

# 阻尼介质中简支圆板在大挠度时的 塑性动力响应

赵亚溥 薛大为

(北京理工大学, 1990年9月10日收到)

## 摘 要

本文从理论上分析了受矩形脉冲荷载作用的阻尼介质中简支理想刚塑性圆板在大挠度时的塑性动力响应, 文中给出了在中载和高载情况下各相的解析解.

**关键词** 简支圆板 阻尼介质 塑性动力响应 有限变形

## 符 号 说 明

$h_1$	板厚	$W(t)_1$	板中心的横向位移
$L(t)_1$	$\exp[-\beta t/2](\cos\omega_d t + (\beta/2\omega_d)\sin\omega_d t)$	$\alpha_1$	阻尼系数
$m_1$	单位面积板的质量	$\beta_1$	$a/m$
$M_{01}$	$\sigma_0 h^4/4$	$\gamma_1$	$(4\rho_0/mh)^{1/2}$
$M_r, M_\theta$	单位长度的径向和周向弯矩	$\lambda_r, \lambda_\theta$	径向和周向应变
$N_{01}$	$\sigma_0 h$	$\eta_1$	$2(p-p_0)/m$
$N_r, N_\theta$	单位长度的径向和周向膜力	$k_r, k_\theta$	径向和周向曲率
$\rho_{01}$	$6M_0/R^2$	$\rho, \rho_0$	塑性平台圆半径
$p_1$	矩形脉冲荷载	$\sigma_{01}$	拉伸屈服应力
$r_1$	板径向坐标	$\tau_1$	脉冲持续时间
$t_1$	时间	$(\cdot)_1$	$\partial(\cdot)/\partial t$
$u_1$	板的径向位移	$(\cdot)'_1$	$\partial(\cdot)/\partial r$
$w_1$	板的横向位移	$t_{1t}$	响应终止时间

## 一、引 言

自从本世纪50年代以来,圆板的塑性动力响应问题得到了广泛而深入的研究<sup>[1]</sup>.Hopkins和Prager在1954年研究了简支圆板受矩形脉冲荷载作用的塑性动力响应问题<sup>[2]</sup>,王仁则在1955年研究了简支圆板在整板获得一个初速情况下的塑性动力响应问题<sup>[3]</sup>.之后,一些学者在小变形的范围内就不同的支承、载荷或在不同的介质中对圆板进行了塑性动力分析,如苏联学者曾在1963年研究过简支圆板在阻尼介质中的塑性动力响应问题<sup>[4]</sup>,印度的A.Kumar

则在1987年也研究了圆板在阻尼介质中的塑性动力响应问题<sup>[5]</sup>，另外，还有一些文献讨论了置于液面上的圆板的塑性动力响应问题。

对圆板进行大挠度的塑性动力分析始于60年代<sup>[6]</sup>，进行大挠度分析必须同时考虑弯矩和膜力的影响，因此在求解上较小变形情况要繁杂得多。同小变形情况相比，大变形情况的研究进行得还很不深入，本文对圆板在阻尼介质中大挠度的塑性动力响应问题进行了研究，得到了对于中载和高载两种情况下各相的解析解。

## 二、基本 原 理

圆板在轴对称情况下大挠度问题的基本方程为<sup>[7]</sup>：

$$\left. \begin{aligned} (rN_r)' - N_\theta &= -rpw' + mr\dot{u} + mr\dot{w}w' \\ (rM_r)' - M_\theta &= - \int_0^r \left( p - m\dot{w} + m\dot{u}w' + \frac{N_\theta w'}{r} \right) r dr \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

式中 $M_r$ 、 $M_\theta$ 分别为单位长度的径向和周向的弯矩， $N_r$ 和 $N_\theta$ 分别为单位长度的径向和周向膜力， $m$ 为单位面积板的质量， $u$ 和 $w$ 分别为板的径向和横向位移。

应变和曲率的变化率为：

$$\dot{\lambda}_r = \dot{u}' + w'\dot{w}', \quad \dot{\lambda}_\theta = \dot{u}/r, \quad k_r = -w'', \quad k_\theta = -w'/r \quad (2.2)$$

若考虑阻尼力的作用，设其大小为 $f = \alpha w$ ，方向与 $w$ 方向相反，再若忽略板上各点的径向运动，方程变为：

$$\left. \begin{aligned} (rN_r)' - N_\theta &= -r(p - \alpha w)w' + mr\dot{w}w' \\ (rM_r)' - M_\theta &= - \int_0^r \left( p - \alpha w - m\dot{w} + \frac{N_\theta w'}{r} \right) r dr \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

$$\dot{\lambda}_r = w'\dot{w}', \quad \dot{\lambda}_\theta = 0, \quad k_r = -w'', \quad k_\theta = -w'/r \quad (2.4)$$

(2.3)、(2.4)两式就是本文所采用的两个基本方程式。

本文仍然采用 Hodge 在1960年研究轴对称载荷作用下的旋转壳时提出的所谓弯矩和膜力相分离的 Tresca 屈服条件<sup>[8]</sup>，如图1所示。

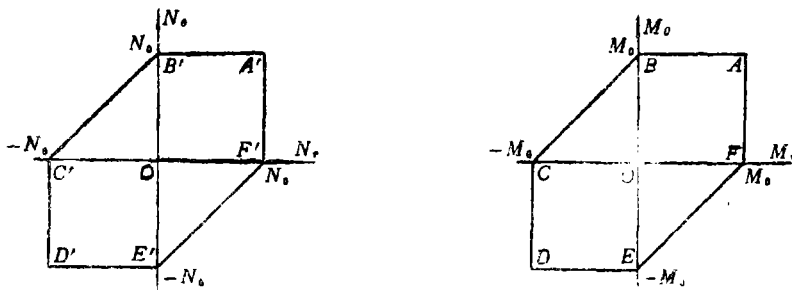


图1 Hodge 提出的屈服条件

图中 $M_0 = \sigma_0 h^2/4$ ， $N_0 = \sigma_0 h$ ，而 $\sigma_0$ 为简单拉伸时的屈服应力。

假定板受轴对称的矩形脉冲载荷作用，其冲量为 $I = p\tau$ 。如图2所示。

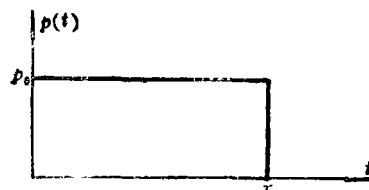


图2 矩形脉冲载荷

### 三、问题的求解

#### 1. 中载情况

所谓中载情况是指  $p_0 < p < 2p_0$ , 其中  $p_0 = 6M_0/R^2$ . 对该范围后面将做详细的讨论.

由对称性知, 在  $r=0$  处有:

$$M_r = M_\theta = M_0, \quad N_r = N_\theta = N_0$$

设板的变形机构为:

$$w(r, t) = W(t)(1 - r/R) \tag{3.1}$$

由(2.4)知:  $\dot{\lambda}_r > 0, \dot{\lambda}_\theta = 0, \dot{k}_r = 0, \dot{k}_\theta \geq 0$

从而:

$$0 \leq M_r \leq M_0, \quad M_\theta = M_0, \quad N_r = N_0, \quad 0 \leq N_\theta \leq N_0 \tag{3.2}$$

将(3.2)式代入(2.3)式, 两式中消去  $N_\theta$  并略去  $w'^2$  的高阶项, 得:

$$(rM_r)' - M_0 = - \int_0^r [pr - mr\ddot{W}\left(1 - \frac{r}{R}\right) - ar\dot{W}\left(1 - \frac{r}{R}\right) - N_0 \frac{W}{R}] dr \tag{3.3}$$

由图2知, 中载情况的运动将分为两相:

第一相:  $0 \leq t \leq \tau$  ( $\tau$  为脉冲持续时间)

第二相:  $\tau < t \leq t_f$  ( $t_f$  为响应终止时间)

下面就分别对两相进行求解.

#### 1) 第一相 ( $0 \leq t \leq \tau$ )

注意到  $M_r(0, t) = M_0$ , 积分(3.3)式, 有:

$$rM_r = rM_0 - p \frac{r^3}{6} + \frac{m}{6} \ddot{W} r^3 - \frac{m}{12} \dot{W} \frac{r^4}{R} + \frac{\alpha}{6} W r^3 - \frac{\alpha}{12} W \frac{r^4}{R} + N_0 \frac{W}{R} \frac{r^2}{2}$$

由边界条件  $M_r(R, t) = 0$ , 化简上式得到:

$$\ddot{W} + \beta \dot{W} + \gamma^2 W = \eta \tag{3.4}$$

式中:

$$\beta = \alpha/m, \quad \gamma^2 = 6N_0/mR^2, \quad \eta = 2(p - p_0)/m$$

方程式(3.4)即为圆板在该相其圆心的运动微分方程, 其通解为:

$$W(t) = \exp[-\beta t/2] (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t) + \eta/\gamma^2 \tag{3.5}$$

这里只考虑弱阻尼情况, 而  $\omega_d$  值为:

$$\omega_d = \sqrt{4\gamma^2 - \beta^2}/2$$

(3.5)式中积分常数由下列初始条件确定:

$$t=0 \text{ 时, } W(0) = \dot{W}(0) = 0$$

将求出的  $A, B$  值代回(3.5)式, 整理得:

$$W(t) = \eta[1 - L(t)]/\gamma^2 \tag{3.6}$$

式中:

$$L(t) = \exp[-\beta t/2] (\cos \omega_d t + (\beta/2\omega_d) \sin \omega_d t)$$

对于整个板则有位移为:

$$w(r, t) = \frac{\eta}{\gamma^2} [1 - L(t)] \left(1 - \frac{r}{R}\right) = \frac{p - p_0}{2p_0} h [1 - L(t)] \left(1 - \frac{r}{R}\right) \tag{3.7}$$

在第一相末, 即 $t=\tau$ 时有:

$$\left. \begin{aligned} W(\tau) &= \eta[1-L(\tau)]/\gamma^2 \\ \dot{W}(\tau) &= (\eta/\gamma^2)[(\beta/2)^2 + \omega_d^2]\omega_d^{-1} \exp[-\beta t/2] \sin \omega_d \tau \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

2) 第二相( $\tau < t \leq t_f$ )

该相中由于 $p(t)=0$ , 故有:

$$\eta/\gamma^2 = (p-p_0)h/2p_0|_{t=0} = -h/2$$

所以在该相中方程(3.4)的通解为:

$$W(t) = \exp[-\beta t/2](A' \cos \omega_d t + B' \sin \omega_d t) - h/2 \quad (3.9)$$

式(3.9)中的 $A'$ 和 $B'$ 之值由式(3.8)确定, 值为:

$$A' = \left(\frac{\eta}{\gamma^2} + \frac{h}{2}\right) \exp\left[\frac{\beta}{2}\tau\right] \left(-\frac{\beta}{2\omega_d} \sin \omega_d \tau + \cos \omega_d \tau\right) - \frac{\eta}{\gamma^2}$$

$$B' = \left(\frac{\eta}{\gamma^2} + \frac{h}{2}\right) \exp\left[\frac{\beta}{2}\tau\right] \left(\frac{\beta}{2\omega_d} \cos \omega_d \tau + \sin \omega_d \tau\right) - \frac{\eta}{\gamma^2} \frac{\beta}{2\omega_d}$$

代回(3.9)式整理得:

$$W(t) = \frac{h}{2} \left[ \frac{p}{p_0} L(t-\tau) - \left(\frac{p}{p_0} - 1\right) L(t) - 1 \right] \quad (3.10)$$

则第二相板的挠度为:

$$w(r, t) = \frac{h}{2} \left[ \frac{p}{p_0} L(t-\tau) - \left(\frac{p}{p_0} - 1\right) L(t) - 1 \right] \left(1 - \frac{r}{R}\right) \quad (3.11)$$

板运动终止时间 $t_f$ 由 $w(r, t)=0$ ,  $t=t_f$ 即 $\dot{W}(t_f)=0$ 确定, 根据式(3.10)经过繁杂的运算, 得:

$$t_f = \frac{1}{\omega_d} \arctg \frac{\sin \omega_d \tau}{\cos \omega_d \tau - (1-p_0/p) \exp[-\beta \tau/2]} \quad (3.12)$$

3) 中载情况的讨论

i) 若 $\beta \rightarrow 0$ , (3.6)、(3.10)和(3.12)诸式和无阻尼情况全同<sup>[6]</sup>, 若不考虑大变形, 以上诸式和文献[4]所列的小变形情况解答相同。

ii)  $p(t)$ 范围的讨论.

由 $M_r$ 在圆心处取最大值, 要求:

$$\partial M_r / \partial r|_{r=0} = 0, \quad \partial^2 M_r / \partial r^2|_{r=0} < 0 \quad (3.13)$$

而 $\partial M_r / \partial r|_{r=0} = 0$ 显然已得到满足, 因为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M_r}{\partial r^2} &= -\frac{p}{3} + \frac{m}{3} \left( \dot{W} + \frac{\alpha}{m} W \right) = -\frac{p}{3} + \frac{m}{3} \left[ \frac{2(p-p_0)}{m} - \frac{4p_0}{mh} W \right] \\ &= \frac{p}{3} - \frac{2}{3} p_0 \left( 1 + 2 \frac{W}{h} \right) \end{aligned}$$

由 $\partial^2 M_r / \partial r^2|_{r=0} < 0$ , 得到:

$$p(t)/p_0 < 2 + 4W/h \quad (3.14)$$

由 $W|_{t=0} = 0$ , 故上面解答的适用范围是:

$$p/p_0 < 2$$

2. 高载情况( $p > 2p_0$ )

当 $p/p_0 > 2$ 时, 由 $\partial^2 M_r / \partial r^2 > 0$ 即在 $r=0$ 处 $M_r$ 取最小值, 这显然已经违反了所对应的屈服

条件。因此板内将存在两个塑性格式不同的区域。现设在板的中心部份形成一个半径 $r=\rho_0$ 的塑性平台，这样高载情况运动将分为三相：

1) 第一相( $0 \leq t \leq \tau$ )

在该相存在一个半径 $r=\rho_0$ 的驻定塑性平台。由在平台区有 $M_r=M_\theta=M_0$ ,  $N_r=N_\theta=N_0$ ，由(2.3)得平台的位移方程为：

$$\dot{W} + \beta W = p/m \tag{3.15}$$

考虑到初始条件 $W|_{t=0} = \dot{W}|_{t=0} = 0$ ，得：

$$W = \beta^{-2} pm^{-1}(e^{-\beta t} + \beta t - 1) \tag{3.16}$$

对于 $\rho_0 \leq r \leq R$ 的区域，由 $w$ 的连续性有：

$$w = \beta^{-2} pm^{-1}(e^{-\beta t} + \beta t - 1)(R-r)/(R-\rho_0) \tag{3.17}$$

因塑性平台是在初瞬时形成的( $0 \leq r \leq \rho_0$ )，而在初瞬时阻尼力并不发生作用，因而 $\rho_0$ 的表达式仍取和无阻尼情况相同，即：

$$(\rho_0/R)^3 - (\rho_0/R)^2 - (\rho_0/R) + 1 = 2p_0/p \tag{3.18}$$

在该相末，即 $t=\tau$ 时有：

$$\left. \begin{aligned} W|_{t=\tau} &= \beta^{-2} pm^{-1}(e^{-\beta \tau} + \beta \tau - 1) \\ \dot{W}|_{t=\tau} &= \beta^{-1} pm^{-1}(1 - e^{-\beta \tau}) \end{aligned} \right\} \tag{3.19}$$

2) 第二相( $\tau < t \leq T$ )

在该相 $p(t)=0$ ，塑性平台的半径逐渐减小，由 $t=\tau$ 时 $r=\rho_0$ 缩减为在 $t=T$ 时 $r=0$ 。为分析方便，分为下面三个不同部分进行分析。

i) 仍保持为平台的部分 $0 \leq r \leq \rho(t)$

因 $p=0$ ，方程为：

$$\dot{W} + \beta W = 0 \tag{3.20}$$

考虑到初始条件(3.19)式，式(3.20)的解为：

$$W = \beta^{-2} pm^{-1}[e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-\tau)} + \beta \tau] \tag{3.21}$$

因此有： $\dot{W} = -\beta^{-1} pm^{-1}[e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-\tau)}]$

ii)  $\rho(t) \leq r \leq \rho_0$ 的区域，该部分已由平台变为曲面。设在 $t=t(r)$ 时， $r$ 处位于平台和非平台的交界处，位移 $w$ 表达式为：

$$w(r,t) = W_1 + \int_{\tau}^{t(r)} W_2 dt + \int_{t(r)}^t W_2 \frac{R-r}{R-\rho} dt \tag{3.22}$$

式中： $W_1 = \frac{1}{\beta^2} \frac{p}{m} (e^{-\beta \tau} + \beta \tau - 1)$ ,  $W_2 = -\frac{1}{\beta} \frac{p}{m} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-\tau)}]$

在 $\beta$ 不大时 $t(r)$ 仍取和无阻尼情况相同<sup>[6]</sup>，因为工程上一般真正关心的是第一部分的位移，而其它部分的位移则并不重要。

iii) 仍保持为截锥形的区域 $\rho_0 \leq r \leq R$

该区域的位移表达式为：

$$w = -\frac{1}{\beta^2} \frac{p}{m} (e^{-\beta \tau} + \beta \tau - 1) \frac{R-r}{R-\rho_0} + \int_{\tau}^t -\frac{1}{\beta} \frac{p}{m} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-\tau)}] \frac{R-r}{R-\rho_0} dt \tag{3.23}$$

3) 第三相( $T \leq t \leq t_f$ )

在 $t=T$ 时在 $r=0$ 处形成一个驻定塑性铰, 为计算方便设该铰从 $T$ 开始计其位移为 $W$ , 在分析时把板分为如下两部分:

i)  $0 \leq r \leq \rho_0$  区域

由(3.22)式, 当 $\rho=0$ 时有:

$$w' = -\frac{1}{\beta} \frac{p}{m} \frac{T_1}{R^3} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-\tau)}] \left( Rr + \frac{3r^2}{2} \right) - \frac{W(t)}{R}$$

由式(2.3)中的第二式, 得:

$$\begin{aligned} M_r = M_0 + \frac{m}{2\rho_0} \frac{d^2W}{dt^2} \left[ 2\left(\frac{r}{R}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^3 \right] + \frac{\alpha}{2\rho_0} \frac{dW}{dt} \left[ 2\left(\frac{r}{R}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^3 \right] \\ + \frac{pT_1M_0}{6mh} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-\tau)}] \left[ 4\left(\frac{r}{R}\right)^2 + 3\left(\frac{r}{R}\right)^3 + \frac{2Wr}{M_0Rh} \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

ii)  $\rho_0 \leq r \leq R$  区域

由(3.23)式知:

$$\begin{aligned} w' = -\frac{1}{\beta^2} \frac{p}{m} (e^{-\beta\tau} + \beta\tau - 1) R \frac{1}{R - \rho_0} + \frac{1}{\beta} \frac{p}{2m} \frac{T_1}{R^3} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-\tau)}] \\ \cdot (2R\rho_0 + 3\rho_0^2) - W(t)/R \end{aligned} \quad (3.25)$$

求出相应的 $M_r$ 为:

$$\begin{aligned} M_r = \left( m \frac{d^2W}{dt^2} + \alpha \frac{dW}{dt} \right) \left[ \frac{r^2}{6} - \frac{r^3}{12R} + \frac{\rho_0^3}{3r} - \frac{\rho_0^4}{4Rr} - \frac{\rho_0^2}{2} + \frac{\rho_0^3}{3R} \right] \\ - \frac{M_0}{\beta mh(R - \rho_0)} (e^{-\beta\tau} + \beta\tau - 1) \left( r + \frac{\rho_0^2}{r} - 2\rho_0 \right) - \frac{2M_0pT_1}{\beta mhR^3} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-\tau)}] \\ \cdot \left( R\rho_0 + \frac{3\rho_0^2}{2} \right) \left( r + \frac{\rho_0^2}{r} - 2\rho_0 \right) + \frac{2M_0W}{Rh} \left( r + \frac{\rho_0^2}{r} - 2\rho_0 \right) + \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{\rho_0} \right) \\ \cdot \left\{ - \left( m \frac{d^2W}{dt^2} + \alpha \frac{dW}{dt} \right) \cdot \rho_0^3 \left( \frac{1}{3} - \frac{\rho_0}{4R} \right) + \frac{4pT_1M_0}{\beta mhR^3} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-\tau)}] \right. \\ \left. \cdot \rho_0^3 \left( \frac{R}{3} + \frac{3\rho_0}{8} \right) - \frac{2W\rho_0^3M_0}{Rh} \right\} + \frac{\rho_0^2}{12} \left( m \frac{d^2W}{dt^2} + \alpha \frac{dW}{dt} \right) \left( 2 - \frac{\rho_0}{R} \right) \\ - \frac{4M_0pT_1}{\beta mhR^3} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-\tau)}] \rho_0^2 \left( \frac{R}{6} + \frac{\rho_0}{8} \right) + \frac{2W}{Rh} M_0\rho_0 + M_0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

由边界条件 $M_r|_{r=\rho_0} = 0$ , 式(3.26)变为:

$$\dot{W} + \beta W + \gamma^2 W = \delta \quad (3.27)$$

式中 $\delta$ 取近似值:

$$\begin{aligned} \delta = -\frac{2p_0}{m} - \frac{2p_0p}{m^2h} \left( 1 - \frac{\rho_0}{R} \right) - \frac{p_0p\tau T_1}{3m^2h} \left[ 12\frac{\rho_0}{R} + 6\left(\frac{\rho_0}{R}\right)^2 \right. \\ \left. - 20(\rho_0/R)^3 + 9(\rho_0/R)^4 \right] \end{aligned}$$

方程(3.27)的初始条件为:

$$t=T \text{ 时, } W=0, \dot{W} = -\frac{1}{\beta} \frac{p}{m} [e^{-\beta T} - e^{-\beta(T-\tau)}]$$

在弱阻尼的情况下, 方程(3.27)的解为:

$$W(t) = e^{-\beta t/2} (C_3 \cos \omega_d t + C_4 \sin \omega_d t) + \delta/\gamma^2 \quad (3.28)$$

式中:

$$C_3 = \frac{e^{\beta T/2}}{\omega_d} \cdot \left\{ -\frac{\delta}{\gamma^2} \left( \omega_d \cos \omega_d T - \frac{\beta}{2} \sin \omega_d T \right) - \frac{1}{\beta} \frac{p}{m} [e^{-\beta T} - e^{-\beta(T-\tau)}] \sin \omega_d T \right\}$$

$$C_4 = \frac{e^{\beta T/2}}{\omega_d} \cdot \left\{ -\frac{\delta}{\gamma^2} \left( \omega_d \sin \omega_d T + \frac{\beta}{2} \cos \omega_d T \right) - \frac{1}{\beta} \frac{p}{m} [e^{-\beta T} - e^{-\beta(T-\tau)}] \cos \omega_d T \right\}$$

响应终止时间 $t_f$ 由 $W(t_f)=0$ 确定, 其值为:

$$t_f = \frac{1}{\omega_d} \arctg \frac{\omega_d C_4 - \beta C_3/2}{\omega_d C_3 + \beta C_4/2} \quad (3.29)$$

求出 $t_f$ 后即可求出板的残余变形。

对于 $0 \leq r \leq \rho_0$ 的区域,

$$w = \frac{1}{\beta^2} \frac{p}{m} (e^{-\beta \tau} + \beta \tau - 1) - \frac{1}{\beta} \frac{p}{m} [e^{-\beta T} - e^{-\beta(T-\tau)}] \cdot T_1 \left[ 1 - \frac{2\rho_0}{p} - \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^3 \right] + W \Big|_{t=t_f} \left( 1 - \frac{r}{R} \right) \quad (3.30)$$

而对于 $\rho_0 \leq r \leq R$ 的区域,

$$w = \frac{1}{\beta^2} \frac{p}{m} (e^{-\beta \tau} + \beta \tau - 1) \frac{R-r}{R-\rho_0} - \frac{1}{\beta} \frac{p}{m} [e^{-\beta T} - e^{-\beta(T-\tau)}] T_1 \left( 1 - \frac{r}{R} \right) \left[ \frac{\rho_0}{R} + \frac{3}{2} \left( \frac{\rho_0}{R} \right)^2 \right] + W \Big|_{t=t_f} \left( 1 - \frac{r}{R} \right) \quad (3.31)$$

显然位移的最大值发生在 $r=0$ 处, 在(3.30)中令 $r=0$ 即求得 $w_{\max}$ , 即:

$$w_{\max} = \frac{1}{\beta^2} \frac{p}{m} (e^{-\beta \tau} + \beta \tau - 1) - \frac{1}{\beta} \frac{p}{m} [e^{-\beta T} - e^{-\beta(T-\tau)}] \cdot T_1 \left( 1 - \frac{2\rho_0}{p} \right) + W \Big|_{t=t_f} \quad (3.32)$$

各相末的变形示意图见图3所示。

应该指出的是, 以上诸式中若令 $\beta=0$ 所得结果和无阻尼时完全相同。

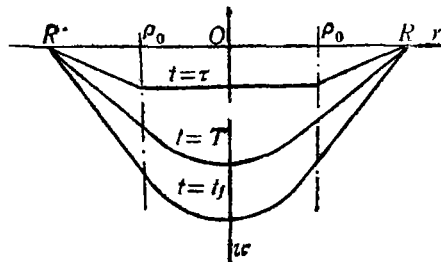


图3 高载情况下各相末变形示意图

### 参 考 文 献

- [1] Nurick, G. N. and J. B. Martin, Deformation of thin plates subjected to impulsive loading—a review, Part I, Theoretical considerations, *Int. J. Impact*

- Engng.*, 8(2) (1989), 159—170.
- [ 2 ] Hopkins, H. G. and W. Prager, On the dynamics of plastic circular plates, *ZAMP*, 5(4) (1954), 317—330.
- [ 3 ] Wang, A. J., The permanent deflection of a plastic plate under blast loading, *J. Appl. Mech.*, 22 (1955), 375—376.
- [ 4 ] 杨桂通、熊祝华, 《塑性动力学》, 清华大学出版社, 北京 (1984).
- [ 5 ] Kumar, A., Dynamic plastic response of circular plates in a damping medium, *Int. J. Impact Engng.*, 8(4) (1987), 285—290.
- [ 6 ] Jones, N., Finite deflections of a simply supported rigid-plastic circular plate loaded dynamically, AD 656731 (1967).
- [ 7 ] 王仁、熊祝华、黄文彬, 《塑性力学基础》, 科学出版社, 北京 (1982).
- [ 8 ] 薛大为, 《板壳理论》, 北京工业学院出版社, 北京 (1988).
- [ 9 ] Hodge, P. G., Yield conditions for rotationally symmetric shells under axisymmetric loading, *J. Appl. Mech.*, (1960), 323—331.

## The Dynamic Plastic Behavior of a Simply Supported Circular Plate in a Damping Medium with Finite-Deflections

Zhao Ya-pu Hsueh Dah-wei  
(*Beijing Institute of Technology, Beijing*)

### Abstract

A theoretical analysis is presented for the dynamic plastic behavior of a simply supported rigid, perfectly plastic circular plate in damping medium with finite-deflections subjected to a rectangular pressure pulse. Analytical solutions of every moving stage under both medium and high loads are developed.

**Key words** simply supported circular plate, damping medium, dynamic plastic response, finite deformation