应用数学和力学，第12卷第11期（1991年11月）
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重庆出版社出版

扩散速度与组元的质量守恒方程*

刘大有　　吴邦贤

（中国科学院多相反应开放研究实验室）
（中科院力学所）　（中科院热物理所）

（卞荫贵推荐，1990年7月20日收到）

摘　要

在混合物流动中，某组元i的质量迁移速度（绝对速度）等于对流速度（牵连速度）与扩散速度（相对速度）之和。扩散速度——以及扩散系数——依对流速度取法之不同而不同。

在湍流中，组元i的质量迁移速度是$\bar{\mathbf{v}}_i^\rho$（质量加权的时间平均速度）。扩散速度（$\bar{\mathbf{v}}_i^\rho-\mathbf{a}$）是由湍流扩散速度（$\bar{\mathbf{v}}_i^\rho-\bar{\mathbf{v}}_i$）和分子扩散速度$\overline{\mathbf{v}_i-\mathbf{a}}$所组成（$\bar{\mathbf{v}}_i$是组元$i$的时平均速度，$\mathbf{a}$是某种取法的对流速度）。因此，湍流扩散速度与对流速度的取法无关。

组元i的质量守恒方程，其右端的扩散项依其左端对流速度取法之不同而不同。在湍流情况下，它可能没有扩散项，或只有湍流扩散项，或既有湍流扩散项又有分子扩散项，如果我们取$\bar{\mathbf{v}}_i^\rho$，或$\bar{\mathbf{v}}_i$，或任何其它速度作为对流速度的话。在层流中会遇到只有分子扩散项而无湍流扩散项的例子。分子扩散总是依赖于对流速度的选取。

与混合气体情况不同，在二相流中，分子扩散项的重要性相当于、或甚至超过湍流扩散项。

关键词　分子扩散　湍流扩散　扩散与对流　扩散方程

一、引　言

在流化床和其它许多化工装置中都有二相混合介质的湍流流动，而且物质的扩散过程常常起着关键作用。在工业其它部门和自然界，也有许多同二相湍流扩散有关的问题，如工业烟尘的扩散等。

谈到扩散，人们马上就联想到浓度梯度和Fick定律。事实上，根据混合气体分子扩散的经典理论[1]，除浓度梯度外，压强梯度、温度梯度和某些外力都能引起质量扩散，共有四种扩散势。在湍流情况下，尤其在二相湍流中，扩散问题变得非常复杂，目前还没有一个较完整的理论。遇到湍流扩散问题时，人们往往是凭经验来解决，这样难免有些不周到之处。例如，关于混合气体的湍流扩散，人们都知道它只同浓度梯度成正比，但不知道它包含哪些

* 本课题得到国家自然科学基金资助。

近似，在二相湍流中这些近似是否仍然适用．关于Fick定律，常见到的形式有几种．在一些情况下它们之间几乎等价，但在一般情况下它们之间不完全等价．Fick 定律的正确表达还涉及扩散是相对于怎样的参考速度（即对流速度）定义的．对于同一流动，由于对流速度的定义不同，扩散速度也随之变化，Fick定律的形式也相应地改变了（如果Fick定律的形式不变，那么扩散系数的值随着对流速度的取法不同而不同）．在两相湍流中，关于某组分i的质量守恒方程，常写作

$$\frac{\partial\rho_i}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho_i\mathbf{v})=\nabla\cdot(D_i\nabla\rho_i) \tag{1.1}$$

这里有几点需要澄清：(1)上式中的扩散系数D_i是分子扩散系数、还是湍流扩散系数、还是由这两者之和组成的有效扩散系数？(2)上式中的$\mathbf{v}$是混合物平均速度、还是组元i的速度？(3)当$\mathbf{v}$采用不同的速度时（事实上各种速度在文献上均有见到），扩散系数D_i是否应有相应的变化？这些都未引起人们足够的重视．

关于扩散的研究包括两个内容：(1)扩散通量、扩散速度及扩散系数的确切定义；(2)单相混合物或两相混合物在分子扩散与湍流扩散情况下各有哪些扩散势．为了研究后者，首先必须对扩散速度等量的含义明确无误，否则讨论扩散势是无意义的．我们将在下一篇论文中讨论扩散势，本文只研究扩散速度．

二、扩散通量、扩散速度和扩散系数的相对性

扩散是某种物质质量迁移的一种方式，另一种方式是对流．为定量地描述物质迁移，可采用通过某面元的质量流密度（即扩散通量）．

扩散与对流的概念具有相对性．在通过某面元的质量流密度中有多少是扩散引起的、有多少是对流引起的，这种划分不是唯一的．这同动量流密度的划分十分相似．我们曾指出[2]，通过某面元的动量流密度由两部分组成：分子定向运动（对流）携带的动量流和分子无规运动输运的动量流（压强和粘性应力）．对于同一流动，当采用扩散模型或双流体模型描述流体运动时，对动量流的划分方式是不同的．

下面以二元混合物（单相的或二相的）为例，分层流和湍流两种情况分别讨论．

1．层流流动

设ΔS为流场中某点A附近的静止面元，$\mathbf{n}$为其法向单位矢量．设Δt时间内通过ΔS的组元i的质量为$\mathbf{J}_i\cdot\mathbf{n}\Delta S\Delta t$，则$A$点处组元$i$的质量流密度为$\mathbf{J}_i$，速度为$\mathbf{v}_i$

$$\mathbf{v}_i\equiv\mathbf{J}_i/\rho_i \tag{2.1}$$

其中 ρ_i为组元i的分密度．如果把混合物平均速度$\mathbf{v}_{m,\rho}$(第二下标ρ表示这是质量加权的平均速度：$\mathbf{v}_{m,\rho}\equiv(\rho_1\mathbf{v}_1+\rho_2\mathbf{v}_2)/\rho_m$，$\rho_m\equiv\rho_1+\rho_2$)当作对流速度，则对流和扩散引起的质量流密度，$\mathbf{J}_{c,i}$和$\mathbf{J}_{d,i}$，分别为$\mathbf{J}_{c,i}=\rho_i\mathbf{v}_{m,\rho}$和$\mathbf{J}_{d,i}=\rho_i(\mathbf{v}_i-\mathbf{v}_{m,\rho})$．若对于组元1与2分别用$\mathbf{v}_1$与$\mathbf{v}_2$作为对流速度，则对流和扩散引起的组元1与2的质量流密度分别为$\mathbf{J}_{c,1}=\rho_1\mathbf{v}_1$和$\mathbf{J}_{d,1}=0$与$\mathbf{J}_{c,2}=\rho_2\mathbf{v}_2$和$\mathbf{J}_{d,2}=0$．

组元i的扩散速度$\mathbf{V}_i$定义为

$$\mathbf{V}_i(\mathbf{a})\equiv\mathbf{J}_{d,i}/\rho_i=\mathbf{v}_i-\mathbf{a}\qquad(i=1,2) \tag{2.2}$$

因此，$\mathbf{V}_i(\mathbf{v}_{m,\rho})=\mathbf{v}_i-\mathbf{v}_{m,\rho}$，$\mathbf{V}_i(\mathbf{v}_i)=0$．$\mathbf{J}_{d,i}$和$\mathbf{V}_i$后括号中的矢量，表示对流速度．

有时，两个组元都以组元1的速度$\mathbf{v}_1$为对流速度来研究其扩散（如气体-颗粒流中，有时需研究固相相对于气相的扩散），结果有

$$\mathbf{J}_{d,2}(\mathbf{v}_1)=\rho_2(\mathbf{v}_2-\mathbf{v}_1),\quad \mathbf{V}_2(\mathbf{v}_1)=\mathbf{v}_2-\mathbf{v}_1,$$

相对于质量加权的混合物平均速度$\mathbf{v}_{m,\rho}$的扩散叫做等质量扩散，因为

$$\rho_1\mathbf{V}_1(\mathbf{v}_{m,\rho})+\rho_2\mathbf{V}_2(\mathbf{v}_{m,\rho})=0$$

另有一种叫做等分子数的扩散[3]。那是以分子数加权平均的混合物平均速度$\mathbf{v}_{m,n}$为对流速度的扩散。此处

$$\mathbf{v}_{m,n}\equiv(n_1\mathbf{v}_1+n_2\mathbf{v}_2)/n \qquad (n\equiv n_1+n_2) \tag{2.3}$$

其中 n_1，n_2 和n分别为组元1、组元2和混合物的分子数密度．称其为等分子数扩散，是因为

$$n_1\mathbf{V}_1(\mathbf{v}_{m,n})+n_2\mathbf{V}_2(\mathbf{v}_{m,n})=0$$

根据混合气体分子扩散经典理论[1]得到

$$\left.\begin{aligned}
&\mathbf{V}_i(\mathbf{v}_{m,n})=-\frac{n}{n_i}D(\mathbf{d}_i+k_{T,i}\nabla\ln T) \qquad (i=1,2)\\
&\mathbf{V}_i(\mathbf{v}_{m,\rho})=-\frac{1}{\rho_i}\frac{\rho_1\rho_2}{\rho_m}\frac{n^2}{n_1n_2}D(\mathbf{d}_i+k_{T,i}\nabla\ln T) \qquad (i=1,2)\\
&\mathbf{V}_2(\mathbf{v}_1)=-\frac{n^2}{n_1n_2}D(\mathbf{d}_2+k_{T,2}\nabla\ln T)
\end{aligned}\right\} \tag{2.4}$$

其中

$$\mathbf{d}_i\equiv\nabla\left(\frac{n_i}{n}\right)+(-1)^i\left[\frac{n_1n_2(m_1-m_2)}{n\rho_m}\nabla\ln p+\frac{\rho_1\rho_2}{\rho_m p}(\mathbf{F}_1-\mathbf{F}_2)\right] \tag{2.5}$$

T和p是混合气体的温度和压强，$\mathbf{F}_i(i=1,2)$是作用于单位质量上的外力，$k_{T,i}$ 是热扩散比．当忽略温度梯度、压强梯度和外力这三种扩散势，又设$|\nabla n/n|\ll|\nabla n_2/n_2|$，则以上三式就简化为Fick定律形式

$$\left.\begin{aligned}
&\mathbf{V}_2(\mathbf{v}_{m,n})=-\frac{1}{n_2}D\nabla n_2=-\frac{1}{n_2}D_2(\mathbf{v}_{m,n})\nabla n_2\\
&\mathbf{V}_2(\mathbf{v}_{m,\rho})=-\frac{1}{n_2}\left(\frac{\rho_1}{\rho_m}\frac{n}{n_1}\right)D\nabla n_2=-\frac{1}{n_2}D_2(\mathbf{v}_{m,n})\nabla n_2\\
&\mathbf{V}_2(\mathbf{v}_1)=-\frac{1}{n_2}\left(\frac{n}{n_1}\right)D\nabla n_2=-\frac{1}{n_2}D_2(\mathbf{v}_1)\nabla n_2
\end{aligned}\right\} \tag{2.6}$$

其中

$$\frac{n_1}{n}D_2(\mathbf{v}_1)=\frac{\rho_m}{\rho_1}\frac{n_1}{n}D_2(\mathbf{v}_{m,\rho})=D_2(\mathbf{v}_{m,n})=D \tag{2.7}$$

由式(2.6)可见，若三种扩散速度用同一种扩散系数D表示，则它同∇n_2的关系比 Fick 定律常见形式多了因子1或$\rho_1 n/\rho_m n_1$或(n/n_1)；若三种扩散速度与∇n_2的关系都表示为 Fick 定律形式，则三个式子有互不相同的扩散系数．或者说，扩散系数也依对流速度的取法不同而不同．但是，若$n_2\ll n_1$（因而$\rho_2\ll\rho_1$），则$D_2(\mathbf{v}_1)=D_2(\mathbf{v}_{m,\rho})=D_2(\mathbf{v}_{m,n})=D$．可能是因为多数情况下，人们研究的都是少量示踪气体在另一种气体中的扩散，所以许多人都未注意到扩散系数依赖于对流速度的取法．

2. 湍流流动

对于湍流情况可作类似的讨论，只是更复杂了.

湍流流场中，A点附近组元i的速度、分密度和质量流密度的时间平均值分别为$\bar{\mathbf{v}}_i$、$\bar{\rho}_i$和$\bar{\mathbf{J}}_i$. 组元i的质量加权的时平均速度定义为

$$\bar{\mathbf{v}}_i^\rho \equiv \bar{\mathbf{J}}_i/\bar{\rho}_i = \overline{\rho_i \mathbf{v}_i}/\bar{\rho}_i \qquad (i=1,2) \tag{2.8}$$

若取$\bar{\mathbf{v}}_i^\rho$作为对流速度，则对流和扩散引起的质量流密度的时平均值分别为$\bar{\rho}_i\bar{\mathbf{v}}_i^\rho$和零，扩散速度为零. 若取$\bar{\mathbf{v}}_i$作为对流速度，则对流和扩散引起的质量流密度的时平均值分别为$\bar{\rho}_i\bar{\mathbf{v}}_i$和$\bar{\rho}_i(\bar{\mathbf{v}}_i^\rho-\bar{\mathbf{v}}_i)$，扩散速度为$(\bar{\mathbf{v}}_i^\rho-\bar{\mathbf{v}}_i)$. 若取混合物的某种时平均速度$\mathbf{u}_m$作为对流速度，则扩散速度为$(\bar{\mathbf{v}}_i^\rho-\mathbf{u}_m)$.

我们知道，湍流中的扩散是由湍流扩散和分子扩散两部分组成*. 在这一点上，扩散同粘性和热传导——三种主要的输运现象——非常相似. 在混合气体情况，在流场中的大部分区域，分子粘性、热传导和扩散都远小于湍流粘性、热传导和扩散. 但在二相流中，分子扩散**同湍流扩散相比不一定很小，有时甚至超过后者.

*注意：在本文中，湍流中的扩散（速度）与湍流扩散（速度）是两个不同的概念，不能混淆. 仅当湍流扩散远大于分子扩散时，湍流中的扩散与湍流扩散才几乎等价.

** 注意：在二相流中也有分子扩散. 以气体-颗粒流为例简要解释如下：颗粒可视为一种大分子，颗粒的Brown运动就如大分子的热运动. 混合气体中分子扩散的四种扩散势（见式(2.4)），在气体-颗粒流中都有对应. 鉴于气体-颗粒流中颗粒的体积不能忽略，因此扩散速度与扩散势的关系式不同于式（2.4），而与计及分子体积效应的稠密气体中的关系式十分相似.

二相流中也有浓度梯度引起的扩散. 这主要是颗粒Brown运动的结果.

在混合气体中，重分子与轻分子在压强梯度作用下有不同的加速度，结果在两两气体之间产生速度差. 这是压强梯度引起扩散的物理解释. 在二相流中也有这种由压强梯度引起的扩散，而且经常是最重要的分子扩散势，因为颗粒的"分子量"比气体分子量大得多. 但是，在二相流研究中，人们常采用双流体模型，把组元A与B之间的扩散叫做速度滑移.

扩散速度（$\bar{\mathbf{v}}_i^\rho-\mathbf{u}_m$）中究竟有多少是湍流扩散、多少是分子扩散？同湍流脉动有关的部分应属于湍流扩散. 当湍流强度很小时，这部分应趋于零. 由此可见，湍流扩散速度是（$\bar{\mathbf{v}}_i^\rho-\bar{\mathbf{v}}_i$）（以下记为$\mathbf{V}_i^T$），分子扩散部分是（$\bar{\mathbf{v}}_i-\mathbf{u}_m$)$(=\bar{\mathbf{V}}_i(\bar{\mathbf{u}}_m))$. 后者的大小依赖于对流速度的取法（当以$\bar{\mathbf{v}}_i$为对流速度时，分子扩散部分为零），前者与对流速度的取法无关.

在混合气体湍流中，分子扩散通常很小而被忽略，而湍流扩散部分又不依赖于对流速度结果给人一种错觉：扩散速度是绝对的. 在二相流中，分子扩散不一定是小量，讨论扩散时必须注意它对于对流速度取法的依赖性，否则在给出组元质量守恒方程时会引起一定的混乱.

一般说，只在混合物中才有扩散问题，单组元气体没有扩散. 例如，在层流流场中的某一点A，单组元气体只有一种特征速度$\mathbf{v}$，将它视为对流速度时扩散速度为零. 在不可压缩的湍流中，因为$\bar{\mathbf{v}}^\rho=\bar{\mathbf{v}}$，它也只有一种特征速度. 因此扩散速度也总是零. 但在可压缩湍流中，至少有两个特征速度：$\bar{\mathbf{v}}^\rho$和$\bar{\mathbf{v}}$. 相对于$\bar{\mathbf{v}}$，单组元气体也有不为零的扩散速度[4].

如果采用双流体模型描述混合气体的运动，那么用类似于上述的讨论可以说明低速运动的每一组元都不存在扩散. 然而在气体-颗粒流中情况则不同. 由于颗粒相的"分子量"很大，因此它的声速很低，并表现出很显著的可压缩性. 结果是：即使采用双流体模型，气体-颗粒流中的颗粒相有非零的湍流扩散.

三、组元的质量守恒方程

当采用不同的速度作为对流速度时，组元$i(i=1,2)$的质量守恒方程有不同的形式。

1. 层流流动

以$\mathbf{v}_2$、$\mathbf{v}_{m,\rho}$和$\mathbf{v}_1$为对流速度时，组元2的质量守恒方程为（采用式(2.6)的近似）

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\rho_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho_2\mathbf{v}_2)=0\\
&\frac{\partial\rho_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho_2\mathbf{v}_{m,\rho})=-\nabla\cdot[\rho_2\mathbf{V}_2(\mathbf{v}_{m,\rho})]=\nabla\cdot[\mathbf{v}_{m,\rho})\nabla\rho_2]\\
&\frac{\partial\rho_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho_2\mathbf{v}_1)=-\nabla\cdot[\rho_2\mathbf{V}_2(\mathbf{v}_1)]=\nabla\cdot[D_2(\mathbf{v}_1)\nabla\rho_2]
\end{aligned}\right\}\qquad(3.1\mathrm{a、b、c})$$

式(3.1a)是双流体模型中采用的形式，式(3.1b)是扩散模型中采用的，此式又称作组元2的扩散方程。

2. 湍流流动

以$\bar{\mathbf{v}}_2^\rho$，$\bar{\mathbf{v}}_2$、$\mathbf{u}_m$和$\bar{\mathbf{v}}_1$为对流速度时，组元2的质量守恒方程为

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\bar{\rho}_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\bar{\rho}_2\bar{\mathbf{v}}_2^\rho)=0\\
&\frac{\partial\bar{\rho}_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\bar{\rho}_2\bar{\mathbf{v}}_2)=-\nabla\cdot(\bar{\rho}_2\mathbf{V}_2^T)=\nabla\cdot[D_3^T\nabla(\sum_k\text{第}k\text{种湍流扩散势})]\\
&\frac{\partial\bar{\rho}_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\bar{\rho}_2\mathbf{u}_m)=-\nabla\cdot[\bar{\rho}_2\mathbf{V}_2^T+\bar{\rho}_2\bar{\mathbf{V}}_2(\mathbf{u}_m)]\\
&\quad=\nabla\cdot[D_2^T\nabla(\sum_k\text{第}k\text{个湍流扩散势})+D_2(\mathbf{u}_m)\nabla(\sum_{k'}\text{第}k'\text{个分子扩散势})]\\
&\frac{\partial\bar{\rho}_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\bar{\rho}_2\bar{\mathbf{v}}_1)=-\nabla\cdot[\bar{\rho}_2\mathbf{V}_2^T+\bar{\rho}_2\bar{\mathbf{V}}_2(\mathbf{v}_1)]\\
&\quad=\nabla\cdot[D_2^T\nabla(\sum_k\text{第}k\text{个湍流扩散势})+D_2(\mathbf{v}_1)\nabla(\sum_{k'}\text{第}k'\text{个分子扩散势})]
\end{aligned}\right\}\qquad(3.2)$$

若忽略密度梯度以外的其它各种扩散势，则有以下近似结果

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\bar{\rho}_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\bar{\rho}_2\bar{\mathbf{v}}_2^\rho)=0\\
&\frac{\partial\bar{\rho}_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\bar{\rho}_2\bar{\mathbf{v}}_2)=\nabla\cdot(D_2^T\nabla\bar{\rho}_2)\\
&\frac{\partial\bar{\rho}_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\bar{\rho}_2\mathbf{u}_m)=\nabla\cdot\{[D_1^T+D_2(\mathbf{u}_m)]\nabla\bar{\rho}_2\\
&\frac{\partial\bar{\rho}_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\bar{\rho}_2\bar{\mathbf{v}}_1)=\nabla\cdot\{[D_2^T+C_2(\mathbf{v}_1)]\nabla\bar{\rho}_2\}
\end{aligned}\right\}\qquad(3.3)$$

由以上讨论可以清楚地看到式(3.3)中所包含的近似，以及分子扩散系数D_2对于对流速度取法的依赖性。至此，我们已澄清了在引言中关于式(1.1)所提出的各种疑问。

现在来解释一下关于湍流中混合物的平均速度。这是一个很含糊的概念。事实上有各种含义的混合物平均速度。一种是对瞬时的混合物速度$\mathbf{v}_{m,\rho}$求其时间平均值，如下述的$\mathbf{u}_{m1}$和$\mathbf{u}_{m2}$；另一种是先有各组元的质量加权的时平均速度$\bar{\mathbf{v}}_i^\rho$或简单的时平均速度$\bar{\mathbf{v}}_i$，然后由$\bar{\mathbf{v}}_i^\rho$或$\bar{\mathbf{v}}_i$求混

合物的质量加权平均速度，如下述的$u_{m,3}$和$u_{m,4}$.上面用的u_m是以下四种定义中的任何一种：

$$\left.\begin{aligned}
u_{m1} &\equiv \bar{v}^{\rho}_{m,\rho}=\overline{\rho_m v_{m,\rho}}/\bar{\rho}_m=(\overline{\rho_1 v_1+\rho_2 v_2})/(\overline{\rho_1+\rho_2})\\
u_{m2} &\equiv \bar{v}_{m,\rho}=\overline{(\rho v_1+\rho_2 v_2)/(\rho_1+\rho_2)}\\
u_{m3} &\equiv (\bar{\rho}_1\bar{v}^{\rho}_1+\bar{\rho}_2\bar{v}^{\rho}_2)/(\bar{\rho}_1+\bar{\rho}_2)\\
u_{m4} &\equiv (\bar{\rho}_1\bar{v}_1+\bar{\rho}_2\bar{v}_2)/(\bar{\rho}_1+\bar{\rho}_2)
\end{aligned}\right\} \tag{3.4}$$

当采用不同的u_m时，组元i的扩散速度$(V^T_i+V^T_i)$和扩散系数$(D^T_i+D_i)$也有相应的变化。可以证明，$u_{m1}=u_{m3}$。一般说来，它们同u_{m2}和u_{m4}的差异也不大。

四、结 论

1．某组元i的质量迁移速度（绝对速度）等于对流速度（牵连速度）加上扩散速度（相对速度）.对于同一流动，根据研究者观点或兴趣之不同，可以采用不同的对流速度，这时扩散速度也有相应之变化.

2．在层流运动中，常取该组元本身速度v_i、或混合物平均速度 $v_{m,\rho}$、或另一组元的速度v_i，作为对流速度.相应地扩散速度为0、$(v_i-v_{m,\rho})$或$(v_i-v_{i'})$，扩散系数为0、$D_i(v_{m,\rho})$或$D_i(v_1)$.

3．在湍流中，组元i的质量流密度的时平均值为$\bar{\rho}_i\bar{v}^{\rho}_i$，其中 $\bar{v}^{\rho}_i$ 是组元i的质量加权的时平均速度.组元i的简单时平均速度是$\bar{v}_i$.

关于组元i，我们可取$\bar{v}^{\rho}_i$、$\bar{v}_i$、u_m或$v_{i'}$作为对流速度，这时，相应的扩散速度分别为0，V^T_i、$[V^T_i+(\bar{v}_i-u_m)]$ 或 $[V^T_i+(\bar{v}_i-\bar{v}_{i'})]$，相应的扩散系数为 0、$D^T_i$、$[D^T_i+D_i(u_m)]$ 或 $[D^T_i+D_i(v_{i'})]$.

湍流中的扩散速度是湍流扩散速度$V^T_i(\equiv\bar{v}^{\rho}_i-\bar{v}_i)$与分子扩散速度 $\bar{V}_i(a)$之和.前者与对流速度的取法无关，而后者依对流速度a的取法之不同而不同.

4．在组元i的质量守恒方程中，其右端的扩散项的形式依其左端采用之对流速度之不同而不同.在湍流情况下，它可能没有任何扩散项、也可能只有湍流扩散项、也可能既有湍流扩散项又有分子扩散项，如果我们取$\bar{v}^{\rho}_i$、或$\bar{v}_i$、或任何其它速度作为对流速度的话，在层流中会遇到只有分子扩散项而无湍流扩散项的例子.

5．当研究混合气体湍流运动时，人们经常采用扩散模型，并用混合物的平均速度作为对流速度.这时，质量扩散原则上包括湍流扩散和分子扩散.但分子扩散通常因其值很小（与湍流部分对比）而被忽略.然而在二相湍流流动中，若也采用扩散模型，则分子扩散项不一定很小，因此不能轻易地被忽略.

但是，研究二相流实际上多半采用双流体模型，常取$\bar{v}_i$或$\bar{v}^{\rho}_i$作为组元 i 的对流速度.在这种情况下，在组元 i 的质量守恒方程中不应包含分子扩散项，而不是忽略分子扩散项！

志谢 作者感谢卞荫贵教授对本文提出的许多有益的建议.

参 考 文 献

[1] 查普曼、考林，《非均匀气体的数学理论》，科学出版社，北京 (1985).

[2] 刘大有，论气体混合物和两相流中的压强和热流，力学学报，18(6) (1986).

[3] Eckert, E. R. G. and Gross, J. F., *Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill Book Co., New York (1963).

[4] 欣茨，《湍流》（上册），科学出版社，北京 (1987).

On Diffusion Velocity and the Mass Conservation Equation for Components

Liu Da-you

(Multiphase Reaction Laboratory, Academia Sinica; Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing)

Wu Bang-xian

(Multiphase Reacsion Laboratory, Academia Sinica; Institute of Engineering Thermophysics, Academia Sinica, Beijing)

Abstract

The mass migration velociry (absolute velocity) of component i in a multicompont flow is equal to the convection velocity (frame velocity) plus the diffusion velocity (relative velocity). The diffusion velocity as well as the corresponding diffusion coefficient depends on how the convection velocity is adopted.

In turbulent flow, the mass migration velocity of component i is $\bar{\mathbf{v}}_i^\rho$ (mass-weighted time average velocity). The diffusion velocity $(\bar{\mathbf{v}}_i^\rho-\mathbf{a})$ consists of turbulent diffusion velocity $(\bar{\mathbf{v}}_i^\rho-\bar{\mathbf{v}}_i)$ and molecular diffusion velocity $\overline{\mathbf{v}_i-\mathbf{a}}$($\bar{\mathbf{v}}_i$ is the simple time average velocity of component i and a is a certain convection velocity). So, the part of turbulent diffusion velocity is independent of what convection velocity is taken.

In the mass conservation equation for component i, the expression for the diffusion term on its right-hand side will change when the convection velocity on its left-hand side changes. In turbulent flow, there could be no diffusion terms, or a turbulent diffusion term only, or both the turbulent and molecular diffusion terms when $\bar{\mathbf{v}}_i^\rho$, or $\bar{\mathbf{v}}_i$ or any velocity other than these two is taken as the convection velocity. The case, in which there could be molecular diffusion only without turbulent diffusion, occurs in lamnar flow. The molecular diffusion term aways depends on the adoption of convection velocity.

In two-phase flow, the value of the molecular diffusion term is often near or even exceeds that of the turbulent diffusion term, which is quite different from the case in gas mixture flow.

Key words moecular diffusion, turbulent diffusion, diffusion and convection, diffusion equation