

# 群体空泡噪声的数学模型\*

黄景泉

(西安 西北工业大学, 1991年12月27日收到)

## 摘 要

本文采用“空间点观点”的处理方法, 得出任意给定条件下, 群体空泡噪声的数学模型. 算例表明, 模型计算结果与实测值基本相符.

**关键词** 空化 空化噪声 数学模型

## 一、单个空泡溃灭阶段的噪声

空泡噪声主要发生在空泡的溃灭阶段. 文献[1]给出了单个空泡溃灭阶段的泡壁速度和噪声声压的表达式.

溃灭阶段的泡壁速度:

$$\dot{R} = \frac{dR}{dt} = \left\{ \frac{2}{3\rho} (p_\infty - p_v) \left[ \left( \frac{R_0}{R} \right)^3 - 1 \right] - \frac{2p_1}{3(1-\gamma)\rho} \left[ \left( \frac{R_0}{R} \right)^3 - \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \right] + \frac{2\sigma}{\rho R} \left[ \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (1.1)$$

径向距离 $r$ 处 $Q$ 点上的噪声声压幅值:

$$p(R, r) = \frac{\sigma}{r} \left[ \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 - 3 \right] + \frac{(p_\infty - p_v)}{r} \left\{ \frac{4R}{3} \left[ \left( \frac{R_0}{R} \right)^3 - 1 \right] - \frac{R_0^3}{R^2} \right\} - \frac{p_1}{(1-\gamma)r} \left\{ \frac{4R}{3} \left[ \left( \frac{R_0}{R} \right)^3 - \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \right] - \frac{R_0^3}{R^2} + \frac{\gamma R_0^{3\gamma}}{R^{(3\gamma-1)}} \right\} \quad (1.2)$$

其中,  $R$ —溃灭阶段的空泡半径;  $p_\infty$ —来流压力;  $p_v = p_v(T)$ —泡内蒸汽压力;  $\sigma = \sigma(T)$ —液体表面张力;  $\gamma$ —空气绝热系数;  $p_1$ —溃灭起始时刻泡内空气压力;  $R_0$ —溃灭起始时刻空泡半径;  $T$ —液体温度;  $\rho$ —液体密度;  $t$ —时间.

联立求解式(1.1)及(1.2), 得出单个空泡溃灭阶段的噪声声压幅值  $p(t, r)$ . 其形如图1所示.

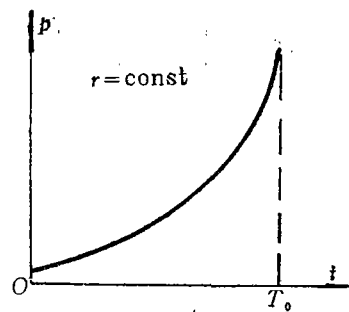


图1 单个空泡溃灭阶段噪声声压示意图

\* 钱伟长推荐.

## 二、群体空泡噪声的数学模型

在实际中,空泡总是以群体的形式出现在被绕流物体表面。对于任意确定的被绕流物体,空泡的溃灭时间 $0 \sim T_0$ ,对应于被绕物体上的一段距离 $0 \sim x_0$ (参见图2)。其中 $0$ 为空泡溃灭起始点位置, $x_0$ 为空泡溃灭终止点位置(对应于空泡在 $T_0$ 时间内随绕流所移动的距离)。

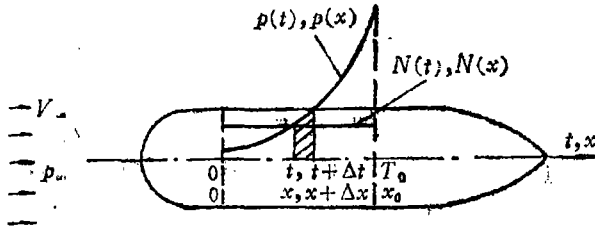


图2 空泡及其噪声声压分布示意图

通常情况下,被绕流物体的形状、来流速度及来流压力都是恒定的,因而可以认为流场是定常的。

设被绕流物体表面,每单位时间内所产生的空泡数目(即单位时间内进入溃灭区的空泡数目)用 $N$ 来表示。在定常条件下, $N$ 为常数,沿 $x$ 轴均匀分布,且 $p(x)$ 曲线稳定不变。这样,整个空泡群可以看做是在 $0 \sim x_0$ 中稳定均匀分布的空泡群。位于 $x$ 处 $\Delta x$ 内的空泡个数为 $N\Delta t = N/V \cdot \Delta x$ ( $V$ 为该点处的绕流速度),其中每个空泡在 $Q$ 点上所产生的溃灭噪声声压幅值即为该位置 $x$ 所对应的声压值 $p(x)$ 。

任一时刻, $Q$ 点处由群体空泡溃灭所产生的噪声声压幅值为一恒定值且应等于 $0 \sim x_0$ 区域内各个空泡溃灭噪声声压之和(如图3所示),即

$$P_a = \int_0^{x_0} N/V \cdot p(x) dx = \int_0^{T_0} N p(t) dt \quad (2.1)$$

点 $Q$ 处的噪声声压可以写为

$$P(t) = P_a \exp[i\omega_0 t] \quad (2.2)$$

其中, $\omega_0$ — $Q$ 点处噪声声压的中心角频率。

对 $P(t)$ 进行富氏变换,得出 $Q$ 点处空泡噪声的振幅频谱为

$$A(\omega) = \left| \frac{P_a}{(\omega - \omega_0)} \right| \quad (2.3)$$

如图4所示。

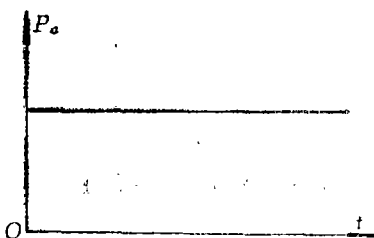


图3 群体空泡溃灭噪声声压幅值

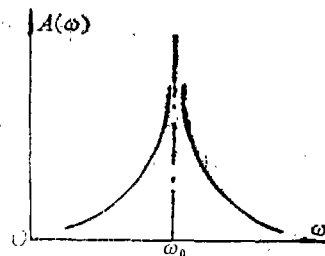


图4 空泡噪声振幅频谱图

### 三、模型参数的讨论

在上述群体空泡噪声模型中，需要确定单个空泡溃灭噪声声压幅值 $p(t)$ 及三个参数 $N$ ， $T_0$ 及 $\omega_0$ 。现分别讨论如下：

1. 由式(1.2)可见， $p(t)$ 函数依赖于参数 $R_0$ ， $p_\infty$ 及 $T$ 。

$R_0$ —溃灭起始时刻的空泡半径。在确定的压力场下， $R_0$ 的数值取决于自由气核的半径。在自然水中，自由气核的半径是各不相同的。因而，从原则上讲，各个空泡的溃灭起始半径 $R_0$ ，从而其声压幅值 $p(t)$ 也是不尽相同的。但实际计算表明，不同尺度自由气核所产生的空泡溃灭噪声只在溃灭的起始阶段有所差别。溃灭噪声主要来自空泡溃灭的晚期。可以足够准确地认为，在空泡群体中，各个空泡均具有相同的溃灭噪声声压幅值 $p(t)$ 。

$p_\infty$ —来流压力。 $p_\infty$ 与单个空泡的溃灭速度（从而其溃灭噪声声压）呈正变关系<sup>[2]</sup>。 $p_\infty$ 通过空化数又与 $N$ 呈反变关系。其具体数值可由实际测定得出。

$T$ —液体温度。它通过液体表面张力 $\sigma$ 和蒸汽压力 $p_v$ 影响噪声声压。在温度变化不大的情况下，可以略去它的影响。

2. 在数值上，单位时间被绕流物体所产生的空泡数目 $N$ 等于单位时间内进入空化区的有效自由气核数。它取决于液体的气核密度函数 $N(R)$ <sup>[3]</sup>，绕流速度 $V$ 及空化区的迎流截面积。可以通过实际测量求得。

3. 通常认为，空泡溃灭的最小半径约为其初始半径 $R_0$ 的2~10%。依此，可由式(1.1)求得 $T_0$ 的具体数值。

4. 群体空泡溃灭噪声中心角频率 $\omega_0$ 的数值，目前尚无法在理论上予以确定。只能在总结大量实测数据的基础上进行估计。

### 四、算 例

图5给出在西北工业大学水洞中测得的某迴转体空化噪声频谱曲线<sup>[4]</sup>。可以看出，其中

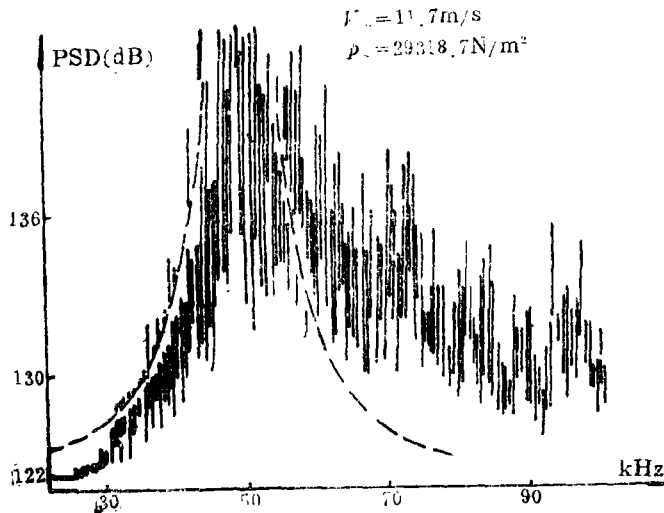


图 5 某迴转体空化噪声频谱

心角频率 $\omega_0=50\text{kHz}$ 。

根据该迴转体试验的流场实测数据,应用本文所述模型进行计算,其结果用虚线表示于图5之上。可以看出,与实测曲线相较,二者是基本相符的。

由于流场的脉动,空泡尺度、空泡运动轨迹等的随机性,实际上空化噪声具有随机性。上述模型只能认为是针对均值而言的。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] 黄景泉,空泡起始和溃灭阶段的噪声,应用数学和力学,11(8)(1990),725—729.
- [ 2 ] 黄景泉,空泡溃灭时的流场,应用数学和力学,10(3)(1989),247—251.
- [ 3 ] 潘森森,气核尺度分布谱,水动力学研究与进展,2(2)(1987),57—65.
- [ 4 ] 黄景泉等,空化噪声的实验研究,水动力学研究与进展,3(4)(1988),8—15.

## The Mathematical Model of Bubble Group Noise

Huang Jing-chuan

(Northwestern Polytechnical University, Xi'an)

### Abstract

In this paper the mathematical model of bubble group noise are introduced under the arbitrary conditions by using the method of Euler. The calculation indicates that the simulation results consist with the measured value.

**Key words** cavitation, cavitation noise, mathematical model