

# 钝体绕流非定常解

姚德良 卞荫贵

(中国科学院力学研究所, 1990年1月10日收到)

## 摘 要

本文结合目前流场显示的研究课题, 对方块物体和山形物体的钝体绕流在起动阶段的运动情况, 进行相应的数值模拟. 并用有限差分方法求解二维不可压缩流体运动的 N-S 方程的非定常解. 对差分格式中的显式, 隐式和交替方向隐式几种格式进行了讨论. 最后用显式和交替方向隐式方法计算了山形物体和方块物体在起动阶段的运动情况.

**关键词** 钝体绕流 交替方向隐式格式 非定常解

## 一、引 言

钝体绕流在物体后面产生漩涡运动的研究仍很困难, 因为流场比较复杂, 难于用分析的方法求解, 也不容易进行定量的实验研究. 最近由于高速电子计算机的出现和流场显示技术的发展, 研究漩涡运动的工作又逐渐增多起来. 本文结合目前流场显示的研究课题, 配合水洞实验, 在水槽中模拟方块物体和山形物体的钝体绕流, 对起动阶段时的运动情况进行相应的数值模拟.

早期研究二维低速流动问题, 多数采用流函数及涡量为变量, 结果需要求解一个抛物型涡量方程(2.5)以及一个椭圆型的流函数方程(2.7). 这是最简单的 Navier-Stokes 方程, 到目前解法已比较成熟, 但也暴露了一些根本性的困难. 不少作者选用几个模型课题进行研究, 如方块空腔问题<sup>[1][2][3]</sup>, 二维水槽中钝体绕流问题<sup>[4]</sup>, 存在的主要问题是流项用中心差分时出现振荡现象, 而用迎风格式则有格式粘性影响. 还有 Reynolds 数受一定限制, 一般以网格步长为长度的网格 Reynolds 数只能是一般量级, 即  $Re \cdot h \sim O(1)$ .

水槽中台阶绕流的研究工作已有 Greenspan<sup>[5]</sup> 和 Friedman<sup>[6]</sup> 用差分方法求解流函数、涡量方程, 并且对流项用迎风格式计算,  $Re \leq 1000$ . 还有 Hughes<sup>[7]</sup> 等人用有限元法给出不少计算结果, 并且说明用一般方法的缺点及用迎风方法的优点. 最突出的是 Reynolds 数可以算到  $10^7$ . 但正如文献[4]所指出的那样, 这种高  $Re$  数是虚假的, 由于人工粘性的影响, 实际只相当于很低的  $Re$  数.

## 二、基 本 方 程

对于二维不可压缩流动问题, 其基本方程包括一个连续方程和两个动量方程. 设带 \* 号

的为有量纲的物理量, 则无量纲化后相应物理参数为

$$\left. \begin{aligned} u &= u^*/u_0, \quad v = v^*/u_0, \quad x = x^*/L, \quad y = y^*/L \\ p &= p^*/\rho u_0^2, \quad t = t^*u_0/L, \quad \psi = \psi^*/u_0L, \quad \omega = \omega^*L/u_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

其中 $u_0$ ,  $L$ 分别为参数速度和参数长度.

无量纲的基本方程为

$$\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u \quad (2.3a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v \quad (2.3b)$$

式中速度分量 $u$ ,  $v$ 和压力 $p$ 为三个未知量,  $Re = u_0L/\nu$ 为Reynolds数, 这样对任何一组边界条件, 流动就有单一的无量纲参数Reynolds数所表征, 物理参数 $\rho$ 和 $\nu$ 是常数.

将方程(2.3a)对 $y$ 求导, 将方程(2.3b)对 $x$ 求导, 可消去其中的压力, 定义涡量为

$$\omega = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y \quad (2.4)$$

我们得到抛物型涡量方程

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad (2.5a)$$

利用连续方程, 上式还可以写成守恒形式

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( u\omega - \frac{1}{Re} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v\omega - \frac{1}{Re} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.5b)$$

由

$$\partial \psi / \partial y = u, \quad \partial \psi / \partial x = -v \quad (2.6)$$

定义流函数 $\psi$ , 方程(2.4)可以改写成椭圆型Poisson方程

$$\nabla^2 \psi = -\omega \quad (2.7)$$

涡量方程(2.5a)是由非定常项 $\partial \omega / \partial t$ , 对流项 $u\partial \omega / \partial x$ 和 $v\partial \omega / \partial y$ 以及粘性扩散项 $\nabla^2 \omega / Re$ 所组成. 因为 $u$ 和 $v$ 通过方程(2.6)和(2.7)是因变量 $\omega$ 的函数, 所以方程对于对流项是非线性的. 方程对时间是抛物型的, 这提出了初值问题, 从某初始条件开始起步求解. 流函数方程是椭圆型的, 这提出了边值问题, 通常用迭代法求解.

### 三、数值解法

本节主要采用, 矩形网格求解具有规则边界的不可压缩流动问题的基本计算方法. 求解涡量方程(2.5a)和流函数方程(2.7)的方法是不同的, 所以应分开进行讨论. 但是, 从一开始就应注意到, 在实际求解数值流体力学问题时, 这两个耦合问题是有反馈的.

首先引进几个常用的差分算符

$$D_{\pm}^+ u_i = (u_{i+1} - u_i) / \Delta x \quad \text{前向差分}$$

$$D_{\pm}^- u_i = (u_i - u_{i-1}) / \Delta x \quad \text{后向差分}$$

$$D_x^0 u_i = (u_{i+1} - u_{i-1}) / 2\Delta x \quad \text{中心差分}$$

$$D_{\pm}^2 u_i = (u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}) / \Delta x^2 \quad \text{二阶中心差分}$$

$F_{i,j}^n$ 表示在 $x = i\Delta x$ ,  $y = j\Delta y$ 及 $t = n\Delta t$ 的参量 $F$ 的值.

对于求解涡量方程可以用显式方法、隐式方法和交替方向隐式方法:

### 1. 时间前向差分的显式格式

对时间用前向差分, 空间用中心差分的显示格式为

$$D_t^+ \omega_{i,j}^n = -D_x^0(u\omega)_{i,j}^n - D_y^0(v\omega)_{i,j}^n + (D_x^2 + D_y^2)\omega_{i,j}^n / Re \quad (3.1)$$

显式格式计算较简单, 但时间步长 $\Delta t$ 必须满足下列稳定性条件

$$\Delta t \leq [2(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2)/Re + |u|/\Delta x + |v|/y]^{-1} \quad (3.2)$$

所以, 计算速度较慢.

### 2. 时间后向差分的隐式格式

前面叙述的方法是显式的, 因为, 为了将计算推进到 $(n+1)$ 时间层, 只需知道时间层 $(n), (n-1), \dots$ 上的值. 现在我们讨论隐式方法, 由于在空间导数中用了待定值, 因而为了推进计算, 需要求解 $(n+1)$ 层上的联立方程.

如果在方程(2.5a)中完全用新时间层 $(n+1)$ 上的值来计算对流项和粘性扩散项, 时间后向差分的隐式格式为

$$D_t^- \omega_{i,j}^{n+1} = -D_x^0(u\omega)_{i,j}^{n+1} - D_y^0(v\omega)_{i,j}^{n+1} + (D_x^2 + D_y^2)\omega_{i,j}^{n+1} / Re \quad (3.3)$$

隐式格式稳定性能好, 但差分方程组为五对角线的, 加上还要与流函数方程联立求解, 计算不大方便. 因此, 尽管用隐式格式允许大的时间步长, 但是一般需要多次迭代才能解出该步, 所以, 并不比多次使用显式格式有利, 因此隐式格式较少采用.

### 3. 交替方向隐式格式

交替方向隐式格式也称ADI格式, 是目前在粘性流问题中用得最普遍的方法.

交替方向隐式格式分两步来完成, 第一步在 $x$ 方向上用隐式, 第二步再在 $y$ 方向上用隐式, 其格式如下

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \omega_{i,j}^n}{\Delta t/2} &= -D_x^0(u\omega)_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - D_y^0(v\omega)_{i,j}^n \\ &+ \frac{1}{Re} (D_x^2 \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + D_y^2 \omega_{i,j}^n) \end{aligned} \quad (3.4a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t/2} &= -D_x^0(u\omega)_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - D_y^0(v\omega)_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \\ &+ \frac{1}{Re} (D_x^2 \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + D_y^2 \omega_{i,j}^{n+1}) \end{aligned} \quad (3.4b)$$

此格式与完全隐式相比, 优点是每一方程是三对角线的, 所以, 求解比较方便. 同时, 此格式允许较大的时间步长, 可以加快整个计算速度, 而且允许有二阶时间精度. 对简单的矩形区域将广泛地使用它们. 此格式是无条件稳定的.

现在我们来考虑求解流函数 $\psi$ 所满足的椭圆型 Poisson 方程(2.7)的方法. 我们用松弛法求解流函数方程, 在迭代时规定一个扫描顺序, 如取行列顺序, 即先按行号 $i=1, 2, \dots$ , 每行内按列号 $j=1, 2, \dots$ . 这样, 在节点 $(i, j)$ 工作时其邻点 $(i-1, j)$ 和 $(i, j-1)$ 都已有了新值, 因此, 松弛法表示为

$$\psi_{i,j}^{m+1} = \psi_{i,j}^m + \frac{\omega_1}{4} (h^2 \omega_{i,j}^m + \psi_{i-1,j}^{m+1} + \psi_{i,j-1}^{m+1} + \psi_{i+1,j}^m + \psi_{i,j+1}^m - 4\psi_{i,j}^m) \quad (3.5)$$

为了收敛, 要求 $1 \leq \omega_1 \leq 2$ . Frankel 和 Young 都确定了最优值 $\omega_1$ , 他们的最优准则是以最

难下降的误差的渐近减小为根据。最优值 $\omega_1$ 与网格、区域的形状和边界条件的类型有关。计算中取 $\omega_1=1.75$ 时收敛速度最快。

关于参量取值的规定,用显式方法求解山形物体时,流函数 $\psi$ 和涡量 $\omega$ 取在格点上,速度 $u$ 取在每列格点之间,速度 $v$ 取在每行格点之间,对于有些不在所规定点上的量,取法如下:

$$u_{i \pm \frac{1}{2}, j} = (u_{i \pm 1, j + \frac{1}{2}} + u_{i \pm 1, j - \frac{1}{2}} + u_{i, j + \frac{1}{2}} + u_{i, j - \frac{1}{2}}) / 4 \quad (3.6)$$

$$v_{i, j \pm \frac{1}{2}} = (v_{i + \frac{1}{2}, j \pm 1} + v_{i - \frac{1}{2}, j \pm 1} + v_{i + \frac{1}{2}, j} + v_{i - \frac{1}{2}, j}) / 4 \quad (3.7)$$

$$\omega_{i \pm \frac{1}{2}, j} = (\omega_{i \pm 1, j} + \omega_{i, j}) / 2 \quad (3.8)$$

$$\omega_{i, j \pm \frac{1}{2}} = (\omega_{i, j \pm 1} + \omega_{i, j}) / 2 \quad (3.9)$$

用交替方向隐式方法求解方块物体时,流函数 $\psi$ , 涡量 $\omega$ 和速度 $u, v$ 都在格点上取值。

## 四、边界条件

本文用交替方向隐式方法计算了方块物体的钝体绕流在起动阶段的运动情况,物体形状如图1所示。同时,我们用显式方法计算了山形物体的钝体绕流在起动阶段的运动情况,物体形状如图2所示。

下面分别给出求解方程所必须的边界条件:

1. 入口截面 $AE$ 处

$$u_{0, j} = \begin{cases} t^m & (m=3/4, 0 \leq t \leq 1) \\ 1 & (t > 1) \end{cases} \quad (4.1)$$

$$v_{0, j} = 0 \quad (4.2)$$

$$\psi_{0, j} = \begin{cases} t^m(jh) & (m=3/4, 0 \leq t \leq 1) \\ jh & (t > 1) \end{cases} \quad (4.3)$$

其中 $j=0, 1, 2, \dots, N$ 。

2. 出口截面 $DF$ 处

$$u_{M, j} = (\psi_{M, j+1} - \psi_{M, j-1}) / h \quad (4.4)$$

$$v_{M-1, j} = -(\psi_{M, j} - \psi_{M-2, j}) / h \quad (4.5)$$

$$\psi_{M, j} = \psi_{M-4, j} - 2\psi_{M-3, j} + 2\psi_{M-1, j} \quad (4.6)$$

其中 $j=0, 1, 2, \dots, N$ 。

3. 下壁面 $AB'$ 和 $C'D$

①图1中

$$u_{1, 0} = 0 \quad (4.7)$$

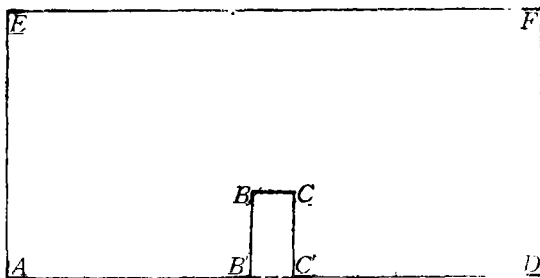


图 1

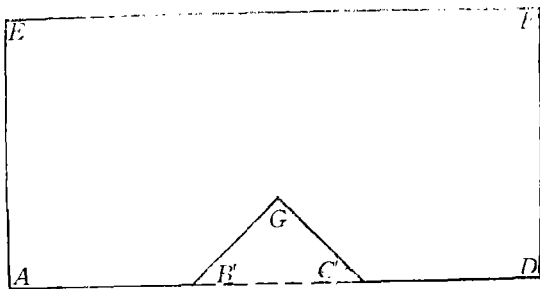


图 2

$$v_{i,0} = 0 \quad (4.8)$$

$$\psi_{i,0} = 0 \quad (4.9)$$

其中  $0 \leq i \leq i_1$  和  $i_2 \leq i \leq M$ ,  $i_1$  和  $i_2$  分别为  $B'$  和  $C'$  上的点.

②图 2 中

$$u_{i,\frac{1}{2}} = \psi_{i,1}/h \quad (4.10)$$

$$u_{i,-\frac{1}{2}} = -u_{i,\frac{1}{2}} \quad (4.11)$$

$$v_{i\pm\frac{1}{2},0} = 0 \quad (4.12)$$

$$\psi_{i,0} = 0 \quad (4.13)$$

其中  $0 \leq i \leq i_1$  和  $i_2 \leq i \leq M$ .

#### 4. 物体表面

①物体表面  $B'BCC'$

$$u_{i,j} = 0 \quad (4.14)$$

$$v_{i,j} = 0 \quad (4.15)$$

$$\psi_{i,j} = 0 \quad (4.16)$$

其中  $i_1 \leq i \leq i_2$  和  $0 \leq j \leq j_B$

②物体表面  $B'GC'$

$$u_{i,j-\frac{1}{2}} = 0 \quad (4.17)$$

$v_{i\pm\frac{1}{2},j}$  作内点计算, 由公式(2.6)求出

$$\psi_{i,j} = 0 \quad (4.18)$$

其中  $i_1 \leq i \leq i_2$  和  $0 \leq j \leq j_B$ .

#### 5. 上壁面 $EF$

①图 1 中

$$u_{i,N} = 0 \quad (4.19)$$

$$v_{i,N} = 0 \quad (4.20)$$

$$\psi_{i,N} = \begin{cases} t^m & (m=3/4, 0 \leq t \leq 1) \\ 1 & (t > 1) \end{cases} \quad (4.21)$$

其中  $i=0, 1, 2, \dots, M$

②图 2 中

$$u_{i,N+\frac{1}{2}} = -u_{i,N-\frac{1}{2}} \quad (4.22)$$

$$v_{i\pm\frac{1}{2},N} = 0 \quad (4.23)$$

$$\psi_{i,N} = \begin{cases} t^m & (m=3/4, 0 \leq t \leq 1) \\ 1 & (t > 1) \end{cases} \quad (4.24)$$

其中  $i=0, 1, 2, \dots, M$ .

所有的  $\omega$  都由公式(2.4)求出.

## 五、计算步骤及结果分析

用显式格式计算山形物体的步骤: 先给定  $t=0$  时流场内各点的初始值, 如取  $\psi_{i,j}=0.0001$ ,  $\omega_{i,j}=0$ , 结合边界条件, 用松弛法求解流函数方程, 即

$$\psi_{i,j}^{n+1} = (\psi_{i-1,j}^{n+1} + \psi_{i,j-1}^{n+1} + \psi_{i+1,j}^n + \psi_{i,j+1}^n + h^2 \omega_{i,j}^n) / 4 \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \psi_{i,j}^{n+1} &= (1 - \omega_1) \psi_{i,j}^n + \omega_1 \psi_{i,j}^{n+1} \\ &= \psi_{i,j}^n (\omega_1 / 4) (h^2 \omega_{i,j}^n + \psi_{i-1,j}^{n+1} + \psi_{i,j-1}^{n+1} + \psi_{i+1,j}^n + \psi_{i,j+1}^n - 4\psi_{i,j}^n) \end{aligned} \quad (5.2)$$

求出新时间  $t=t+\Delta t$  时的流函数  $\psi_{i,j}$  值, 用公式(2.6)求出  $u_{i,j}$  和  $v_{i,j}$ . 再用显式格式的涡量方程

$$\begin{aligned} \omega_{i,j}^{n+1} &= \left(1 - \frac{4\Delta t}{h^2 Re}\right) \omega_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{2h} \left[ (u\omega)_{i+\frac{1}{2},j}^n \right. \\ &\quad \left. - (u\omega)_{i-\frac{1}{2},j}^n + (v\omega)_{i,j+\frac{1}{2}}^n - (v\omega)_{i,j-\frac{1}{2}}^n \right] \\ &\quad + \frac{\Delta t}{h^2 Re} [\omega_{i+1,j}^n + \omega_{i-1,j}^n + \omega_{i,j+1}^n + \omega_{i,j-1}^n] \end{aligned} \quad (5.3)$$

其中  $h=\Delta x=\Delta y$ , 求出在流场内各节点上的涡量值, 最后求各类边界上的涡量值. 如此重复以上步骤, 反复迭代, 直到所要求的时间或达到了定常态的收敛准则.

用交替方向隐式方法计算方块物体的步骤: 先给出  $t=0$  时的初始值, 计算  $t=t+\Delta t/2$  时边界上的涡量值, 把方程(3.4a)化为三对角方程:

$$A_{i,j} \omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + B_{i,j} \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_{i,j} \omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} = G_{i,j} \quad (5.4)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{i,j} &= -\left(-\frac{\Delta t}{4\Delta x} u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{2Re\Delta x^2}\right), \quad B_{i,j} = 1 + \frac{2\Delta t}{2Re\Delta x^2} \\ C_{i,j} &= \frac{\Delta t}{4\Delta x} u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{2Re\Delta x^2} \\ G_{i,j} &= \omega_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{4\Delta y} (v_{i,j}^n \omega_{i,j+1}^n - v_{i,j}^n \omega_{i,j-1}^n) \\ &\quad + \frac{\Delta t}{2Re\Delta y^2} (\omega_{i,j+1}^n - 2\omega_{i,j}^n + \omega_{i,j-1}^n) \end{aligned}$$

用追赶法求解方程(5.4)得流场内点的涡量值. 计算边界上的流函数值, 再用松弛法求解方程(5.2)得出流场内的流函数, 用公式(2.6)求出  $u_{i,j}$  和  $v_{i,j}$ , 接下去计算  $t=t+\Delta t$  时边界上的涡量值, 把方程(3.4b)化为三对角线方程:

$$AA_{i,j} \omega_{i,j-1}^{n+1} + BB_{i,j} \omega_{i,j}^{n+1} + CC_{i,j} \omega_{i,j+1}^{n+1} = GG_{i,j} \quad (5.5)$$

其中

$$\begin{aligned} AA_{i,j} &= -\left(\frac{\Delta t}{4\Delta y} v_{i,j}^{n+1} + \frac{\Delta t}{2Re\Delta y^2}\right), \quad BB_{i,j} = 1 + \frac{2\Delta t}{2Re\Delta y^2} \\ CC_{i,j} &= \frac{\Delta t}{4\Delta y} v_{i,j}^{n+1} - \frac{\Delta t}{2Re\Delta y^2} \end{aligned}$$

$$GG_{i,j} = \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{4\Delta x} u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} (\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}) \\ + \frac{\Delta t}{2Re\Delta x^2} (\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}})$$

用追赶法求解(5.5)得出新的涡量值。计算边界上的流函数，用松弛法求解(5.2)得新的流函数，由公式(2.6)求出 $u$ 和 $v$ 。如此循环直到计算到了所要求的时间或达到了定常态的收敛准则。

用显式格式计算山形物体时，给定 $t=0$ 的初始条件，从 $t=0.002$ 开始计算，时间步长受稳定限制，必须满足关系式(3.2)，所以显式格式的时间步长比交替方向隐式格式的时间步长要小，计算速度要慢。但对形状不规则的区域，交替方向隐式格式程序较复杂，因此显式格式更引人注意。

在用交替方向隐式方法计算方块物体绕流时，取了几种不同的 $Re$ 数，当 $Re=100$ 和 $Re=500$ 时，收敛速度较快，计算结果较好。图3和图4给出了 $Re$ 数为500时的方块物体绕流的流线图，开始产生主涡，随着时间的增加出现三个漩涡现象，即一个主涡和两个二次涡。同时，我们对 $Re=5000$ 时进行了计算，发现收敛速度较慢。

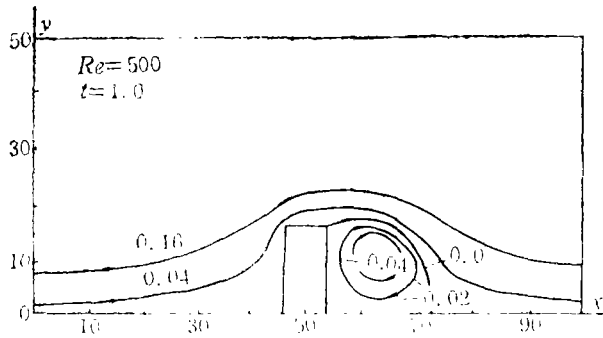


图 3

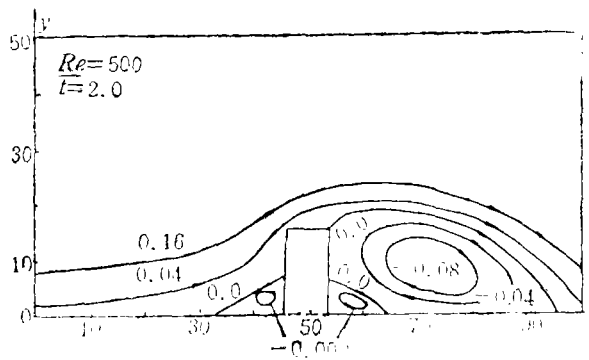


图 4

用显式格式计算山形物体绕流时，取 $Re$ 为500进行了计算，图5至图8给出了山形物体绕流的流线图。当 $t=0.5$ 时，山体右边出现一个气穴；随着时间的不断增加，逐渐形成分离流回流区；在回流区中出现主涡，主涡由小变大，并且往下游移动；同时山体右边出现与主涡方向相反的二次涡，二次涡随着时间的增加逐渐向底部移动；而且在山体左边也出现了一个较小的二次涡，这种出现三个旋涡的现象和方块物体绕流的情况相似。

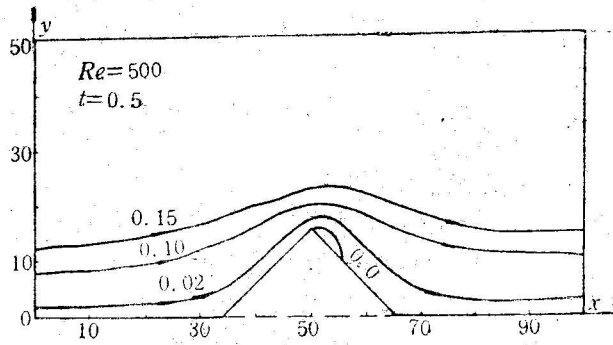


图 5

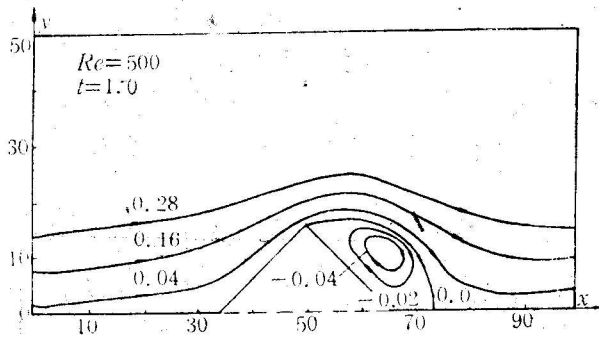


图 6

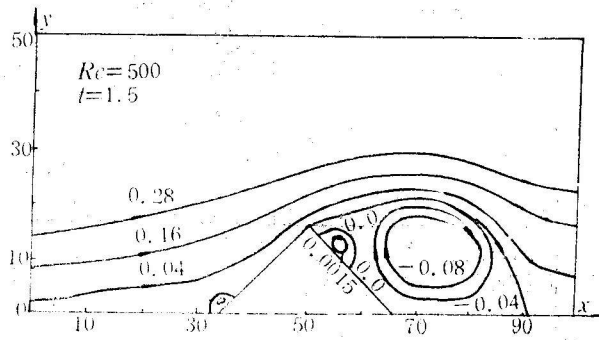


图 7

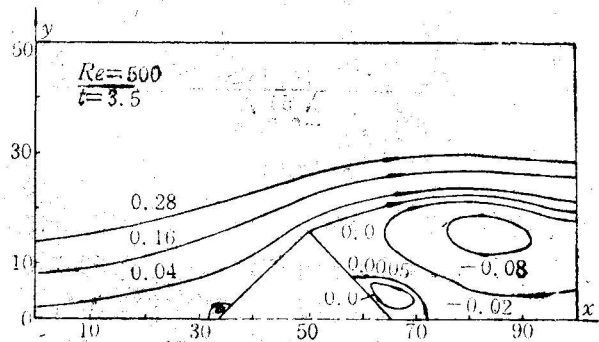


图 8



## 参 考 文 献

- [ 1 ] Davis, G. De Vahl and G. D. Mallinson, An evaluation of upwind and central difference approximations by a study of recirculating flow, *Computers & Fluids*, **4**, 1 (1976), 29—43.
- [ 2 ] Nallasamy, M. and K. Krishna Prasad, On cavity flow at high Reynolds numbers, *J. F. M.*, **79**, 2 (1977), 391—414.
- [ 3 ] Tuann, Shih-yu and Mervynd D. Olson, Review of computing methods for recirculating flows, *J. Comput. Phys.*, **29**, 1 (1978), 1—19.
- [ 4 ] Leone, John M., Jr. and Philip M. Gresho, Finite element simulations of steady, two-dimensional, viscous incompressible flow over a step, *J. Comput. Phys.*, **41**, 1 (1981), 167—191.
- [ 5 ] Greenspan, D., Numerical studies of steady, viscous, incompressible flow in a channel with a step, *J. Engrg. Math.*, **3**, 1 (1969), 21—28.
- [ 6 ] Friedman, M., Laminar flow in a channel with a step, *J. Engrg. Math.*, **6**, 3 (1972), 285—290.
- [ 7 ] Hughes, Finite element analysis of incompressible viscous flows by the penalty function formulation, *J. Comput. Phys.*, **30**, 1 (1979), 1—60.

## Computation of Unsteady Flow past Blunt Bodies

Yao De-liang    Bian Yin-gui

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing*)

### Abstract

In accordance with the recent experimental research for flow visualization, the unsteady behavior of the starting period is investigated numerically for flow past blunt bodies. Finite difference methods are employed to solve the unsteady two-dimensional incompressible Navier-Stokes equations. A short discussion is presented of explicit, implicit and ADI methods. Finally, the explicit and ADI schemes are used to study the flow field in the starting period for flow past mountain-shaped and rectangular bodies.

**Key words** blunt body, ADI method, unsteady flow, computational fluid mechanics