

# I型试件裂端三维应力结构分析之二

## ——应力结构分析

岳珠峰 郑长卿

(西北工业大学工程力学系)

(钱伟长推荐, 1991年6月25日收到)

### 摘 要

在文献[1]的基础上, 本文分别对试件纤维区和剪切唇的应力结构进行考察。纤维区的应力结构特点为: 可以进行变量 $z$ 分离; 对称面上的应力结构可由平面应变FEM解或HRR场解经应力三维度修正获得; 载荷水平及试样厚度对应力结构的影响, 可由厚度方向的CTOD得到反映, 所得到应力表达式大为简便与直观。对剪切唇的应力结构进行考察, 发现满足一定的精度可由插值法近似获得。

本文提出了一种平面应变近似程度系数, 并对此进行分析, 该系数可较好地反映试样厚度、型式及载荷水平。本文也对断裂参量进行了分析, 指出可对CTOD进行应力三维度修正获得。

**关键词** 应力结构 奇异性  $Z_{II}$ 区域 应力三维度 $R\sigma$  CTOD 剪切唇 插值法 平面应变程度近似系数

### 一、引 言

裂纹尖端的应力、应变结构的确定是断裂力学的一个主要任务。I型问题具有代表性和重要的工程应用价值, 是人们研究得较多的问题之一。1968年提出的HRR奇异性理论<sup>[2~3]</sup>是幂硬化材料在弹塑性状态下平面裂纹试件裂端应力、应变结构分析的一大成就, 随后对HRR主导区及 $J$ 积分进行广泛和深刻的研究, 并制定了相应的测试标准以供工程应用。大量数值分析和实验测定结果表明, 在平面应力条件下, 裂纹尖端的确存在一与试样形式无关的所谓“ $J$ 主导区”<sup>[4~5]</sup>, 所得 $J_{I0}$ 是与试样型式、裂纹深度无关的材料常数; 对于平面应变试样, HRR奇异性理论受到试样型式和裂纹深度的影响, 分析结果表明, 对于弯曲试样(如三点弯曲试样), 所得结果与奇异性理论较为吻合, 在裂纹尖端存在一定大小的“主导区”<sup>[6]</sup>, CT试样存在较大的差别, 中心裂纹拉伸试样差别更大, 基本上不存在“主导区”<sup>[4,7]</sup>, 也就是说, 在此条件下HRR奇异性理论受到很大的限制, 造成这一差别的原因一般归结为试样裂端约束不够并各不相同, 一些文献指出可对 $J$ 积分进行应力三维度修正而成为一新的材料断裂常数<sup>[7~9]</sup>。文献[4]在前人工作的基础上, 对五种不同的平面应变试样裂端应力结构进行了数值考察, 认为裂端应力结构也可以在HRR场解的基础上经应力三维度修正近

似获得。

平面应变与平面应力状态是真实试样的两个极端简化模型。尽管一些文献或者标准给出了这两个极端的试样厚度条件，但都是建立在经验的基础上的。对试样内部应力结构特征缺乏深刻的了解，且一些工程实际构件若用平面近似则相差很大。因此对三维特征的研究具有重要的意义。对于 I 型三维线弹性断裂问题，文献[10~12]进行了一系列研究，在一定的假设条件下，推导出了裂端应力、应变奇异场的数学表达式；但在弹塑性条件下，尚未见有这样的应力、应变表达式。文献[13~15]在数值分析的基础上对 I 型 CT 试样进行了初步的、可贵的探索。但由于两个基本假设中的一个的不适宜性，所得结果尚未能令人满意。文献[1]对不同厚度的 I 型 CT 试样进行了计算模拟，并结合对现有文献结果分析，指出，CT 试样裂纹尖端应力结构可以沿厚度方向将试样分成两部分分别加以研究：心部纤维区为高约束区称为“准平面应变结构”，该结构的约束程度受试样厚度的影响，也受试样形式的影响；外边缘的剪切唇是一仅与材料有关的特征区，在该区内约束显著变化；同时指出，侧表面存在厚度接近为 0 的平面变力状态层，这使得对应力结构的分析和计算工作大为简化。本文在此基础上，对应力结构的数值模拟分析结果进行考察，力图较清楚地揭示应力结构的特征。

## 二、应力分量奇异性分析

由计算结果可知，六个应力分量在裂尖大小及奇异性是不尽相同的。本文计算结果证实了文献[13]提出的一个基本假设即三个主应力  $\sigma_{xx}$ 、 $\sigma_{yy}$ 、 $\sigma_{zz}$  及剪应力  $\tau_{xy}$  在裂纹尖端有相同的量级 ( $\sigma_x$  在试样外边缘快速减为 0)，且沿厚度方向没有奇异性；在韧带方向的变化率也为同一量级，因此可以认为它们具有相同的奇异性；剪应力  $\tau_{yz}$ 、 $\tau_{zx}$  远比三个主应力小，一般要小 2~3 个数量级，且在韧带上没有奇异性，因此完全有理由将其当作 0 来处理，文献[14~15]引用了此假设。

## 三、 $Z_1$ 层应力结构分析

### 1. 变量分离

根据  $Z_1$  层的约束特征，应力结构可以沿厚度方向进行变量  $z$  分离。下面进行数值证明，若能分离变量  $z$  则有下列式存在：

$$\sigma_{ij}(r, \theta, z) = f(z) \bar{\sigma}_{ij}(x, y, 0) = f(z) \bar{\sigma}_{ij}(r, \theta, 0) \quad (3.1)$$

$\bar{\sigma}_{ij}(x, y, 0)$  是试样对称面上的应力分量。

为了证明方便，进行下列变换：

$$\frac{\sigma_{ij}(r, \theta, z)}{\sigma_{ij}(r, \theta, 0)} = f(z)_{ij} \quad (3.2)$$

即对于同一试件，在  $Z_1$  层内两个平行于对称面之面的相应  $(r, \theta)$  点处的应力之比应仅为  $z$  的函数，与位置  $(r, \theta)$  无关，本文对所有的高斯点面逐一分析，证实上式成立，此处给出其中的一部分：

表 1 16Mn材料 B=25mm(z=74.9%)

节 点	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(z)_{xx}$	1.0446	1.056	1.063	1.093	1.061	1.092	1.027	1.0877
$f(z)_{yy}$	1.022	1.029	1.058	1.046	1.052	1.068	1.01	1.033
$f(z)_{zz}$	1.0145	1.015	1.026	1.042	1.033	1.028	1.01	1.021

$f(z)$ 平均为1.043, 其中最大相差4.89%, 即都小于5%。

表 2 16Mn材料 B=14mm试件(z=74.30%)

节 点	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(z)_{xx}$	1.126	1.070	1.125	1.1	1.10	1.14	1.14	1.11
$f(z)_{yy}$	1.075	1.06	1.058	1.056	1.11	1.14	1.14	1.1
$f(z)_{zz}$	1.08	1.055	1.076	1.072	1.073	1.084	1.096	1.075

$f(z)$ 平均为1.093, 其中最大相差4.3%, 即都小于5%。

文献[14]中LD2材料制 I 型CT试样的数值分析结果也支持变量 $z$ 分离<sup>[4]</sup>。

## 2. 对称面上的应力分析

对计算结果进行考察可知中心对称面上的应力结构可由平面应变解(HRR场或具有相同平面尺寸的平面应变FEM解)经应力三维度修正获得, 即:

$$\bar{\sigma}_{ij}(r, \theta, 0) = F(R\sigma)\sigma_{ij}(r, \theta) \quad (3.3)$$

$\sigma_{ij}(r, \theta)$  为平面应变CT试件计算结果, 上式成立意味着, 对称面与平面应变 试样相同位置处的应力之差仅与点的位置有关( $R\sigma$ 为 $r, \theta$ 的函数), 而与应力分量的选取无关, 现对此公式进行了数值验证, 采用下列公式:

$$\frac{\sigma_{ij}(r, \theta) |_{\text{平面应变}}}{\sigma_{ij}(r, \theta, 0) |_{B=25\text{mm}}} = \Delta_{ij} \quad (3.4)$$

表 3 B=25mm

节点号	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Delta_{xx}$	0.7885	0.795	0.7914	0.833	0.8326	0.832	0.8399	0.827
$\Delta_{yy}$	0.84	0.829	0.825	0.83	0.8325	0.823	0.8377	0.824
$\Delta_{zz}$	0.783	0.819	0.733	0.725	0.828	0.8138	0.835	0.81
平均	0.803	0.814	0.7822	0.782	0.8322	0.823	0.837	0.82
最大偏差	4.5%	2.3%	6.3%	7.3%	0.75%	1.1%	0.3%	1.26%

表 4 B=14mm

节点号	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Delta_{xx}$	0.793	0.795	0.679	0.49	0.791	0.901	0.83	0.791
$\Delta_{yy}$	0.846	0.815	0.728	0.85	0.81	0.948	0.875	0.80
$\Delta_{zz}$	7.7906	0.775	0.736	0.7895	0.766	0.8278	0.7973	0.75
平均	0.8099	0.795	0.714	0.8143	0.789	0.8927	0.834	0.78
最大偏差	4.27%	2.5%	4.9%	4.2%	2.9%	7.221%	4.412%	3.89%

由表3、4对两种试样进行分析结果可知, 式(3.3)是成立的, 在对文献[7]提出的修正平面应变 $J$ 积分公式的基础上,  $F(R\sigma)$ 取为如下形式较好, 即:

$$F(R\sigma) = \left( \frac{R\sigma}{R\sigma'} \right)^{\frac{n}{2n+2}} \left( \frac{0.9+0.6R\sigma}{0.9+0.6R\sigma'} \right)^{\frac{1}{2n+2}} \quad (3.5)$$

$R\sigma$ ,  $R\sigma'$ 分别为 $Z_1$ 层与平面应变CT试件裂纹尖端应力三维度值。图给出了对称面上应力修正结果。

式(3.5)也适用于平面应变试样裂端应力结构修正<sup>[4]</sup>。因此可以说, 尽管对该式的形式尚有待于进一步的研究, 但初步的分析表明, 三维CT试样对称面处的应力结构及平面应变状态下的应力结构都可经应力三维度修正和平面应变HRR场解统一起来。

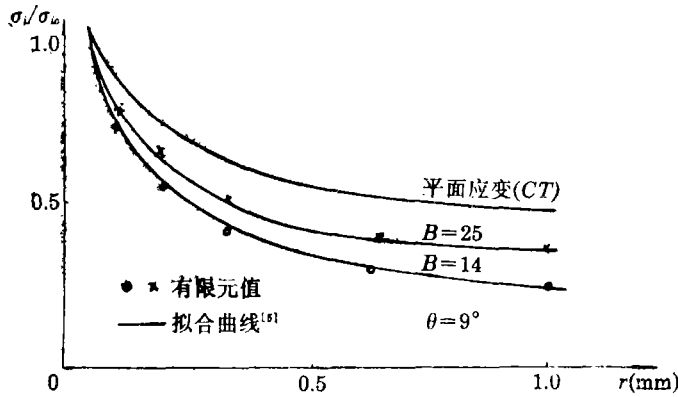


图1 对称面上应力修正

到此, 与真实应力相比仅差一幅值系数。由于三维裂纹尖端张开位移CTOD在三维试样中是一个很直观且几何和物理意义都较明确的量, 仍有希望作为幅值系数。首先对下列关系进行验证:

$$\left[ \begin{matrix} CTOD \\ CTOD_z \end{matrix} \right]^{1/m+1} \sim \left[ \begin{matrix} \sigma_{ij} \\ \sigma_{ijs} \end{matrix} \right]$$

s代表启裂状态。

代入计算结果可得曲线如图2。从图中可以看出基本上为线性关系。

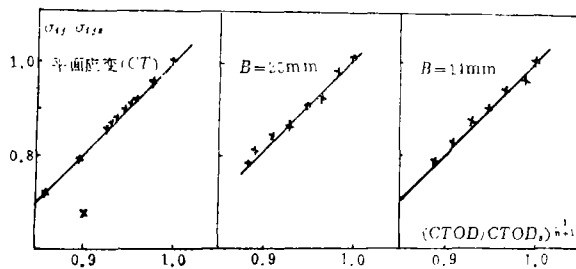


图2 对称面处CTOD与应力结构的关系

进一步, 用不同厚度及平面应变试件验证下列关系:

$$\frac{\{[CTOD]^{1/n+1} F(R\sigma)\}_i}{\{[CTOD]^{1/n+1}\}_{\text{平面应变HRR场}}} \sim \frac{\{\sigma_{ij}\}_i}{\{\sigma_{ij}\}_{\text{CT平面应变HRR场}}}$$

i代表三维试样。

作出相应曲线如图3。由图可知 $CTOD(z=0)$ 可用作对称面上应力的幅值系数的衡量。

综上所述对称面上的应力结构可以简单地写成下式

$$\sigma_{ij}(r, \theta, 0) = \alpha F(R\sigma) [CTOD]^{n+1} \sigma_{ij}(r, \theta) \quad (3.6)$$

当  $F(R\sigma) = 1$  时，上式即为平面应变HRR场解。

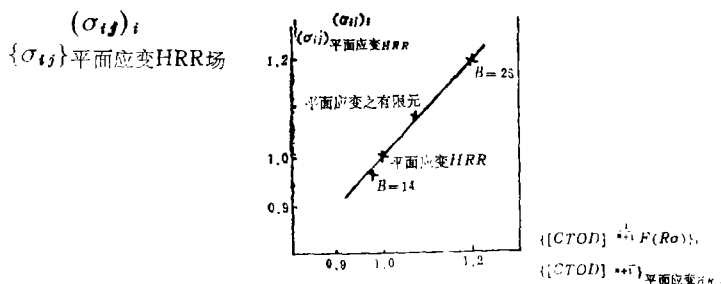


图3 CTOD作为应力幅值系数的评定

### 3. $Z_1$ 层应力沿厚度方向分布形状分析

应力沿厚度方向的分布形式表现在式(3.1)中的  $f(z)$ ，影响因素有三：1) 载荷水平的影响。2) 试件形式的影响，包括试件型式和厚度、裂纹深度等因素；3) 材料的影响，包括  $\sigma_z$  和硬化指数  $n$ ，下文讨论部分因素。

#### (1) 载荷水平的影响

载荷对  $Z_1$  层应力分布的影响是显然的。图4给出的是经规一化的  $\frac{\sigma_{zz}}{\sigma_{z=0}} \sim \frac{z}{B/2}$  曲线，由图可知，随着载荷的增大，曲线变得光滑， $g(z)$  对应的载荷为裂纹启裂时的临界值  $P_0$ ，经分析可知，任何载荷  $P$  时的曲线  $h(z)$  可在  $g(z)$  的基础上得到，对文献[13]中有关公式推广，有下式存在：

$$h(z) = g \left[ z \left( \frac{P_z}{P} \right)^{CM} \right] \quad (3.7)$$

系数  $CM$  是材料硬化指数  $n$ ，试样形式  $(B, W-a)$  的函数，部分拟合曲线列于图5，由图知式(3.7)可以比较好地描述载荷对应力分布的影响。

#### (2) 试样和材料的影响

试件的影响包括试件型式、厚度、韧带尺寸等因素。本文仅考虑厚度  $B$ ，从计算结果上看， $g(z)$  可用下式近似予以描述：

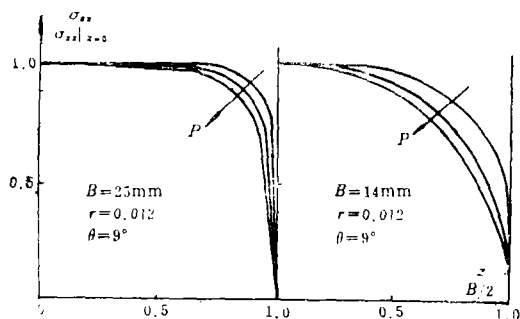
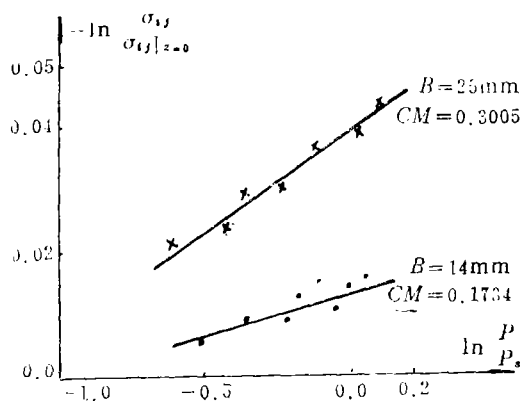


图4 规一化应力沿厚度方向分布情况



—拟合曲线，×·计算结果  
图5 载荷对厚度方向应力影响

$$g(z) = -Az^K + 1 \tag{3.8}$$

对计算结果拟合如下:

CT试件 材料 16Mn  $B=14\text{mm}$   $g(z) = -0.214z^{1.89} + 1$

CT试件 材料 16Mn  $B=25\text{mm}$   $g(z) = -0.064z^{1.45} + 1$

图6给出了拟合曲线。结果表明上式可较合理地描述厚度的影响。

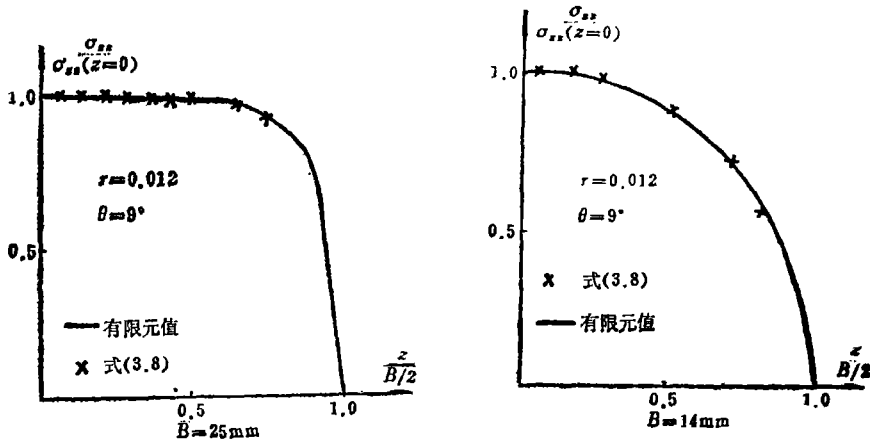


图6 试样厚度对应力结构沿厚度方向影响 (16Mn)

综合以上研究可以得到 $Z_1$ 层沿厚度方向应力结构的无量纲系数 $f(z)$ 的形式为:

$$f(z) = -A \left( z \left( \frac{P_z}{P} cM \right)^K \right) + 1 \tag{3.9}$$

#### 4. CTOD三维分布特点

CTOD在厚度方向的分布是不均匀的,其不均匀程度受试件本身因素(几何构形、材料特征)的影响,同时也受到外界因素(如载荷)的影响,此处对CTOD沿厚度方向变化进行讨论,探讨其作为 $Z_1$ 层的应力幅值参量的可能性,如可以则下面两曲线在厚度方向应具有相同的分布,即:

$$f(z) \text{ vs } \left( \frac{CTOD(z)}{CTOD(z=0)} \right)^{\frac{1}{n+1}}$$

将 $n=5.5$ 代入上式,只要比较启裂状态即可,由图7可知,两者在 $Z_1$ 内是吻合的,误差主要由以下两个方面造成的:①CTOD的测量比较困难,精度也不高;②应力有抖动。其

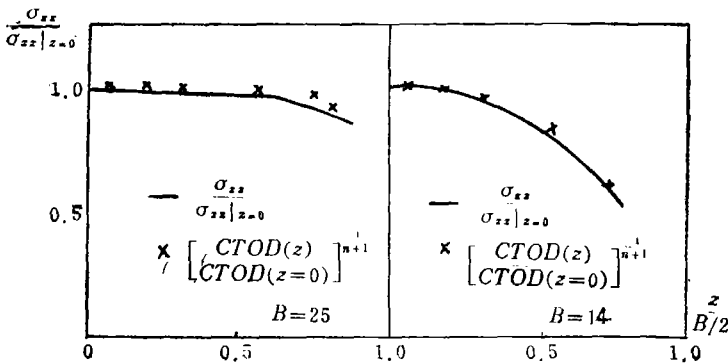


图7 CTOD作为厚度方向应力结构

拟合曲线本身就带有一定误差。

综上所述 $Z_1$ 层的应力结构式如下：

$$\sigma_{ij} = \alpha (CTOD)^{\frac{1}{n+1}} F(R\sigma) \overline{\sigma_{ij}}(r, \theta) \quad (3.10a)$$

当 $F(R\sigma) = 1$ 、三维问题退化为二维时，(3.10a)式即为平面应变HRR场解，对 $\sigma_{zz}$ 必须考虑到此时 $\gamma \neq 0, \epsilon$ ，则用下式表示：

$$\sigma_{zz} = 2\gamma\alpha (CTOD)^{\frac{1}{n+1}} F(R\sigma) \overline{\sigma_{zz}}(r, \theta) \quad (3.10b)$$

$\gamma$ 与 $R\sigma$ 之间存在着简单的对应关系。

#### 四、剪切唇应力结构分析

剪切唇作为一特征区，迄今对其已作了不少研究，文献[16~18]指出只要韧带尚未全面屈服，剪切唇厚度就只与材料本身性质有关，与试件型式及厚度无关，文献[1]指出在剪切唇内三轴约束性快速下降，即由试样心部高约束区下降到侧表面的平面应力状态，对此本文作如下假设：

1)  $z = B/2$ 即试样的外表面，为平面应力状态，此处所有的应力分量都可由HRR场获得；

2) 在 $z = B/2 - Z_2$ 即 $Z_2$ 和 $Z_1$ 层交界面，此处所有的应力分量可由 $Z_1$ 应力结构公式取得；

3) 剪切唇应力可由1与2两面采用不同的插值方法获得。

$\sigma_{zz}$ 可对 $z$ 进行线性插值获得，如下：

$$\sigma_{zz} = \frac{B-z}{Z_2} \sigma_{zz} \Big|_{z=B/2-Z_2} \quad (4.1)$$

考察如图8所示的插值结果可知，线性插值法有一定的精度，尽管文献[19]认为剪切唇即为平面应力是不十分适宜的，但在处理该应力分量时事实上也是用线性插值。

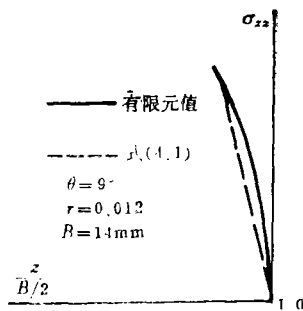


图8  $\sigma_{zz}$ 拟合情况

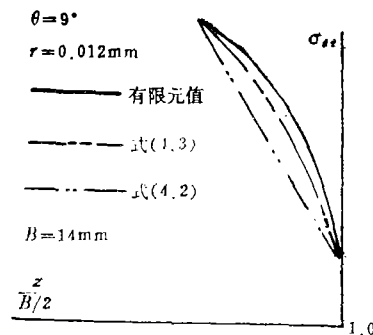


图9  $\sigma_{zz}$ 等插值结果 (局部放大)

$\sigma_{xx}$ 、 $\sigma_{yy}$ 及 $\sigma_{xy}$ 亦可线性插值，即下式成立：

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^I + \frac{B-z}{Z_2} (\sigma_{ij}^I - \sigma_{ij}^I) \quad (4.2)$$

也可用应力三维度来进行线性插值，即下式：

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^I + \frac{R\sigma - R\sigma_I}{R\sigma_I - R\sigma_I} (\sigma_{ij}^I - \sigma_{ij}^I) \quad (1.3)$$

式中的 I、II 分别为剪切唇两个端面，插值结果示于图9，由图可知用应力三维度作插值函数精度较高。

尽管采用插值可较准确地得到解，但对剪切唇的应力结构仍有待于进一步的研究。

### 五、平面近似分析

平面近似是工程实际中一个非常重要的问题，以上分析可知，进行平面简化的误差不仅与试样厚度有关，而且与外载及材料、试件型式有关。本文定义  $\eta$  为相对平面应变状态的参量：

$$\eta = \frac{\int_0^1 \sigma_{xx} dz}{\sigma_{xx}(\text{平面应变})} \quad (5.1)$$

$\eta=0$  对应为平面应力状态； $\eta=1$  对应为理想平面应变状态。 $\eta$  越接近 1，则越接近平面应变。

将有关公式代入上式，则：

$$\eta = \gamma \frac{F(R\sigma) \int_{z_1}^1 [CTOD(z)]^{n+1} dz + \frac{1}{2} Z_1 [CTOD(z=Z_1)]^{n+1}}{F(R\sigma^0) (CTOD(Z=0))^{n+1}} \quad (5.2)$$

$R\sigma^0$  为平面应变 HRR 场解或有限元计算结果。

因此，只要知道  $Z_1$  域内 CTOD 的分布和应力三维度值（在该区域内为常数）就可以根据上式推得平面应变程度系数，也可推得相对于 HRR 场的平面应变程度系数。

将计算结果代入，可得这两种试样起裂时的平面应变程度系数如下： $B=25\text{mm}$  的  $\eta=0.8395$ ，相对于 HRR 场  $\eta=0.7488$ ， $B=14\text{mm}$  的  $\eta=0.7619$ ，相对于 HRR 场  $\eta=0.6796$ 。

该公式也能准确地反映载荷的影响，从图10可以看出，随着载荷增加， $\eta$  下降；不同厚度的试件其反应性能不一样，薄试件较为敏感，下降幅度也大。

该公式也可退化作为评价平面应变试件约束程度，定义 HRR 场的平面应变程度系数为

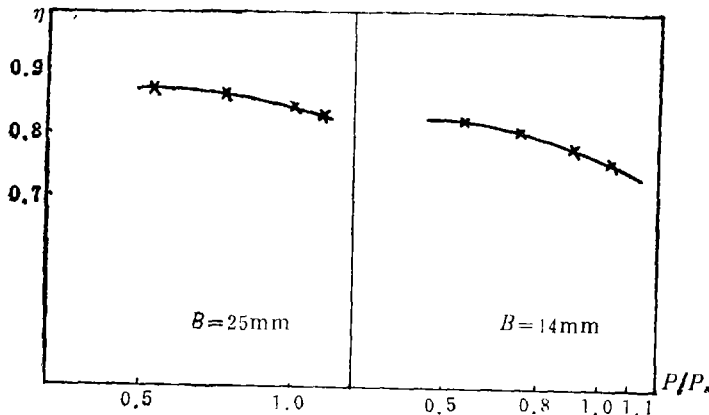


图10 载荷对η系数的影响



1. 则真实平面应变试样相对于HRR场的平面应变程度系数 $\eta$ 为:

$$\eta = \frac{F(R\sigma)}{F(R\sigma')} \quad (5.3)$$

利用文献[4]的结果可对平面应变试件进行分析,其结果列入表5,表明该参数不仅能反映不同的试样型式,也可反映裂纹深度效应,是一个有发展前途参量。

表 5

试 样	CT	CCP	CCP	TPB	TPB
$a/W$	0.46	0.53	0.46	0.53	0.46
$\eta$	0.892	0.773	0.7675	0.932	0.9165

## 六、结 论

本文对三维CT试件裂端应力结构沿厚度方向进行了分区考察,用数值方法证实了试件心部纤维区可近似用修正平面应变应力结构获得;满足一定的精度要求,剪切层的应力状态可由插值法获得,从而证实了可以根据裂端应力三轴性来研究应力结构的可行性、具体地说得到了下列结论:

1. 六个应力分量的奇异性各不相同,其中 $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ 和 $\tau_{xy}$ 具有相同的奇异性,而 $\tau_{xz}$ 与 $\tau_{yz}$ 比其它分量至少小2~3个数量级,也没有明显的奇异性,因此在讨论此类问题时,可不考虑这两个剪应力。

2. 在 $Z_1$ 区域内,应力结构可进行变量 $z$ 分离,这被16Mn材料两种厚度试件,LD2材料两种厚度试件和Ly12CZ材料制试件计算结果证实。

3. 在 $Z_1$ 层内,对称面上的应力能用一个统一的形式来描述,并且证实了对称处的CTOD可作为该面上应力的幅值系数。

4. 本文进一步证实了厚度方向的CTOD可以作为厚度方向应力的幅值系数,也能反映载荷和厚度效应,这样使应力结构更为明确和简便。

5.  $Z_1$ 层的应力结构与平面应变试件有所不同,其根本原因在于试件裂纹尖端的约束不同,同时,尽管它们与平面应变HRR场解也有所区别,但都可经应力三维度修正近似地统一起来。

6. 剪切层的应力可由插值法简单地获得:在满足一定的精度条件下,可直接进行线性插值。

7. 在对应力结构分析的基础上,提出了一平面应变近似程度系数和计算公式,利用该公式对不同厚度的试件及不同型式的平面应变试件进行分析,得到了合理的平面应变近似程度系数,这样就可以对实际试样进行分析,在工程实际中具有应用价值。

8. 研究裂端应力与应变结构的目的是寻找裂纹起裂控制参量,对于三维CT试样,启裂点位于中心对称面处,由(3.10)式可知,此时该控制参量只与CTOD和 $R\sigma$ 有关,即可对CTOD经应力三维度 $R\sigma$ 修正获得,这与一些文献的实验和分析结果相一致。

## 参 考 文 献

- [1] 岳珠峰等, I型裂纹试件裂端三维应力结构分析之一——裂端约束参数与断裂参数分析, 应用

- 数学和力学, 14(7)(1993), 625—634.
- [ 2 ] Hutchinson, J. W., Singular behaviour at the end of a Tensile crack in a hardening Material, *J. Mech. Phys. Solids*, 16(1968), 13—31.
- [ 3 ] Rice, J. R. and G. F. Rosengren, Plane Strain Deformation Near Crack Tip in a Power-law Hardening Material, *J. Mech. Phys. Solids*, 16(1968), 1—12.
- [ 4 ] 岳珠峰, 金属材料韧性断裂的计算模拟, 西北工业大学硕士论文, (1991).
- [ 5 ] J. Su, M. J. Tu, Plane stress elastic-plastic fracture criteria and constraint intensity in Crack Tip Regions, *Eng. Frac. Mech.*, 37(1990), 375—680.
- [ 6 ] Shih, C. F. and M. D. German, Requirements for a one-parameter characterization of crack tip fields by the HRR singularity, *Int. J. Frac.*, 27(1981), 57—43.
- [ 7 ] J. Su, Z. J. Deng, Z. H. Li, M. J. Tu, Sresss triaxiality in crack tip region of bend specimens with different crack-depth and fracture criterion at initiation, *Eng. Frac. Mech.*, 36(1990), 321—326.
- [ 8 ] 庄韬, 金属和合金在平面应变条件下的双参数弹塑性断裂判据, 力学学报, 17, (1987 增刊), 154—161.
- [ 9 ] Matsoukas G, B. Cotterell and Y.-W. Mar, The effect of shallow cracks on crack tip opening displacement, *Eng. Frac. Mech.*, 24(1986), 837—843.
- [ 10 ] Bapu Rao, M. N., Three-dimensional analysis of a finite thick plata with a through crack, *Int. J. Frac.*, 17(1981), 43—45.
- [ 11 ] M. N. Bapu Rao, Three-dimensional stress problem of a finite thick plata with a through crack under tension, *Proc. ICF6*, 2(1986), 963—969.
- [ 12 ] 靳志和、黄克智, 平板裂纹前缘三维效应区的弹性力学分析, 固体力学学报, 11(1990), 106—116.
- [ 13 ] 陈小明、杨南生、官忠信, 弹塑性状态下 I 型裂纹前缘应力应变奇异性分析, 应用数学与力学, 8(7)(1987), 611—616.
- [ 14 ] 陈晓明、官忠信, 三维变形状态下 I 型裂纹裂尖应力场结构有限元分析, 应用数学与力学, 9(6)(1988), 559—565.
- [ 15 ] 陈晓明, 弹塑性三维应力结构分析, 西北工业大学博士论文, (1988).
- [ 16 ] 陈箴, 金属断裂研究文集, 冶金出版社(1982).
- [ 17 ] Machida, K., M. Kikuchi, H. Miyamoto and, T. Hamada, The thickness effects of the CCT specimen, *transaction of Japan Society of Mechanical Engineers*, 480, (1987), A.
- [ 18 ] Machida, K., M. Kikuchi and H. Miyamoto, The Thickness Effects of the Side-grooved CCT Specimen, *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers*, (491)(1987), A.
- [ 19 ] 陈晓明, 杨南生, 官忠信, 弹塑性 I 型裂纹裂端三维应力结构分析, 固体力学学报, 11(1990), 191—200.

# The Analyses of the Three-Dimensional Stress Structure near the Crack Tip of Mode I CT Specimens in Elastic-Plastic State

## Part 2: The Analyses of the Stress Structure

Yue Z. F.    Zheng C. Q.

(*Department of Engineering Mechanics, Northwestern*

*Polytechnical University, Xi'an*)

### Abstract

Based on [ 1 ], the stress structures of the smooth region and shear lip of the specimens have been investigated in the paper. The characteristics of the stress structure in the smooth region have been found that: the variable  $z$  can be separated out, the stresses in the midsection can be obtained by the plane strain FEM results or HRR structure modified by the stress triaxiality. The effects of load level and thickness on the stress structure can be reflected by the distribution of CTOD along the thickness direction. The obtained expressions of the stresses are very simple and visualized. The analyses of the stress structure in the shear lip show that the stresses can be obtained by different methods of interpolation to a certain precise degree.

A new degree parameter of the plane strain state has been put forward and studied. The parameter can reflect relatively well the variation of the kind and thickness of the specimen as well as the load level. The fracture parameter has also been investigated to make sure that it can be obtained by modified CTOD with the stress triaxiality.

**Key words** stress structure, singularity,  $Z_1$  region, stress triaxiality  $R\sigma$ , CTOD, shear lip interpolative method, degree parameter of the plane strain state