

一种考虑孔洞形状变化的损伤细观模型及其在孔洞闭合过程中的应用

朱 明 金泉林

(中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放实验室)

(薛大为推荐, 1991年7月29日收到)

摘 要

本文在一种特殊的坐标系下, 建立了非线性的基体材料, 有限大的椭球体中含椭球形孔洞的损伤细观模型, 考虑了孔洞形状的影响, 得出的粘性约束方程 (或称屈服面方程) 除应力 Σ_{ij} , 孔隙度 f , 幂硬化指数 m 外, 还与孔洞的形状有关, 通过曲线拟合的方法, 对 Gurson 方程进行了修正, 使之适合于非线性的基体材料、变形状孔洞的情形, 最后将此模型用于分析非线性材料内部孔洞的闭合过程。

关键词 非线性材料 椭球孔洞 孔洞形状 孔洞闭合

一、引 言

自从 Gurson^[1] 提出的有限大基体中含孔洞的细观模型以来, 细观力学有了很大的发展。Gurson 模型理论上的完备性和实用性使得其倍受人们的重视。Yamamoto^[2] 把 Gurson 方程用于局部剪切带的分析之中。Aravas^[3] 应用 Gurson 本构模型来分析挤压过程中由于孔洞的生长而导致中心破裂的问题。另一方面, 人们也纷纷从不同的角度对 Gurson 模型进行修正使其更好地符合实际情况, Tvergaard^[4] 通过有限元的详细计算, 考虑了孔洞间的相互作用, Yamamoto^[2] 通过引入基体平均流变应力间接地考虑了基体材料应变硬化的影响; 王自强^[5] 则直接考虑了基体材料应变硬化的影响, 建立起了含孔洞的非线性材料的宏观塑性本构势。

在实际工业生产中, 许多零部件的制造过程如大型钢锭的锻造, 粉末冶金件的压制成形等都是为了要消除或压实材料内部的各种孔洞。因此研究材料内部孔洞的闭合机理具有较强的工程应用前景。作者曾在文[6]中采用 Gurson 模型分析了理想刚塑性基体材料内部孔洞的闭合过程, 发现要使孔洞完全闭合, 需使静水压或等效应变为无穷大, 显然这是和实际情况不符的。产生这一结果主要是由于模型考虑的是没有形状变化的球形孔洞所致。在细观损伤力学中, 人们关心的主要是孔洞的形核, 长大以及最后发展成宏观裂纹等问题, 因而 Gurson 模型以及后来的修正模型都未计及孔洞形状的改变。然而在孔洞的闭合过程中, 特

别是在临近完全闭合的过程中, 孔洞的形状却起着非常重要的作用。

本文将建立非线性基体材料, 有限大体中含椭圆形孔洞的损伤微观模型, 考虑孔洞的形状改变, 并以此为基础分析非线性材料内部孔洞的闭合过程。

二、考虑孔洞形状变化的损伤微观模型

所建模型为有限大体的椭球体中含椭圆形孔洞(如图 1 所示)。为考虑孔洞形状的变化, 将此模型建立在所谓的椭球—双曲旋转面坐标系下(如图示)。

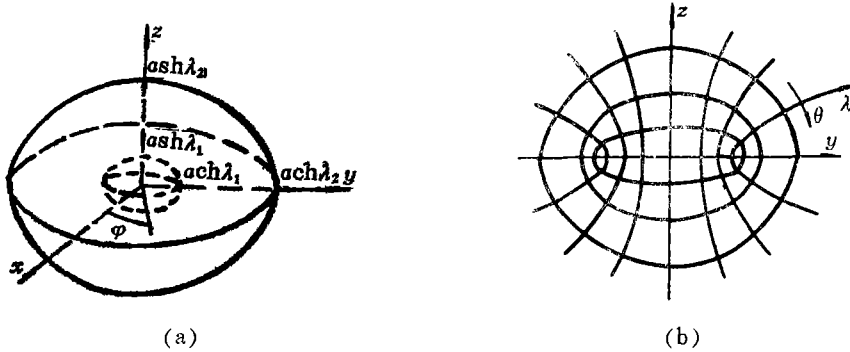


图1 损伤微观模型及椭球—双曲旋转面坐标系

椭球—双曲旋转面坐标系定义如下:

$$\begin{aligned} x &= a \operatorname{ch} \lambda \sin \theta \cos \varphi, \quad y = a \operatorname{ch} \lambda \sin \theta \sin \varphi, \quad z = a \operatorname{sh} \lambda \cos \theta \\ \lambda: [0, \infty), \quad \theta: [0, \pi], \quad \varphi: [0, 2\pi] \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\text{椭球方程: } \frac{x^2}{a^2 \operatorname{ch}^2 \lambda} + \frac{y^2}{a^2 \operatorname{ch}^2 \lambda} + \frac{z^2}{a^2 \operatorname{sh}^2 \lambda} = 1$$

此坐标系为正交坐标系。由图可以看出, 椭圆形的孔洞随着 λ 的减小, 形状越来越扁, 当 $\lambda=0$ 时, 孔洞则变成 $x-y$ 平面上的一个圆。孔洞的这种演化过程比较接近实际的孔洞闭合过程。

在此边值问题中, 需满足的边界条件为:

$$v_i|_S = \dot{E}_{ij} x_j \quad (2.2)$$

式中, v_i 为微观速度场, S 为模型外表面, x_j 为笛卡尔坐标, \dot{E}_{ij} 为宏观应变率。

讨论轴对称宏观应变率场, 即 $\dot{E}_{11} = \dot{E}_{22}$, $\dot{E}_{ij} = 0 (i \neq j)$, 经坐标变换, (2.2) 式的边界条件变为:

$$\left. \begin{aligned} v_\lambda &= \frac{a \operatorname{sh} \lambda_2 \operatorname{ch} \lambda_2}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 \lambda_2 - \sin^2 \theta}} (\dot{E}_{11} \sin^2 \theta + \dot{E}_{33} \cos^2 \theta) \\ v_\theta &= \frac{a \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 \lambda_2 - \sin^2 \theta}} (\dot{E}_{11} \operatorname{ch}^2 \lambda_2 - \dot{E}_{33} \operatorname{sh}^2 \lambda_2) \\ v_\varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

设基体为均匀的, 不可压缩的非线性材料, 在满足不可压缩条件及边界条件 (2.3) 的情形下, 可求得一组运动可能的微观速度场:

$$\left. \begin{aligned}
 v_\lambda &= \frac{a(2\dot{E}_{11} + \dot{E}_{33})}{3\text{ch}\lambda\sqrt{\text{ch}^2\lambda - \sin^2\theta}} (\text{sh}^3\lambda_2 + 3\text{sh}\lambda_2\text{cos}^2\theta) \\
 &\quad + \frac{a(\sin^2\theta - \text{cos}^2\theta)\text{sh}\lambda}{\text{ch}\lambda\sqrt{\text{ch}^2\lambda - \sin^2\theta}} \left[\dot{E}_{11} + \frac{1}{3}\text{sh}^2\lambda(\dot{E}_{11} - \dot{E}_{33}) \right] \\
 v_\theta &= \frac{a\sin\theta\text{cos}\theta}{\sqrt{\text{ch}^2\lambda - \sin^2\theta}} (\dot{E}_{11}\text{ch}^2\lambda - \dot{E}_{33}\text{sh}^2\lambda) \\
 v_\varphi &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

由此可求得微观应变率场:

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\epsilon}_\lambda &= \{(\sin^2\theta - 2\text{cos}^2\theta)[\dot{E}_{11} + \text{sh}^2\lambda(\text{ch}^2\lambda - (1/3)\text{sh}^2\lambda) \cdot 1.5\dot{E}_e] \\
 &\quad - \dot{E}_{11}\text{sh}\lambda_2\text{sh}\lambda((1/3)\text{sh}^2\lambda_2 + \text{cos}^2\theta)\}/\text{ch}^2\lambda(\text{ch}^2\lambda - \sin^2\theta) \\
 &\quad - \{\dot{E}_{11}\text{sh}\lambda_2\text{sh}\lambda((1/3)\text{sh}^2\lambda_2 + \text{cos}^2\theta) + (\dot{E}_{11} + 0.5\dot{E}_e\text{sh}^2\lambda)\text{sh}^2\lambda \\
 &\quad \cdot (\sin^2\theta - 2\text{cos}^2\theta) + \sin^2\theta\text{cos}^2\theta(\dot{E}_{11} + 1.5\dot{E}_e\text{sh}^2\lambda)\}/(\text{ch}^2\lambda \\
 &\quad - \sin^2\theta)^2 \\
 \dot{\epsilon}_\theta &= \{(\dot{E}_{11} + 1.5\dot{E}_e\text{sh}^2\lambda)(\text{ch}^2\lambda\text{cos}^2\theta - \text{ch}^2\lambda\sin^2\theta + \sin^4\theta) \\
 &\quad + (\dot{E}_{11} + 0.5\dot{E}_e\text{sh}^2\lambda) \cdot \text{sh}^2\lambda \cdot (\sin^2\theta - 2\text{cos}^2\theta) \\
 &\quad + \dot{E}_{11}((1/3)\text{sh}^2\lambda_2 + \text{cos}^2\theta)\text{sh}\lambda_2\text{sh}\lambda\}/(\text{ch}^2\lambda - \sin^2\theta)^2 \\
 \dot{\epsilon}_\varphi &= \{\dot{E}_{11}((1/3)\text{sh}^2\lambda_2 + \text{cos}^2\theta)\text{sh}\lambda_2\text{sh}\lambda + (\dot{E}_{11} + 0.5\dot{E}_e\text{sh}^2\lambda) \\
 &\quad \cdot \text{sh}^2\lambda(\sin^2\theta - 2\text{cos}^2\theta)\}/\text{ch}^2\lambda(\text{ch}^2\lambda - \sin^2\theta) \\
 &\quad + \text{cos}^2\theta(\dot{E}_{11} + 1.5\dot{E}_e\text{sh}^2\lambda)/(\text{ch}^2\lambda - \sin^2\theta) \\
 \dot{\gamma}_{\lambda\theta} &= \{2\dot{E}_{11}\sin\theta\text{cos}\theta\text{sh}\lambda_2(\text{cos}^2\theta + (1/3)\text{sh}^2\lambda_2) + 2(\dot{E}_{11} + 0.5\dot{E}_e\text{sh}^2\lambda) \\
 &\quad \cdot \sin\theta\text{cos}\theta(\sin^2\theta - 2\text{cos}^2\theta)\text{sh}\lambda\}/\text{ch}\lambda(\text{ch}^2\lambda - \sin^2\theta)^2 \\
 &\quad + \{6(\dot{E}_{11} + 0.5\dot{E}_e\text{sh}^2\lambda)\sin\theta\text{cos}\theta\text{sh}\lambda - 2\dot{E}_{11}\text{sh}\lambda_2\sin\theta\text{cos}\theta\} \\
 &\quad / \text{ch}\lambda(\text{ch}^2\lambda - \sin^2\theta) - 2(\dot{E}_{11} + 1.5\dot{E}_e\text{sh}^2\lambda)\sin\theta \\
 &\quad \cdot \text{cos}\theta\text{sh}\lambda\text{ch}\lambda/(\text{ch}^2\lambda - \sin^2\theta)^2 + 0.5\dot{E}_e\sin\theta\text{cos}\theta \\
 &\quad \cdot \text{sh}\lambda\text{ch}\lambda/(\text{ch}^2\lambda - \sin^2\theta)
 \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

式中, $\dot{E}_{11} = 2\dot{E}_{11} + \dot{E}_{33}$, $\dot{E}_e = 2(\dot{E}_{11} - \dot{E}_{33})/3$

等效应变速率 $\dot{\epsilon}_e$ 为:

$$\begin{aligned}
 \dot{\epsilon}_e^2 &= 2[(\dot{\epsilon}_\lambda - \dot{\epsilon}_\theta)^2 + (\dot{\epsilon}_\theta - \dot{\epsilon}_\varphi)^2 + (\dot{\epsilon}_\varphi - \dot{\epsilon}_\lambda)^2 + 1.5\dot{\gamma}_{\lambda\theta}^2]/9 \\
 &= A\dot{E}_{11}^2 + B\dot{E}_{11}\dot{E}_e + C\dot{E}_e^2
 \end{aligned} \quad (2.6)$$

式中, A, B, C 均为 λ, θ 的函数.

对于均匀的、不可压缩的非线性粘性材料, 给出:

$$\sigma_e/\sigma_0 = (\dot{\epsilon}_e/\dot{\epsilon}_0)^m \quad (2.7a)$$

或写成:

$$\sigma_e = K\dot{\epsilon}_e^m, \quad K = \sigma_0/\dot{\epsilon}_0^m \quad (2.7b)$$

式中, 微观等效应力 $\sigma_e = (1.5s_{ij}s_{ij})^{1/2}$, s_{ij} 为微观应力偏量; $\dot{\epsilon}_e = ((2/3)\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij})^{1/2}$ 为微观等效应变率, $\dot{\epsilon}_{ij}$ 为微观应变率偏量; m 是幂硬化指数; $\sigma_0, \dot{\epsilon}_0$ 为材料常数.

定义细观塑性势:

$$w_0 = \int_0^{\dot{\epsilon}_{ij}} \sigma_{ij} d\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{K}{m+1} \dot{\epsilon}_e^{m+1} \quad (2.8)$$

宏观塑性势

$$W = \frac{1}{V} \int_{V_m} w_0 dV = \frac{K}{V(m+1)} \int_{V_m} \dot{\epsilon}_e^{m+1} dV \quad (2.9)$$

式中, V 为型模总体积, V_m 为基体体积.

宏观应力 Σ_{ij} 可表为:

$$\Sigma_{ij} = \partial W / \partial \dot{E}_{ij} \quad (2.10)$$

由(2.6)式有

$$\begin{aligned} W &= \frac{K}{(m+1)} \frac{1}{V} \int_{V_m} (A\dot{E}_i^2 + B\dot{E}_{ii}\dot{E}_e + C\dot{E}_e^2)^{\frac{m+1}{2}} dV \\ &= \frac{K\dot{E}_e^{m+1}}{(m+1)} \cdot \frac{1}{V} \int_{V_m} (A\omega^2 + B\omega + C)^{\frac{m+1}{2}} dV \\ &= \frac{K\dot{E}_e^{m+1}}{(m+1)} \cdot W^* \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} W^* &= \frac{1}{V} \int_{V_m} (A\omega^2 + B\omega + C)^{\frac{m+1}{2}} dV \\ &= \frac{3}{2\text{ch}^2\lambda_2 \text{sh}\lambda_2} \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (A\omega^2 + B\omega + C)^{\frac{m+1}{2}} \\ &\quad \cdot \text{ch}\lambda \cdot (\text{sh}^2\lambda + \cos^2\theta) d\lambda \end{aligned} \quad (2.12)$$

式中, $\omega = \dot{E}_{ii} / \dot{E}_e$.

由(2.10)式有

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_m &= \frac{\partial W}{\partial \dot{E}_{ii}} = \frac{K\dot{E}_e^{m+1}}{m+1} \cdot \frac{\partial W^*}{\partial \dot{E}_{ii}} = \frac{K\dot{E}_e^m}{m+1} \cdot \frac{\partial W^*}{\partial \omega} \\ \Sigma_e &= \frac{\partial W}{\partial \dot{E}_e} = \frac{K\dot{E}_e^{m+1}}{m+1} \cdot \frac{\partial W^*}{\partial \dot{E}_e} + K\dot{E}_e^m W^* \\ &= \frac{K\dot{E}_e^m}{m+1} \left[(m+1)W^* - \omega \frac{\partial W^*}{\partial \omega} \right] \\ &= K\dot{E}_e^m W^* - \omega \Sigma_m \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

定义基体平均流变应力 $\bar{\sigma}_e$ 为:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_e \cdot \dot{\epsilon}_e &= \frac{1}{V_m} \int_{V_m} \sigma_e \dot{\epsilon}_e dV = \frac{K}{V_m} \int_{V_m} \dot{\epsilon}_e^{m+1} dV \\ &= \frac{m+1}{1-f} W = \frac{K\dot{E}_e^{m+1}}{1-f} W^* \end{aligned} \quad (2.14)$$

式中, 孔隙度 $f = (V - V_m) / V$, 考虑到 $\dot{\epsilon}_e = (\bar{\sigma}_e / K)^{\frac{1}{m}}$ 得

$$\bar{\sigma}_e = K\dot{E}_e^m (W^* / (1-f))^{m+1} \quad (2.15)$$

由此可得:

$$\left. \begin{aligned} T_m &= \frac{\Sigma_m}{\bar{\sigma}_e} = \frac{1}{m+1} \frac{\partial W^*}{\partial \omega} / \left(\frac{W^*}{1-f} \right)^{\frac{m}{m+1}} \\ T_e &= \Sigma_e / \bar{\sigma}_e = \left[(1-f)^m W^* \right]^{m+1} - \omega T_m \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

上式主要受材料常数、孔洞的大小及形状控制。椭球孔洞长轴 $a_1 = a \operatorname{ch} \lambda_1$ ，短轴 $b_1 = a \operatorname{sh} \lambda_1$ ，定义孔洞形状系数 $\alpha = b_1/a_1 = \operatorname{sh} \lambda_1 / \operatorname{ch} \lambda_1 = \operatorname{th} \lambda_1$ ，孔隙度 $f = V_v/V = \operatorname{ch}^2 \lambda_1 \operatorname{sh} \lambda_1 / \operatorname{ch}^2 \lambda_2 \operatorname{sh} \lambda_2$ 。若已知 α, f 则可定出 λ_1, λ_2 。

从方程(2.16)中消去 ω ，便可得 T_m 与 T_e 的约束方程：

$$\phi(T_m, T_e, \alpha, f, m) = 0 \tag{2.17}$$

方程(2.17)的数值计算结果如图2所示。对于基体遵循全量理论的塑性材料，这些相关曲线称之为屈服面方程；对粘性体而言，则称为粘性约束方程。该方程除了孔隙度 f ，材料硬化指数 m 外，还与孔洞形状系数 α 有关。图3所示为相关曲线在 T_m 坐标轴上的交点 T_m^* 与孔洞形状系数 α 的关系曲线。由此可以看出，当孔洞形状系数较小时 ($\alpha < 0.5$)，它对约束方程起着较大影响，当孔洞形状系数较大时 ($\alpha > 0.5$) 则对约束方程的影响不大。

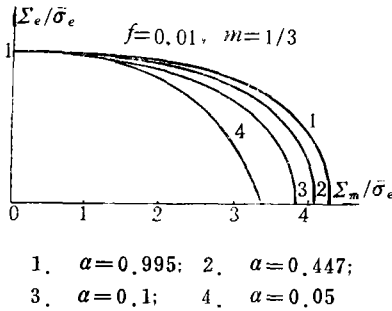


图2 T_m 与 T_e 的相关曲线

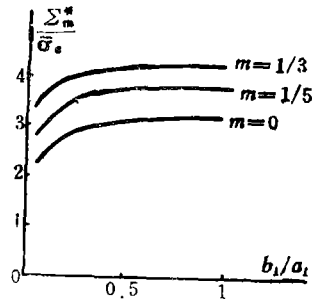


图3 孔洞形状对相关曲线的影响

对于理想刚塑性基体材料的球形孔洞 $m=0, \alpha=1$ ，不难得到 (2.17) 式即为著名的 Gurson 方程。

对于方程(2.17)，有：

$$\left. \begin{aligned} m=0, \alpha=1, \phi &= T_e^2 + 2f \operatorname{ch}(3T_m/2) - (1+f^2) \\ \alpha=0, \phi &= T_e^2 - 1 \end{aligned} \right\} \tag{2.18}$$

对于一般的情况，根据数值计算的结果，用以下形式的方程来拟合：

$$\phi = T_e^2 + 2f q_1 r_1 \operatorname{ch}(3q_2 T_m/2) - (1+f^2) = 0 \tag{2.19}$$

其中，

$$q_1 = e^{2.5m}, q_2 = e^{-1.58m}, r_1 = 1 + \operatorname{csch}(15\alpha) \tag{2.20}$$

$\operatorname{csch}(15\alpha)$ 为双曲余割函数。

上式能较好地适合 $m < 0.5$ 及小 f 的情形。

三、孔洞的闭合过程

材料内部孔洞在闭合过程中，除孔洞大小变化外，还伴随着孔洞形状的改变。当孔洞完全闭合时，孔隙度 $f=0$ 及孔洞形状系数 $\alpha=0$ 。

由孔隙度的定义，可以导出

$$f = (1-f) \dot{E}_{ii} \tag{3.1}$$

设初始孔隙度为 f_0 ，积分上式得：

$$\ln[(1-f_0)/(1-f)] = \int_0^f \dot{E}_{ii} dt = E_{ii} \quad (3.2)$$

当 $f=0$ 时, 则可得孔洞完全闭合的宏观应变条件:

$$\ln(1-f_0) = E_{ii} \quad (3.3)$$

椭圆孔洞长轴 a_1 , 短轴 b_1 , 外边界椭球体长轴 a_2 , 短轴 b_2 , 有:

$$\left. \begin{aligned} v_\lambda|_{\lambda=\lambda_1, \theta=\pi/2} &= \dot{a}_1, & v_\lambda|_{\lambda=\lambda_2, \theta=\pi/2} &= \dot{a}_2 \\ v_\lambda|_{\lambda=\lambda_1, \theta=0} &= \dot{b}_1, & v_\lambda|_{\lambda=\lambda_2, \theta=0} &= \dot{b}_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

由(2.4)式可得:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\dot{a}_1}{a_1} &= \frac{1}{3} \dot{E}_{ii} \left(\frac{\text{th}^2 \lambda_2}{f} + 1 - \text{th}^2 \lambda_1 \right) + \frac{1}{2} \dot{E}_e \\ \frac{\dot{a}_2}{a_2} &= \dot{E}_{ii}/3 + \dot{E}_e/2 \\ \frac{\dot{b}_1}{b_1} &= \frac{\dot{E}_{ii}}{3f} \left(1 + \frac{2}{\text{ch}^2 \lambda_2} \right) - 2 \left[\frac{\dot{E}_{ii}}{3 \text{ch}^2 \lambda_1} - \frac{1}{2} \frac{\dot{E}_e (1 - \text{sh}^2 \lambda_1)}{\text{ch}^2 \lambda_1} \right] \\ \frac{\dot{b}_2}{b_2} &= \dot{E}_{ii}/3 - \dot{E}_e \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

上式反映了孔洞闭合过程中, 其形状变化的演化过程. 当和式(2.16)联立时, 便可求得孔洞闭合过程中宏观应力的变化情况. 当 $b_1=0$ 时, 孔洞完全闭合, 此时的应力应变状态是人们所特别关心的.

给定应变速率 \dot{E}_{11} , \dot{E}_{33} (或 \dot{E}_{ii} , \dot{E}_e), 初始孔隙度 f_0 及孔洞初始尺寸 a_{10} , b_{10} , 则由式(2.16)、(3.5)可算得洞孔闭合过程中各加数的变化情况. 数值计算结果如图4~8所示.

图4给出了孔洞在闭合过程中, 孔洞形状系数 α 随孔隙度 f 变化的关系曲线. 可以看出, 孔洞在闭合过程中, 其形状越来越扁.

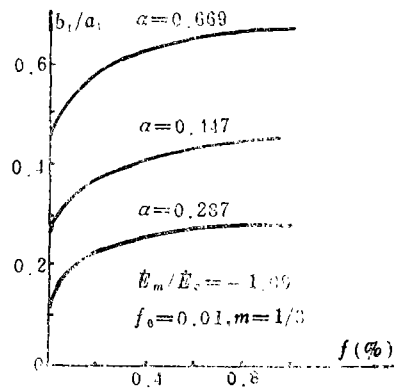
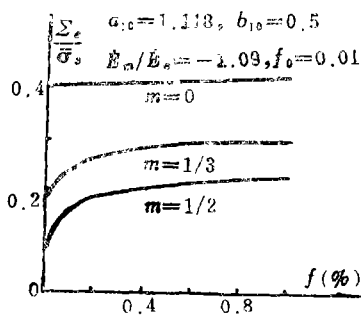
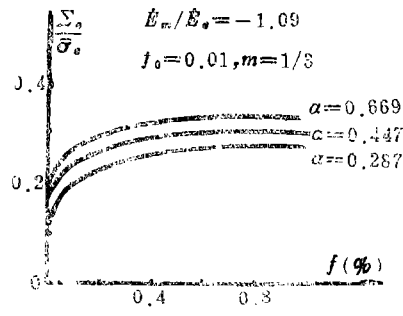


图4 α 与 f 的关系曲线



(a)



(b)

图5 T_e 与 f 的关系曲线

图5、6分别给出了孔洞闭合过程中, 针对不同的幂硬化指数 m 以及不同的形状系数 α , T_e , T_m 与 f 的关系曲线. 由图可知, 随着孔隙度 f 的减小, 静水压 $|T_m|$ 增大, 等效应力 T_e 减小. 孔洞形状系数 α 越大, $|T_m|$, T_e 值亦越大, m 值越大, $|T_m|$ 越大, T_e 越小.

图7所示为当孔洞完全闭合时, 静水压 T_m 与等效应变 E_e 的关系曲线. 图中表明, 在相同的等效应变 E_e 下, 幂硬化指数 m 和孔洞形状系数 α 大者所对应的静水压 $|T_m|$ 值也大. 或在

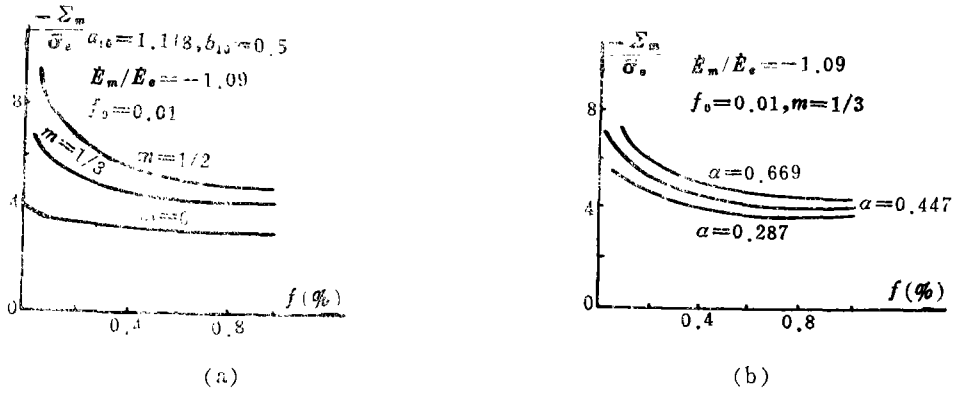


图6 T_m 与 f 的关系曲线

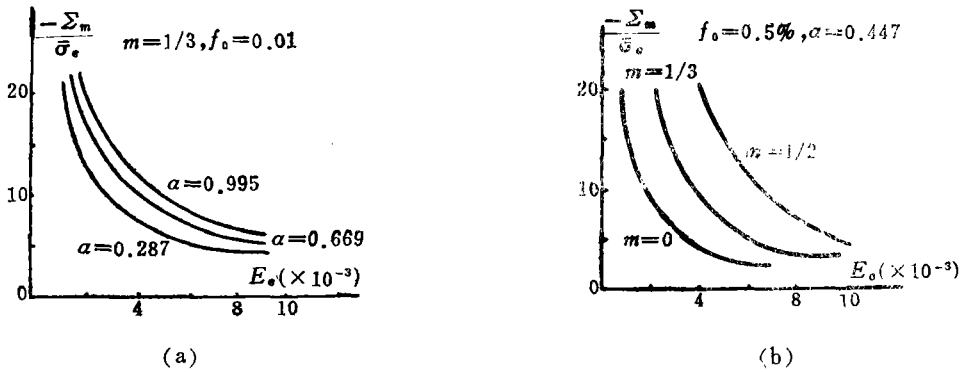


图7 孔洞完全闭合时 T_m-E_e 关系曲线

相同的 T_m 下，较大的 m ， α 对应的 E_e 值也大。作者在文[6]中得到，静水压和等效应变是影响孔洞闭合过程的主要参数。我们可通过比较孔洞完全闭合时静水压和等效应变的大小来评价某一工艺的优劣。图7表明， m ， α 值愈大，孔洞愈难闭合。

图8给出了不同的 \dot{E}_m/\dot{E}_e 下，孔洞短轴 b_1 与压下方向应变 E_{33} 的关系曲线。由此可知，对于相同的 E_{33} ， $|\dot{E}_m/\dot{E}_e|$ 值愈大，闭合效果愈好。

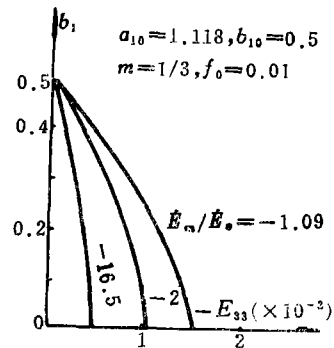


图8 \dot{E}_m/\dot{E}_e 对孔洞闭合的影响

四、结 论

含孔洞非线性材料的屈服面方程（粘性约束方程）除孔隙度 f 、材料幂硬化指数 m 外，还与孔洞的形状有关。特别当孔洞形状系数较小时，这种影响不宜忽略；

在非线性材料内部孔洞的闭合过程中，材料幂硬化指数 m 对孔洞的闭合起抑制作用， m 值愈大，孔洞愈难闭合；

材料内部孔洞的闭合过程除与静水压和等效应变有关外，还与孔洞的形状有关，孔洞形状越扁，越易闭合；

提高 $|\dot{E}_m/\dot{E}_e|$ 值, 可增强孔洞的闭合效果。

参 考 文 献

- [1] Gurson, A. L., Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I —Yield criteria and flow rules for porous ductile media, *J. Eng. Mater. Tech.*, **98** (1977), 2.
- [2] Yamamoto, H., Conditions for shear localization in the ductile fracture of void-containing materials, *Int. J. Fracture*, **347** (1978). 14.
- [3] Aravas, N., The analysis of void growth that leads to central burst during extrusion, *J. Mech. Phys. Solids*, **34** (1986), 55.
- [4] Tvergaard, V., Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions, *Int. J. Fracture*, **17** (1981), 389.
- [5] 王自强、秦嘉亮, 含空洞非线性材料的本构势和空洞扩展率, 固体力学学报, (2)(1989), 127.
- [6] Zhu Ming and Jin Quan-lin, A constitutive relation for materials containing voids and application in closing of voids, *Advances in Constitutive Laws for Engineering Materials*, Ed. Fan Jing-hong and Sumio Murakami, Pergamon Press, Oxford (1989), 542.

A Microscopic Damage Model Considering the Change of Void Shape and Application in the Void Closing

Zhu Ming Jin Quan-lin

(Laboratory for Nonlinear Mechanics of Continuous Media,
Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing)

Abstract

A microscopic damage model of ellipsoidal body containing ellipsoidal void for nonlinear matrix materials is developed under a particular coordinate. The change of void shape is considered in this model. The viscous restrained equation obtained from the model is affected by stress Σ_{ij} , void volume fraction f , material strain rate exponent m as well as the void shape. Gurson's equation is modified from the numerical solution. The modified equation is suitable for the case of nonlinear matrix materials and changeable voids. Lastly, the model is used to analyze the closing process of voids.

Key words nonlinear material, ellipsoidal void, void shape, void closing