

横向剪变形对具有一小圆孔的浅壳 应力集中系数的影响*

卢文达 程尧舜

(上海工业大学, 上海市应用数学和力学研究所, 1990年3月28日收到)

摘 要

本文导出了分析及横向剪变形的浅壳小孔应力集中问题的简化方程。对浅球壳和圆柱壳带一小圆孔的情况, 获得了方程的级数形式通解。对均匀内压作用下的圆柱壳, 求得了小圆孔边上应力集中系数的近似显式解, 并计算了数值结果。

关键词: 壳 横向剪变形 应力集中

一、引 言

Reissner 和 Wan^[1]提出了计及横向剪变形、二维各向同性、线性浅壳理论的一组方程。用这一组方程, Reissner 和 Wan^[2]研究了带一小圆孔浅球壳的横向扭转和切向剪切问题, 给出了这两个问题的应力集中系数, 并发现横向剪变形对应力集中有很大的影响。

用 Reissner 和 Wan 的方程去研究带小孔浅壳问题是很困难的。本文为分析应力集中问题, 导出了一组简化方程。这一组方程在形式上非常类似于浅薄壳理论的方程, 这就使得我们有可能用在薄壳理论中所用方法来解这一组简化方程。

对一受均匀内压的圆柱壳, 其中面半径为 R 、弯曲刚度为 D 、膜柔度系数为 B 、横向剪切柔度系数为 A , 上面有一半径为 a 的小圆孔, 和球壳问题一样, 我们发现应力集中系数是三个无量纲参数的函数。这些参数是 $\mu = a / (\sqrt{DB} \sqrt{R})$, $\lambda = \sqrt{2/(1-\nu)} a / \sqrt{DA}$ 和 Poisson 比 ν 。对横向均匀的壳体, 壁厚为 h 、杨氏模量为 E 、剪切弹性模量为 G , 则 D , B 和 A 有如下形式

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad B = \frac{1}{Eh}, \quad A = \frac{6}{5Gh}$$

从而有

$$\mu = \sqrt[4]{12(1-\nu^2)} \frac{a}{\sqrt{Rh}}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{20(1+\nu)}{E/G}} \frac{a}{h}$$

* 创刊十周年暨一百期纪念特刊(Ⅱ)论文。

本文为 IASS 会议论文, 西班牙马德里, 1989年。

显然, 极限情况 $\lambda = \infty$ 对应于横向剪变形影响不存在或可略去的情况。因此下面计算的结果 $K(\lambda, \mu, \nu)$ 包含了徐秉汉等在[3]中对 $K(\infty, \mu, \nu)$ 计算的结果。

二、分析均匀各向同性、带孔浅壳应力集中问题的方程

在计及横向剪变形的浅壳理论中, 膜力、横向剪力和内力矩的表达式如下

$$N_{11} = K_{,22}, \quad N_{22} = K_{,11}, \quad N_{12} = N_{21} = -K_{,12} \quad (2.1a, b, c)$$

$$Q_1 = -D(\nabla^2 V)_{,1} + \chi_{,2}, \quad Q_2 = -D(\nabla^2 V)_{,2} - \chi_{,1} \quad (2.2a, b)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{11} &= -D(V_{,11} + \nu V_{,22}) + (1-\nu)AD\chi_{,12} \\ M_{22} &= -D(V_{,22} + \nu V_{,11}) - (1-\nu)AD\chi_{,12} \\ M_{12} &= -(1-\nu)DV_{,12} + (1-\nu)AD(\chi_{,22} - \chi_{,11})/2 \end{aligned} \right\} \quad (2.3a, b, c)$$

其中

$$V = W + AD[\nabla^2 W + A\mathcal{L}K] \quad (2.4)$$

$$\mathcal{L} = Z_{,22}(\quad)_{,11} - 2Z_{,12}(\quad)_{,12} + Z_{,11}(\quad)_{,22}$$

Z 表示壳中面, K, W 和 χ 满足下列方程

$$D\nabla^2 \nabla^2 W - \mathcal{L}K + AD\nabla^2 \mathcal{L}K = 0 \quad (2.5)$$

$$B\nabla^2 \nabla^2 K + \mathcal{L}W = 0, \quad (1-\nu)AD\nabla^2 \chi/2 - \chi = 0 \quad (2.6a, b)$$

设中面半径的量级为 R 、壳厚为 h , 开有孔口大小量级为 a 的小孔。如果研究的是孔边附近的小区域, 则式(2.5)中, 第一项和第三项的量级分别为 DW/a^4 , $ADK/(Ra^4)$ 。又由方程(2.6a)知 $BK/a^4 \sim W/Ra^2$, 故方程(2.5)中第一项和第三项的量级比为 $(5/12(1+\nu)) \cdot (R/a)^2$ 。一般说来, R/a 是很大的 ($R/a \gg 1$ 则 $(5/12(1+\nu)) \cdot (R/a)^2 \gg 1$), 因此可略去方程(2.5)中的第三项。由此导出

$$D\nabla^2 \nabla^2 W - \mathcal{L}K = 0 \quad (2.7)$$

有孔壳体的应力状态由两部分组成。一部分是无孔情况下的应力状态。另一部分是由于孔的存在, 在孔附近引起的应力扰动。随着离孔距离的增加, 这种扰动迅速衰减, 具有局部性质。方程(2.6a, b)、(2.7)是在孔附近成立的, 因此, 如果我们要求的是孔引起的应力扰动, 只要 a/R 较小, 就可用上述方程组代替方程组(2.6a, b)、(2.5)来求壳的应力扰动。方程(2.6a)及(2.7)在形式上和薄浅壳的方程完全一样, 故可用现有的方法来求解。

三、球壳开小圆孔问题的解

对浅球壳问题, 用[4]中的方法, 我们可以把方程(2.6a)和(2.7)中的 W 和 K 表示成

$$W = \omega + \psi, \quad K = \phi - RD\nabla^2 \omega \quad (3.1a, b)$$

其中 ψ 和 ϕ 是调和函数, 而 ω 是下式的解

$$R^2 BD\nabla^2 \nabla^2 \omega + \omega = 0 \quad (3.2)$$

下面在极坐标 (r, θ) 中来研究问题。引入无量纲参数

$$\rho = \frac{r}{a}, \quad \lambda = \sqrt{10} \frac{a}{h}, \quad \mu = \sqrt{12(1-\nu^2)} \frac{a}{\sqrt{Rh}}$$

如果我们研究的是孔引起的局部应力变化, 且问题关于 $\theta=0$ 对称, 则 ω, ψ, ϕ 和 χ 可表示成

$$\psi = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \rho^{-n} \cos n\theta \quad (3.3a)$$

$$\phi = D_{10}\theta + D_{20} \ln \rho - \frac{a^2 B_{21} \rho}{RB(1+\nu)} [\theta \sin \theta - \ln \rho \cos \theta] + D_{11} \rho \cos \theta + \sum_{n=1}^{\infty} D_{2n} \rho^{-n} \cos n\theta \quad (3.3b)$$

$$\chi = \sum_{n=1}^{\infty} A_n K_n(\lambda \rho) \sin n\theta \quad (3.3c)$$

$$\omega = \sum_{n=0}^{\infty} [C_{1n} H_n^{(1)}(\sqrt{i} \mu \rho) + C_{2n} K_n(\sqrt{i} \mu \rho)] \cos n\theta \quad (3.3d)$$

在这些表达式中, $B_n, D_{10}, D_{11}, D_{2n}, A_n, C_{1n}$ 和 C_{2n} 是积分常数。在表达式(3.3a, b, c, d)中, 交换 \cos 和 \sin 的位置, 我们可得关于 $\theta = \pi/2$ 对称问题的解。

应用上面的解于文献[2]、[5]研究过的带小圆孔浅球壳横向扭转问题, 我们很容易得这一问题的应力集中系数。

$$K_b = \frac{(1+\nu) \left(1 - \frac{4}{(1-\nu)^2} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^4\right) - \frac{2(1+\nu)\mu^2}{(1-\nu)\lambda^2} f_2}{\left[1 - \frac{4}{(1-\nu)^2} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^4\right] \frac{f}{2} - \frac{\mu^2 f}{(1-\nu)\lambda^2} f_2 + \left[(1-\nu) \left(1 - \frac{4}{(1-\nu)^2} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^4\right) + \frac{(f-1)\mu^4}{(1-\nu)\lambda^2}\right] f_1} \quad (3.4a)$$

$$K_m = \frac{\frac{f_2}{\left[1 - \frac{4}{(1-\nu)^2} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^4\right] \frac{f}{2} - \frac{\mu^2 f}{(1-\nu)\lambda^2} f_2 + \left[(1-\nu) \left(1 - \frac{4}{(1-\nu)^2} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^4\right) + \frac{(f-1)\mu^4}{(1-\nu)\lambda^2}\right] f_1}}{\sqrt{\frac{1-\nu^2}{3}}} \quad (3.4b)$$

其中

$$f = 2 - \frac{2}{\lambda} \frac{K_1(\lambda)}{K_2(\lambda)}$$

$$g_1 = \text{kei}'(\mu) \text{ker}_2(\mu) - \text{ker}'(\mu) \text{kei}_2(\mu), \quad g_2 = -[\text{kei}'(\mu) \text{kei}(\mu) + \text{ker}'(\mu) \text{ker}(\mu)]$$

$$f_1 = \frac{(\text{ker}'(\mu))^2 + (\text{kei}'(\mu))^2}{-2\mu g_1}, \quad f_2 = \frac{g_2}{g_1}$$

令 $\lambda \rightarrow \infty$, 则(3.4a, b)化成

$$K_b = \frac{1+\nu}{1+(1-\nu)f_1}, \quad K_m = \sqrt{\frac{1-\nu^2}{3}} \frac{f_2}{1+(1-\nu)f_1} \quad (3.5a, b)$$

式(3.5a, b)和[5]中的结果完全相同。对实际问题, 下面两式总能成立:

$$a/R < 2/5, \quad h/R < 1/3$$

在上面两式表示的范围内, 用式(3.4)算得的结果和[2]的结果完全一致(见图1)。这也在某种意义上说明了前面的简化方程是足够精确的。

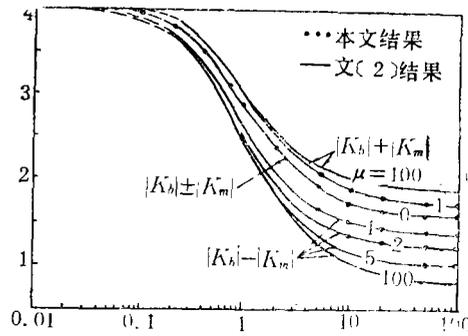


图1 在横向扭转情况下, 带小圆孔浅球壳的应力集中系数的最大最小值。 $\nu=0.3$ 。

四、圆柱壳开一小圆孔问题的解

引入一复函数

$$\sigma = W - iK/\sqrt{DEh} \quad (4.1)$$

则方程(2.6a)和(2.7)可合写成

$$\nabla^2 \nabla^2 \sigma - (i/\sqrt{DB}) \mathcal{L}\sigma = 0 \quad (4.2)$$

按图2取坐标系, 且作变换

$$x/R = \rho \cos \theta, \quad \varphi = \rho \sin \theta \quad (4.3a, b)$$

如果研究的问题关于 $\theta=0$ 对称, 则[3]中已列出了方程(4.2)的解:

$$\begin{aligned} \text{Im}\sigma = & \frac{2A_{00}}{\pi} \left(\ln \frac{\rho}{\rho_0} + \ln \frac{\xi \rho_0 \gamma}{\sqrt{2}} \right) - \frac{A_{10}}{\pi} (1 + \cos 2\theta) - \frac{2B_{21}}{\pi} \frac{\cos 2\theta}{\rho^2} \\ & + \xi^2 \left[-\frac{A_{00}\rho^2}{4} (2 + \cos 2\theta) + \frac{A_{10}\rho^2}{4} (1 + \cos 2\theta) + \frac{2A_{01}}{\pi} \left(\ln \frac{\rho}{\rho_0} + \ln \frac{\xi \rho_0 \gamma}{\sqrt{2}} \right) \right. \\ & \left. + \frac{B_{01}}{2} - \frac{2B_{22}}{\pi} \frac{\cos 2\theta}{\rho^2} - \frac{A_{11}}{\pi} (1 + \cos 2\theta) \right] \quad (4.4a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Re}\sigma = & \frac{\xi^2}{\pi} \left\{ \frac{\pi A_{01}}{2} - 2B_{01} \ln \frac{\xi \rho_0 \gamma}{\sqrt{2}} + B_{11} - \frac{B_{21}}{2} + A_{00}\rho^2 \left(2 \ln \frac{\rho}{\rho_0} + 2 \ln \frac{\xi \rho_0 \gamma}{\sqrt{2}} - 1 \right) \right. \\ & - 2B_{01} \ln \frac{\rho}{\rho_0} + A_{10}\rho^2 \left(\frac{1}{4} - \ln \frac{\rho}{\rho_0} - \ln \frac{\xi \rho_0 \gamma^2}{\sqrt{2}} \right) + \left[A_{00}\rho^2 \left(\ln \frac{\rho}{\rho_0} + \ln \frac{\xi \rho_0 \gamma}{\sqrt{2}} \right) \right. \\ & \left. + A_{10}\rho^2 \left(\frac{1}{6} - \ln \frac{\rho}{\rho_0} - \ln \frac{\xi \rho_0 \gamma}{\sqrt{2}} \right) + B_{11} - \frac{2A_{22}}{\rho^2} - \frac{4A_{12}}{\rho^2} \right] \cos 2\theta \\ & \left. - \left(\frac{\rho^2}{12} A_{10} + \frac{B_{21}}{2} + \frac{4A_{32}}{\rho^2} + \frac{24B_{42}}{\rho^4} \right) \cos 4\theta \right\} \quad (4.4b) \end{aligned}$$

其中 $\rho_0 = a/R$, $\xi = \sqrt{3(1-\nu^2)}/2\sqrt{R/h}$, 而 A_{00} , A_{01} , A_{10} , A_{11} , B_{01} , B_{11} , B_{21} , B_{43} , A_{22} , A_{32} 是待定常数, $\ln \gamma = 0.57722$ 。虽然下面我们将用表达式(4.4), 但为了得到更精确的解, 我们可以采用[6]中的方法去求解方程(4.2)。对应于(4.4a, b), 方程(2.6)的解可写成

$$\chi = C_2 K_2(\eta \xi^2 \rho) \sin 2\theta + C_4 K_4(\eta \xi^2 \rho) \sin 4\theta \quad (4.5)$$

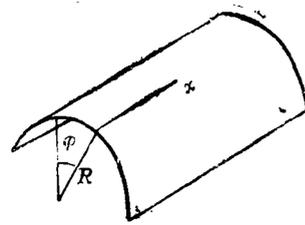


图 2

其中 $\eta = 4\sqrt{10/3(1-\nu^2)}$

下面我们限于研究不太厚的壳，则通过量级分析知 V 的表达式可以简化成

$$V = W + AD\nabla^2 W$$

因此内力分量可以表示成

$$\left. \begin{aligned} N_\rho &= \frac{Eh}{2\alpha^2 R} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \text{Im}\sigma, & N_\theta &= \frac{Eh}{2\alpha^2 R} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \text{Im}\sigma \\ N_{\rho\theta} &= -\frac{Eh}{2\alpha^2 R} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \text{Im}\sigma \end{aligned} \right\} \quad (4.6a, b, c)$$

$$Q_\rho = -\frac{D}{R^3} \frac{\partial}{\partial \rho} \nabla^2 V + \frac{1}{R} \frac{\partial \chi}{\partial \theta}, \quad Q_\theta = -\frac{D}{R^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \nabla^2 V - \frac{1}{R} \frac{\partial \chi}{\partial \rho} \quad (4.7a, b)$$

$$\begin{aligned} M_\rho &= -\frac{D}{R^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \nu \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\nu}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(1 + \frac{AD\nabla^2}{R^2} \right) \text{Re}\sigma \\ &\quad + \frac{AD}{R^2} (1-\nu) \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \chi \end{aligned} \quad (4.8a)$$

$$\begin{aligned} M_\theta &= -\frac{D}{R^2} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \right) \left(1 + \frac{AD\nabla^2}{R^2} \right) \text{Re}\sigma \\ &\quad - \frac{AD}{R^2} (1-\nu) \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \chi \end{aligned} \quad (4.8b)$$

$$\begin{aligned} M_{\rho\theta} &= -\frac{D}{R^2} (1-\nu) \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \left(1 + \frac{AD}{R^2} \nabla^2 \right) \text{Re}\sigma \\ &\quad + \frac{(1-\nu)AD}{R^2} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \chi - \chi \end{aligned} \quad (4.8c)$$

其中 $\alpha = 2\xi$

五、内压作用下的带圆孔圆柱壳的应力集中

承受均匀内压 P 作用的两端封闭圆柱壳，在没有小圆孔时，内力分量只有两个不为零。

$$N_x = PR/2, \quad N_\varphi = PR$$

在坐标系 (ρ, θ) 中，有

$$N_\rho = \frac{3}{4} PR - \frac{1}{4} PR \cos 2\theta, \quad N_\theta = \frac{3}{4} PR + \frac{1}{4} PR \cos 2\theta, \quad N_{\rho\theta} = \frac{1}{4} PR \sin 2\theta \quad (5.1a, b, c)$$

有孔时的内力状态是上式结果和由孔引起的内力变化的迭加。

对薄膜力，在孔边上有边界条件

$$\rho = \rho_0, \quad N_\rho = N_{\rho\theta} = 0 \quad (5.2)$$

把式(4.6a, c)和(5.1a, c)进行迭加，然后代入上式可解得

$$\left. \begin{aligned} A_{00} &= \frac{3\pi PR^2 \rho_0^2 \xi^2}{Eh}, & A_{10} &= \frac{-2\pi PR^2 \rho_0^2 \xi^2}{Eh}, & B_{21} &= \frac{\pi PR^2 \rho_0^4 \xi^2}{Eh} \\ A_{01} &= \frac{2\pi^2 PR^2 \rho_0^4 \xi^2}{Eh}, & A_{11} &= \frac{-5\pi^2 PR^2 \rho_0^4 \xi^2}{2Eh}, & B_{22} &= \frac{5\pi^2 PR^2 \rho_0^4 \xi^2}{8Eh} \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

把上面求得的常数代入式(4.6), 可求得 N_θ , 从而得膜力集中系数

$$K_m = \frac{N_\theta}{N_\varphi} = \frac{5}{2} + \frac{9\pi\rho_0^3\xi^2}{4} \quad (5.4)$$

在此求得的薄膜力集中系数和用不计横向剪切变形的薄壳理论得到的结果相同。

对弯矩及剪力, 在孔边上有条件

$$\rho = \rho_0, \quad M_\rho = M_{\rho\theta} = 0, \quad Q_\rho = -PR\rho_0/2 \quad (5.5)$$

把式(4.8a,c)和(4.7a)代入上面的条件, 可解得

$$\frac{B_{11}}{\rho_0^2} = \frac{1}{4f_3 + 2(1+\nu)} \left\{ \left[\frac{71}{3} - \frac{11}{3}\nu + 20(1-\nu)\ln\frac{\xi\rho_0\gamma}{\sqrt{2}} \right] \frac{a^2}{h} - \frac{8(3-\nu)}{1-\nu} h - \frac{16fh}{1-\nu} \right\} \frac{\pi P\xi^2}{\pi} \quad (5.6a)$$

$$\frac{A_{32}}{\rho_0^2} = \frac{1}{12(1+\nu) + 24g} \left[g(16AD - a^2) - 8(1-2\nu)AD \right] \frac{\pi P\xi^2}{Eh} \quad (5.6b)$$

其中

$$f_3 = 1 - \frac{2}{\lambda} \frac{K_1(\lambda)}{K_2(\lambda)}, \quad g = 1 - \frac{6}{\lambda} \frac{K_3(\lambda)}{K_4(\lambda)}$$

在孔边上, 利用(4.8a,b)及边界条件, 我们得到 $M_{\theta\theta}$ 的一个简单表达式

$$M_\theta = -\frac{D}{R^2} (1+\nu) \nabla^2 \left(1 + \frac{AD}{R^2} \nabla^2 \right) \text{Re}\sigma|_{\rho=\rho_0} \quad (5.7)$$

利用式(5.7)、(5.3)、和(5.6a,b), 我们求得了弯曲应力集中系数

$$\begin{aligned} K_b &= \frac{6M_\theta}{h^2} / \frac{PR}{h} \\ &= -\frac{3(1+\nu)a^2}{16Rh} \left\{ 9 + 16\ln\frac{\xi\rho_0\gamma}{\sqrt{2}} + \left[10 - \frac{1}{2f+1+\nu} \left(\frac{71}{3} - \frac{11}{3}\nu + 20(1-\nu)\ln\frac{\xi\rho_0\gamma}{\sqrt{2}} - \frac{8(3-\nu)}{1-\nu} \frac{h^2}{a^2} - \frac{16f}{1-\nu} \frac{h^2}{a^2} \right) \cos 2\theta + \left[1 + \frac{2}{1+\nu+2g} \left(g \left(\frac{16AD}{a^2} - 1 \right) - 1 - 8(1-2\nu) \frac{AD}{a^2} \right) \right] \cos 4\theta \right\} + \frac{3(1+\nu)}{10(1-\nu)} \frac{h}{R} (5\cos 2\theta + 4\cos 4\theta) \end{aligned} \quad (5.8)$$

若取 $\nu=0.3$ 及 $\theta=0$ 或 $\theta=\pi/2$, 则 K_b 的最大最小值为

$$\begin{aligned} (K_b)_{\theta=0} &= \frac{-3.9a^2}{16Rh} \left\{ 16.6172 + 16\ln\rho_0\sqrt{\frac{R}{h}} - \frac{1}{2f+1.3} \left[19.6067 + 16\ln\rho_0\sqrt{\frac{R}{h}} - (30.8571 + 22.8571f) \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right] + \frac{2}{1.3+2g} \left[g \left(4.57143 \left(\frac{h}{a} \right)^2 - 1 \right) - 1 - 0.914286 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right] - 20.571 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (5.9a)$$

$$\begin{aligned}
 (K_b)_{\theta=\pi/2} = & \frac{-3.9a^2}{16Rh} \left\{ -3.3828 + 16 \ln \rho_0 \sqrt{\frac{R}{h}} + \frac{1}{2f+1.3} \left[19.6067 \right. \right. \\
 & \left. \left. + 16 \ln \rho_0 \sqrt{\frac{R}{h}} - (30.8571 + 22.8571f) \left(\frac{h}{a}\right)^2 \right] \right. \\
 & \left. + \frac{2}{1.3+2g} \left[g \left(4.57143 \left(\frac{h}{a}\right)^2 - 1 \right) - 1 - 0.914286 \left(\frac{h}{a}\right)^2 \right] \right. \\
 & \left. + 0.22857 \frac{10h^2}{a^2} \right\} \quad (5.9b)
 \end{aligned}$$

如果 $a \gg h$ (即 $h/a \rightarrow 0$), 则从(5.9a, b)可得

$$\left. \begin{aligned}
 (K_b)_{\theta=0} = & -\frac{a^2}{Rh} \left(2.30676 + 2.86592 \ln \rho_0 \sqrt{\frac{R}{h}} \right) \\
 (K_b)_{\theta=\pi/2} = & -\frac{a^2}{Rh} \left(0.32821 + 4.93409 \ln \rho_0 \sqrt{\frac{R}{h}} \right)
 \end{aligned} \right\} \quad (5.10a, b)$$

上述结果和[3]中用薄壳理论所得结果一致。

用式(5.9b)计算的结果示于图3中。很明显, 如果 λ 较小, 则本文结果和[3]中用薄壳理论所得结果相差较大, 如果 λ 较大, 则这种差别趋于零。

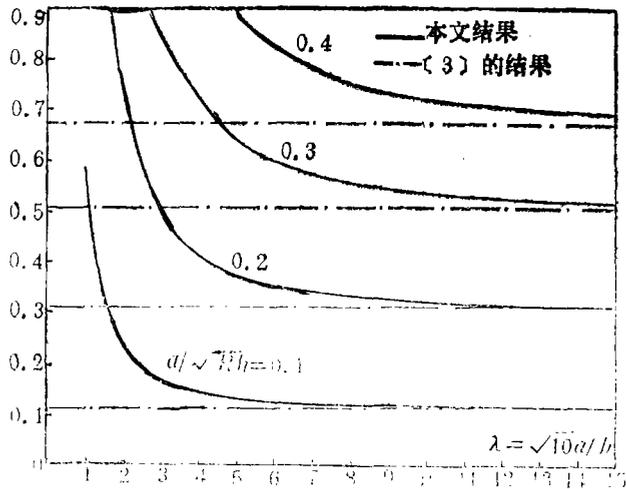


图3 $\theta = \pi/2, \nu = 0.3$ 时的弯曲应力集中系数 K_b

参 考 文 献

- [1] Reissner, E. and F. Y. M. Wan, A note on the linear theory of shallow shear-deformable shells, *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)*, 33 (1982), 425—427.
- [2] Reissner, E. and F. Y. M. Wan, On the effect of transverse shear deformability on stress concentration factors for twisted and sheared shallow spherical shells, *Journal of Applied Mechanics (ASME)*, 53 (1986), 597—601.
- [3] 徐秉汉、裴俊厚、朱邦俊, 《壳体开孔的理论与实验》, 北京, 国防工业出版社 (1987).
- [4] Reissner, E., On the determination of stresses and displacements for unsym-

- metrical deformations of shallow spherical shells, *Journal of Mathematics and Physics*, 38 (1959), 16—35.
- [5] Reissner, E., On the transverse twisting of shallow spherical ring caps, *Journal of Applied Mechanics*, 47 (1980), 101—105.
- [6] 钱令希等, 圆柱壳开孔问题——单圆孔基本解, 大连工学院学报, 3, 4 (1965).

The Effect of Transverse Shear Deformation on Stress Concentration Factors for Shallow Shells with a Small Circular Hole

Loo Wen-da Cheng Yao-shun

(*Shanghai Institute of Appl. Math. Mech., Shanghai University of Technology, Shanghai*)

Abstract

Simplified equations are derived for the analysis of stress concentration for shear-deformable shallow shells with a small hole. General solutions of the equations are obtained, in terms of series, for shallow spherical shells and shallow circular cylindrical shells with a small circular hole. Approximate explicit solutions and numerical results are obtained for the stress concentration factors of shallow circular cylindrical shells with a small hole on which uniform pressure is acting.

Key words shells, transverse shear deformation, stress concentration