9	42.0	49.8	50.2	50.2	50.4

由表 1 可知, 对于玻璃钢薄壁结构产品, 若以压缩临界载荷作为设计载荷时, 玻璃钢中的基体含量较大, 对于 1:1 玻璃钢, 基体含量达 49%, 这也是一般手糊工艺所达到的基体含量. 对于用 4:1、7:1 布制成的玻璃钢, 基体含量略有所减小, 这仅是对于 $\lambda = a/b \leq \sqrt{2} \cdot \sqrt{D_{11}/D_{22}}$ 情况的计算结果, 对于不同的 λ , 最优基体含量有所变化, 但变化不太大, 因此, 表 1 中的数据可供产品设计时应用. 对于高弹性模量的硼纤维复合材料, 最优基体含量有较明显的下降, 并且对于 1:1 的或单向的变化极小.

四、最优偏角的选择

从图 1 和式 (2.2)、(2.3) 可知, 对于正交对称铺设的复合材料, 受力方向与纤维成 45° 的薄板压缩临界应力比经纬向略大. 为分析比较各种复合材料、各种经纬纤维比, 各种板尺寸比的薄板最大临界载荷的最优偏角, 可以把 (2.1) 式无量纲化, 除以正交对称方板的临界载荷, 则为

$$N_{cr} = \frac{\pi^2}{N_{cr}^0 b^2} \sqrt{\bar{D}_{11} \bar{D}_{22}} \left[\sqrt{\frac{\bar{D}_{11}}{\bar{D}_{22}}} \left(\frac{m}{\lambda} \right)^2 + \frac{2(\bar{D}_{12} + 2\bar{D}_{66})}{\bar{D}_{22}} \right]$$

$$+ \sqrt{\frac{D_{22}}{D_{11}} \left(\frac{\lambda}{m} \right)^2} \quad (4.1)$$

式中 \bar{D}_{11} , \bar{D}_{12} , \bar{D}_{33} 表示有偏角的弯曲刚度、弯曲泊松刚度、扭曲刚度, 可由一般复合材料力学书中^[4]找到。 N'_c 为方板的临界载荷。

对于1:1、4:1、7:1的玻璃钢薄板, 按上述的最优基本含量计算玻璃钢基本弹性性能, 对不同的板尺寸, 按式(4.1)的计算结果列于表2。若4:1、7:1玻璃钢的基体含量取与1:1一样, 计算结果比表2中所列的低一些。

对于1:1碳纤维复合材料, 取 $E_1 = E_2 = 116 \text{ GPa}$, $G = 7 \text{ GPa}$, $\mu_1 = \mu_2 = 0.15$ 。对于 $E_1/E_2 = 10$ 的碳纤维单向复合材料, 即取 $E_1 = 211 \text{ GPa}$, $E_2 = 21.1 \text{ GPa}$, $G = 7.03 \text{ GPa}$, $\mu_1 = 0.3$, $\mu_2 = 0.03$ ^{[5],[6]}, 计算结果列于表3。

从表2可见, 对于1:1正交的玻璃钢, 当 $\lambda \geq 0.8$ 时, 最优偏角为 45° , 而 $\lambda = 0.5$ 时, 最优偏角是 0° 或 90° 。对于4:1、7:1的玻璃钢, 最优偏角随 λ 、纤维比的不同而不同, 随着 λ 的减小, 最优偏角减小, 临界载荷增大。7:1玻璃钢增大的趋势比1:1的更明显。从表3可见, 有类似的规律, 最优偏角与资料[5],[6]有所不同。

五、结 论

从上述研究可以得出下列几点结论:

1. 按正交各向异性板理论计算的临界应力与试验结果很符合, 我们的试验夹具是可行的。
2. 对于薄壁复合材料结构, 当以临界载荷为设计载荷时, 有一个最优基体含量的选择问题, 最优基体含量不仅随组份材料性能, 也随经纬纤维比的变化而变化, 文中给出的最优基体含量可供产品设计时参考。
3. 为了使薄壁结构受压时发挥最大的临界载荷, 复合材料中的纤维方向有一个最优偏角, 对于不同的板尺寸比 λ 和不同纤维性能、纤维比有不同的最优偏角。文中给出的最优偏角可供产品设计时参考。
4. 在具体产品设计时, 为发挥产品的承载能力, 有一个合理的尺寸比 λ 的选择, 如表2、3所示。

表 2

玻璃钢薄板压缩临界载荷与板尺寸
比的关系及最优偏角

$\bar{\sigma}_{cr}$	n_1/n_2	λ	m	方 向							最优偏角 及 $\bar{\sigma}_{cr}$
				0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	
比 临 界 载 荷	1:1	0.5	1	1.713	1.697	1.665	1.649	1.665	1.697	1.713	0.90° 1.713
		0.8	1	1.064	1.082	1.119	1.137	1.119	1.082	1.064	45° 1.137
		1.0	1	1.000	1.022	1.065	1.086	1.065	1.022	1.000	45° 1.086
		1.25	1	1.064	1.082	1.119	1.137	1.119	1.082	1.064	45° 1.137
		1.5	2	1.108	1.124	1.156	1.171	1.156	1.124	1.108	45° 1.171
		2.0	2	1.000	1.022	1.065	1.086	1.065	1.022	1.000	45° 1.086
	2.5	2	1.064	1.082	1.119	1.137	1.119	1.082	1.064	45° 1.137	
	4:1	0.5	1	2.580	2.507	2.280	2.001	1.759	1.604	1.552	0° 2.580
		0.8	1	1.426	1.430	1.418	1.348	1.215	1.078	1.019	18° 1.430
		1.0	1	1.227	1.251	1.286	1.262	1.156	1.025	0.966	33° 1.288
		1.25	1	1.186	1.221	1.283	1.288	1.200	1.077	1.019	38.5° 1.300
		1.5	1	1.263	1.317	1.376	1.394	1.318	1.202	1.147	40.5° 1.400
		2.0	2	1.227	1.251	1.286	1.262	1.156	1.025	0.966	33.5° 1.288
	7:1	0.5	1	2.925	2.810	2.508	2.128	1.785	1.557	1.479	0° 2.925
		0.8	1	1.550	1.552	1.529	1.428	1.247	1.063	0.985	14° 1.553
		1.0	1	1.298	1.327	1.367	1.330	1.186	1.014	0.936	32° 1.368
		1.25	1	1.217	1.262	1.342	1.345	1.226	1.062	0.985	38° 1.359
		1.5	1	1.265	1.318	1.418	1.442	1.338	1.179	1.104	40.5° 1.449
2.0		2	1.298	1.327	1.367	1.330	1.186	1.014	0.937	32.5° 1.368	

表 3

碳纤维复合材料薄板压缩临界载荷与板尺寸比的关系及最优偏角

方向	m_1/m_2	λ	m	方 向							最优偏角 及 $\bar{\alpha}_{cr}$	
				0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°		
与玻璃 钢方板比	1:1	0.5	1	10.997	10.858	10.581	10.442	10.581	10.858	10.997	0°, 90° 10.997	
		1.0	1	5.827	6.161	6.830	7.164	6.830	6.161	5.827	45° 7.164	
		1.5	2	6.609	6.872	7.397	7.660	7.397	6.872	6.609	45° 7.660	
		0.5	1	17.385	16.360	13.521	9.839	6.160	3.507	2.543	0° 17.385	
		0.8	1	7.497	7.647	7.662	6.750	4.763	2.626	1.700	22° 7.722	
		1.0	1	5.326	5.747	6.406	6.147	4.550	2.517	1.616	35° 6.468	
		1.25	1	4.074	4.667	5.737	5.895	4.550	2.611	1.700	39° 6.012	
	单向 E_1/E_2 =10	1.5	1	3.552	4.237	5.528	5.912	4.704	2.809	1.903	42° 5.964	
		2.0	1	3.472	4.248	5.754	6.360	5.290	3.444	2.544	43° 6.376	
		0.5	1	1.887	1.863	1.816	1.792	1.816	1.863	1.887	0°, 90° 1.887	
		1.0	1	1.000	1.057	1.172	1.230	1.172	1.057	1.000	45° 1.230	
		1.5	2	1.134	1.179	1.269	1.315	1.269	1.179	1.134	45° 1.315	
		单向 E_1/E_2 =10	0.5	1	2.984	2.808	2.320	1.688	1.057	0.602	0.436	0° 2.984
			0.8	1	1.287	1.312	1.315	1.158	0.817	0.451	0.292	22° 1.325
1.0	1		0.914	0.986	1.099	1.055	0.781	0.432	0.277	35° 1.110		
1.25	1		0.699	0.801	0.984	1.012	0.781	0.448	0.292	39° 1.032		
1.5	1		0.610	0.727	0.947	1.015	0.807	0.482	0.327	42° 1.023		
2.0	1		0.596	0.729	0.988	1.092	0.908	0.591	0.437	43° 1.094		

参 考 文 献

- [1] 洗杏娟, 李家驹, 复合材料壁板轴压稳定与剪切稳定实验研究, (第三届玻璃钢年会资料选编), (1980), 153~159.
- [2] Лехницкий С. Г., 《各向异性板》, 科学出版社 (1963).
- [3] 上海玻璃钢研究所, 《玻璃钢基本性能》, (1973).
- [4] Jones, R. M., *Mechanics of Composite Materials*, New York (1975).
- [5] 吕明身, 力学学报, 16 (3) (1984), 316~319.
- [6] Yoichi Hirano, Optimum design of laminated plates under axial compression, *Aiaa. J.*, 17(9) (1979), 1017~1019.

Buckling Test And Optimum Design of Fiber Reinforced Composites Plates Under Compression

Zhou Zhu-lin

(Shanghai FRP Research Institute, Shanghai)

Abstract

In this paper, the conclusion that the experimental results coincide with theoretical analysis is got through buckling test of 283 composite rectangular plates. It is confirmed that the critical loads of composite plates calculated by buckling theoretical formula of anisotropic plate are reliable. The selection of optimal content of matrix and optimal off-axis which make fiber reinforced composite plates reach biggest critical loads are also discussed in this paper. The result of the analysis may be used in the design of products.

Key words composites, compression, buckling, GFRP, matrix content