

# 180°弯曲方管牛顿流体及一种非牛顿流体 湍性流动的数值模拟\*

冯 桐 钱伟长 孙厚钧

(上海工业大学; 上海市应用数学和力学研究所, 1989年5月12日收到)

## 摘 要

运用湍流 $k-\epsilon$ 模式及实测壁面函数分别模拟牛顿流体(清水)及一种非牛顿流体(聚合物稀薄减阻溶液)流经180°弯曲方管的湍性流动, 取得与实测速度分布吻合较好的结果. 对于湍流模式对存在大涡的复杂流动的适应性, 根据计算和试验结果进行了分析和讨论.

关键词 湍流 牛顿流体 数值模拟

## 一、引 言

弯曲管流动是工程和生活中常见的流动现象, 并且其流动介质往往不局限于牛顿流体(例如: 水和空气), 许多情况流动介质是本构关系更复杂的非牛顿流体, 譬如人类心脏血管系统的关键器官——主动脉弓中血液流动便是一例. 近年来病理学和生物流体力学的研究人员对于上述流动形态与动脉粥样硬化病变的内在联系, 进行了有意义的探索<sup>[1]</sup>. 由于弯曲管流动属于三维流动, 再加上流动介质物性复杂, 使得流场试验测量进行困难, 并且工作量相当巨大. 在试验测量难以发展的情况下, 流动数值模拟显示出其独到优越性.

本项研究可视为数值试验, 其基本思路是试图以不同的实际测量得到的速度分布壁面律, 归纳为壁面函数, 做为运用 $k-\epsilon$ 二方程模式求解弯管湍性流场的边界条件, 分别模拟水和聚合物稀溶液的不同流动物性, 计算结果与实测结果进行比较分析.

## 二、控 制 方 程

计算控制方程中引入了各向同性有效粘性系数 $\mu_{eff}$ , 联系应变率张量以表达总应力张量. 总应力包括湍应力和粘性应力. 为了计算方便, 采用了如图1的坐标系统.

控制方程

$$\text{连续方程} \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{v_x}{R} + \frac{\partial v_\theta}{R\partial\theta} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

动量方程

$$\text{x方向} \quad \rho \left( v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{v_\theta}{R} \frac{\partial v_x}{\partial \theta} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{v_\theta^2}{R} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\tau_{xx}}{R} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad (2.2)$$

\* 创刊十周年暨一百期纪念特刊(I)论文.

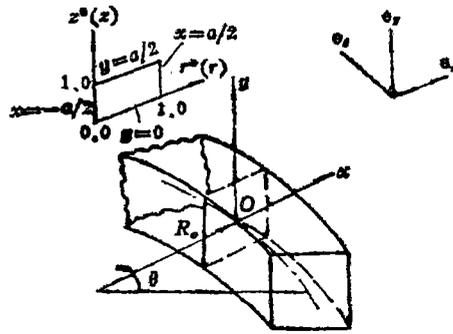


图1 坐标系

$$y \text{ 方向} \quad \rho \left( v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_\theta \frac{\partial v_y}{R \partial \theta} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\tau_{yz}}{R} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \quad (2.3)$$

$$\theta \text{ 方向} \quad \rho \left( v_x \frac{\partial v_\theta}{\partial x} + v_\theta \frac{\partial v_\theta}{R \partial \theta} + v_y \frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{R \partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta x}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{\theta y}}{\partial y} + \frac{2\tau_{\theta z}}{R} \quad (2.4)$$

动量方程中的剪切应力表示为

$$\tau_{xx} = 2\mu_{eff} \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (2.5)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu_{eff} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \quad (2.6)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu_{eff} \frac{\partial v_y}{\partial y} \quad (2.7)$$

$$\tau_{\theta z} = \mu_{eff} \left( R \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v_\theta}{R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial v_x}{\partial \theta} \right) \quad (2.8)$$

$$\tau_{\theta y} = \mu_{eff} \left( \frac{1}{R} \frac{\partial v_y}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right) \quad (2.9)$$

控制方程采用了部份抛物线型简化<sup>[2]</sup>, 在  $x$ 、 $y$  方向的动量方程中, 与主流方向 (周向  $\theta$ ) 正交的平面 ( $x$ ,  $y$ ) 平面上的剪应力都已略去, 这在本文业已经过试验表明是无分离回流的情况是适合的. 其次, 在主流方向 ( $\theta$ ) 动量方程中用间隔平均压强  $\bar{p}$  替代压强  $p$ ,  $\bar{p}$  和  $p$  在求解过程中不耦合, 从而使计算得以单向递进. 有效粘性系数

$$\mu_{eff} = \mu_t + \mu_i \quad (2.10)$$

$\mu_t$  为湍流粘性系数,

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \epsilon \quad (2.11)$$

$C_\mu$  为系数,  $\rho$  为流体密度,  $k$  为单位体积流体团湍动动能,

$$k \equiv \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} \quad (2.12)$$

$u_i'$  为  $i$  方向脉动速度,  $\epsilon$  为单位体积流体团湍动动能耗散率,  $\mu_i$  为分子粘性系数. 在方程 (2.1) ~ (2.9) 中  $v$  表示速度, 其下角标表示不同方向 (见图1),  $\tau$  表示剪切应力.

湍动动能  $k$  和动能耗散率  $\epsilon$  的传输方程如下:

$$\rho \left( v_x \frac{\partial k}{\partial x} + v_y \frac{\partial k}{\partial y} + \frac{v_\theta}{R} \frac{\partial k}{\partial \theta} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\Gamma_k}{R} \frac{\partial k}{\partial \theta} + G - \rho \epsilon \quad (2.13)$$

$$\rho \left( v_x \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + v_y \frac{\partial \epsilon}{\partial y} + \frac{v_\theta}{R} \frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + \frac{\Gamma_\epsilon}{R} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + C_1 \frac{\epsilon}{k} G - C_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k} \quad (2.14)$$

在 $k, \epsilon$ 的传输方程中, 略去了 $\theta$ 方向的扩散项,  $G$ 为湍动动能产生项

$$G = \mu_t \left[ 2 \left\{ \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial x} \right)^2 + \frac{v_\theta^2}{R^2} + 2 \frac{v_x^2}{R^2} - 2 \frac{v_\theta}{R} \frac{\partial v_\theta}{\partial x} \right] \quad (2.15)$$

其中

$$\Gamma_k = \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (2.16)$$

$$\Gamma_\epsilon = \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \quad (2.17)$$

$$\text{系数 } C_1 = 1.47, C_2 = 1.92, C_u = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.3 \quad (2.18)$$

将上述有关的偏微分方程写成守恒形式, 并在控制体积上积分, 得到相当的差分方程. 有限差分的一般表达式为

$$\phi_P = \left( \sum_{i=1}^6 A_i \phi_i + S_0 \right) / \sum_{i=1}^6 A_i \quad (2.19)$$

$\phi_P$ 表示节点 $P$ 上的一个待求的独立变量,  $P$ 点位于流场求解区域内部. 系数 $A_i$ 表示穿越控制体积元某一表面 $i$ 的对流与扩散对 $\phi$ 平衡的综合贡献,  $S_0$ 代表控制体积元内部 $\phi$ 的源项. 计算采用SIMPLE算法, 其细节见[3].

由于流动是关于管断面中心线对称的, 所以计算区域取正方形断面的一半, 以对称面 $y=0.00$ , 固壁 $y=+a/2$ ,  $x=\pm a/2$ 为界. 由 $X_H=-2.5$ 断面, 经过弯管段, 到 $X_H=15$ 断面 (这里 $X_H=X/D_H$ ,  $X$ 为纵向坐标, 负号表示位于弯管进口上游, 正号表示位于弯管出口下游,  $D_H=a$ ,  $D_H$ 为方形断面水力直径,  $a$ 为方形断面边长,  $a=30\text{mm}$ ). 计算所针对的180°弯曲方管模型的几何参数如下: 管轴线曲率半径 $R_0=150\text{mm}$ , 内半径 $r_i=135\text{mm}$ , 外半径 $r_o=165\text{mm}$ . 流动参数如下: 对于清水流动, 体积流量 $Q_w=1.6921/\text{s}$ , 雷诺数 $Re=5.64 \times 10^4$ ,  $Re=v^{-1} \cdot v_B \cdot a$ ,  $v_B$ 为断面体积平均速度,  $v$ 为运动粘性系数. 对于聚合物稀薄溶液, 体积流量 $Q_p=1.6981/\text{s}$ . ( $1\text{l}=1\text{dm}^3$ )

计算的上游边界条件,  $v_\theta, v_x$ 取实测值. 湍动动能由实测 $\bar{v}_\theta, \bar{v}_x$ 推算 ( $\bar{v}_i$ 为均方根脉动速度,  $\bar{v}_i = \sqrt{\overline{v_i'^2}}$ ), 对于缺测的 $v_y, \bar{v}_y$ 令为零. 湍动动能耗散率 $\epsilon$ 的估计采用:

$$\epsilon = C_D^{\frac{3}{2}} \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l_m} \quad (2.20)$$

$C_D=0.08$ . 湍流长度尺度

$$l_m = K D_H [\beta_x (1 - 1.2\beta_x) \beta_y (1 - 1.2\beta_y)]^{\frac{1}{2}} \quad (2.21)$$

$K=0.40$  为卡门常数;

$$\beta_x = \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{4x^2}{D_H^2} \right) \quad (2.22)$$

$$\beta_v = \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{4y^2}{D_1^2} \right) \quad (2.23)$$

对称面边界条件

$$v_y = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} = 0 \quad (2.24)$$

下游断面 ( $X_H = 15$ )

$$\partial/\partial\theta = 0 \quad (2.25)$$

### 三、壁 面 函 数

$k-\epsilon$ 模型只能应用于高雷诺数  $Re$  区域,靠近壁面流动的处理方法之一是引入壁面函数——最靠近壁面的数值节点  $P$  与壁面之间的垂直距离  $y_P$  和该点速度  $v_P$  的关系用对数函数表达:

$$v_P/v^* = A \ln(y_P v^*/\nu) + B \quad (3.1)$$

$v^*$  为摩阻速度

$$v^* = (\tau_w/\rho)^{1/2} \quad (3.1)'$$

$\tau_w$  为壁面剪切应力,  $A, B$  为常数.

清水和聚合物稀薄溶液流动的摩阻特性有差别,靠近固壁的速度分布也不同.

利用偏振差动式激光测速仪 PLDV (清华大学水力学教研组研制) 能够胜任测量边界层内速度分布的任务<sup>[4], [5]</sup>, 并由此可求得牛顿流体的  $\tau_w$  和  $v^*$ , 利用  $v^*$  即可将近壁区速度分布整理成对数规律 (壁面律) 分布形式.

流量  $Q_w = 1.692$  l/s, 清水流动在  $x_H = -7.5$  断面中心底部处, 由激光测速仪测得的  $\tau_w = 106.0 \times 10^{-5}$  N/cm<sup>2</sup>. 而按实测压强坡降折算得沿方管湿周平均剪切应力  $\bar{\tau}_w = 99.4 \times 10^{-5}$  N/cm<sup>2</sup>. 对比之下, 相对离差  $\Delta = 6.22\%$ . 考虑到方管中心部位剪切应力比角隅略高的事实, 这个结果是合理的.

对于聚合物稀薄溶液 (试验对象为 300w.ppm 聚丙烯酰胺溶液), 采用压力坡降法求得平均剪应力  $\bar{\tau}_w = 59.6 \times 10^{-5}$  N/cm<sup>2</sup>, 此时, 直管减阻率达到约 40%.

整理速度测量值, 得到如下壁面律:

$$\text{清水: } u^+ = 5.25 \log y^+ + 5.5 \quad (3.2)$$

$$\text{聚合物溶液: } u^+ = 5.20 \log y^+ + 11.8 \quad (3.3)$$

$$\text{这里 } u^+ = v_y/v^*, \quad y^+ = yv^*/\nu \quad (3.4 \sim 3.5)$$

$\nu$  为流体运动粘性系数,  $y$  为距固壁垂距.

式 (3.2) (3.3) 所示的壁面律示于图 2. 将上述二式做适当变换, 得到如下试算壁面函数:

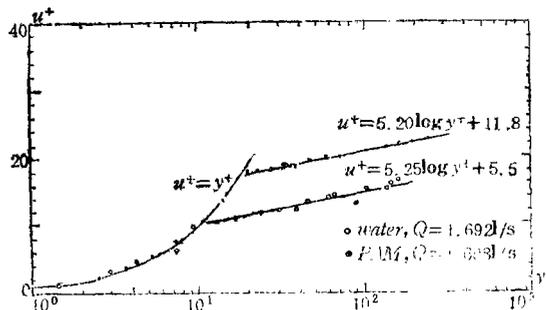


图 2 清水及聚合物溶液近壁速度分布

$$\text{清水} \quad \frac{v_P}{v^*} = 2.28 \ln \left( 11.16 \frac{y_P v^*}{\nu} \right) \quad (3.6)$$

$$\text{聚合物溶液} \quad \frac{v_P}{v^*} = 2.26 \ln \left( 185.2 \frac{y_P v^*}{\nu} \right) \quad (3.7)$$

由于，聚合物溶液流动的减阻现象是一种壁面效应，实测表明，在近壁区清水和溶液流动速度分布如此不同，启发研究者通过引入不同的壁面函数做为边界条件模拟上述两种流体的湍性流动，显示不同流体物质性对弯曲管流动的影响。

#### 四、数值计算结果分析

首先需要说明，为了便于和试验数据进行比较，为一致起见，采用了试验测量的坐标系系统测量与计算坐标系统的相互关系见图1。其中  $z^* = z/(a/2)$ ， $r^* = (r-r_1)/(r_0-r_1)$ 。

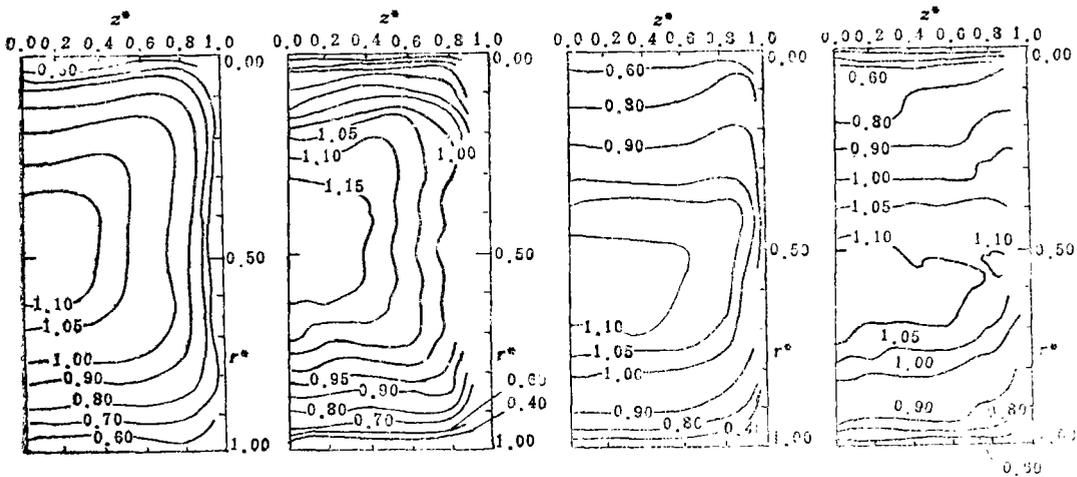
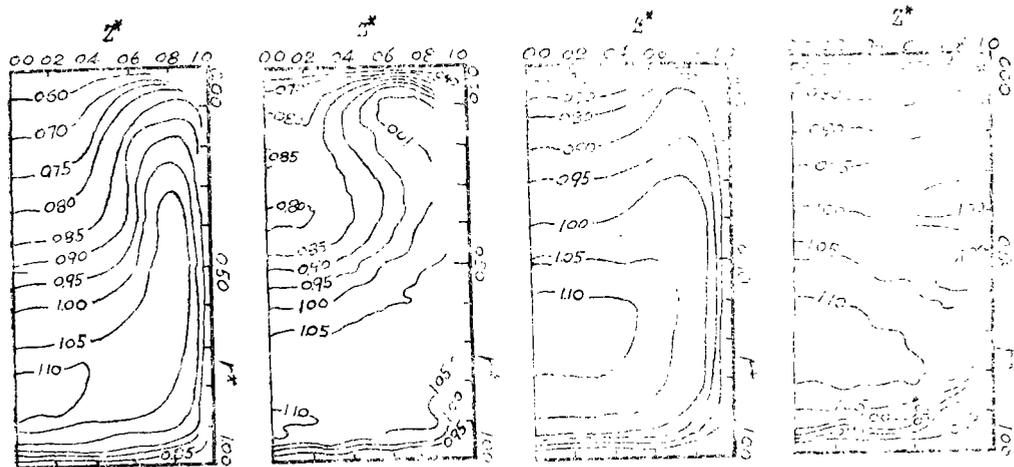
(a)  $\theta=0^\circ$  计算值(a')  $\theta=0^\circ$  测量值(b)  $\theta=45^\circ$  计算值(b')  $\theta=45^\circ$  测量值(c)  $\theta=90^\circ$  计算值(c')  $\theta=90^\circ$  测量值(d)  $\theta=180^\circ$  计算值(d')  $\theta=180^\circ$  测量值

图3 主流平均速度 ( $v_P/v_B$ ) 计算值与测量值等值线图 (水流, 180° 弯曲方管  $Re=5.64 \times 10^4$ )

由图3, 可看到计算得到的主流平均速度 ( $\bar{v}_\theta/v_B$ ) 反映了弯曲管水流流动的特征, 例如: 在弯管进口 ( $\theta=0^\circ$ ) 速度等值线保留向角隅突出的平直方管流动特征, 如图3(a), (a)'  $\theta=45^\circ$  断面, 速度分布重心移向凹壁面, 如图3(b), (b)'  $\theta=90^\circ$  断面, 速度峰值  $\bar{v}_{\theta, \max}=1.10v_B$  位于  $r^*=0.80$  与试验测量值  $\bar{v}_{\theta, \max}=1.10v_B$  位于  $r^*=0.90$  颇为接近, 如图3(c), (c)' 弯管出口 ( $\theta=180^\circ$ ) 速度分布重心仍维持靠向凹壁面的趋势, 但管核心处速度等值线的凹陷程度已大为缓和, 如图3(d), (d)' 从整体上看, 数值计算的结果与测量在水流主流流动预报方面的吻合程度是好的, 但是在局部细节上, 仍然存在缺陷, 例如: 速度分布的“过冲”现象 (即速度分布的“峰-谷-峰”形式), 尽管测量已经清楚地显示出这一现象, 如图3(c)', 而数值计算却未能成功地模拟这个流动现象。另外, 速度分布的定量比较, 也与测量结果存在一定差距, 如图4(a)~(d)。关于弯曲管清水及聚合物稀溶液流动 (下文将涉及) 速度分布的详细测量结果见[6]。

对于聚合物稀溶液的模拟建立在流动介质粘弹性对流动影响分区的概念基础上, 即认为粘弹性影响主要在固壁附近区域, 使次层和缓冲层增厚, 从而使流体向外排挤, 导致底层外缘乃至管核心的速度大于清水流动的速度, 壁面摩擦阻则相应减少, 即发生所谓“快水” (“quick water”) 现象<sup>[7]</sup>。速度分布改变通过对数规律的壁面函数引入计算模拟过程。

图4给出清水和聚合物稀溶液计算和测量的  $\bar{v}_\theta/v_B$  沿垂线 ( $z^*=0.00$ ) 分布的比较。

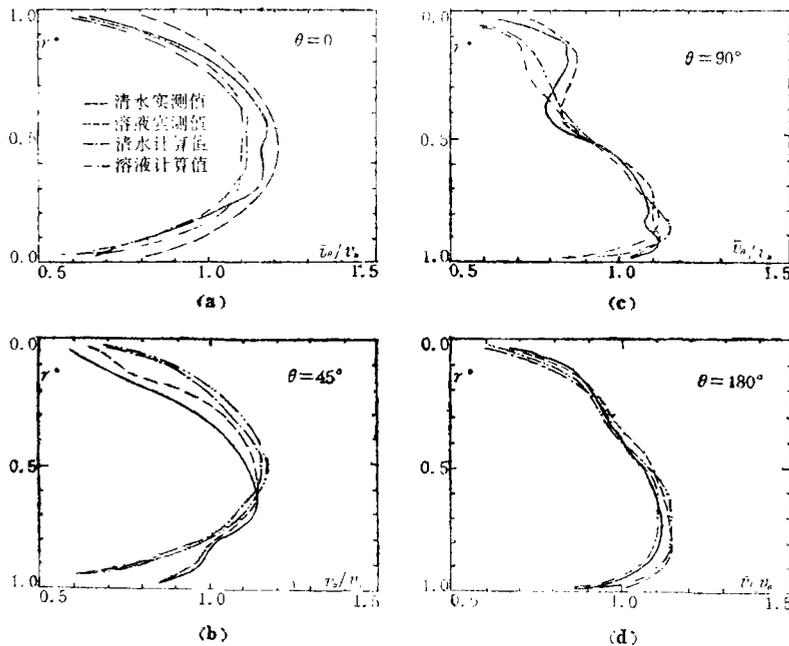


图4 清水和聚合物稀薄溶液  $180^\circ$  弯曲方管  $\bar{v}_\theta/v_B$  计算、测量速度分布比较  
(速度分布系沿  $z^*=0.00$  垂线)

图4表明, 聚合物溶液流动的计算速度分布与测量结果在整个弯管段上的变化趋势是一致的, 与实际测量值比较的误差与清水情况相当, 计算模拟能够显示溶液流动的特征, 例如:  $\theta=90^\circ$  断面速度分布的“凹陷”更加不明显, 弯管前段速度剖面更偏向凸壁面 (见图4(b)  $\theta=45^\circ$  断面), 后段速度剖面更偏向凹壁面 (见图4(d),  $\theta=180^\circ$  断面) 等反映聚合物稀溶液粘弹性记忆特征现象。

弯管段压强计算结果如图5, 溶液流动的径向压强差在  $\theta=45^\circ$  断面之后, 逐渐大于清水流

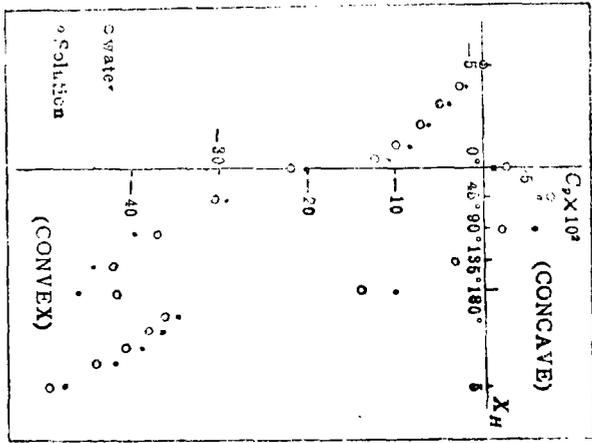


图5 无量纲参考压强系数 $C_p$ 计算值沿管中心  
 ( $z^* = 0.00$ ) 分布  
 ( $C_p = \Delta p / 2^{-1} \rho v_B^2$ , 清水 $Re = 5.64 \times 10^4$ ,  
 $Q_w = 1.69$  l/s; 聚合物稀溶液 $Q_p = 1.69$  l/s)

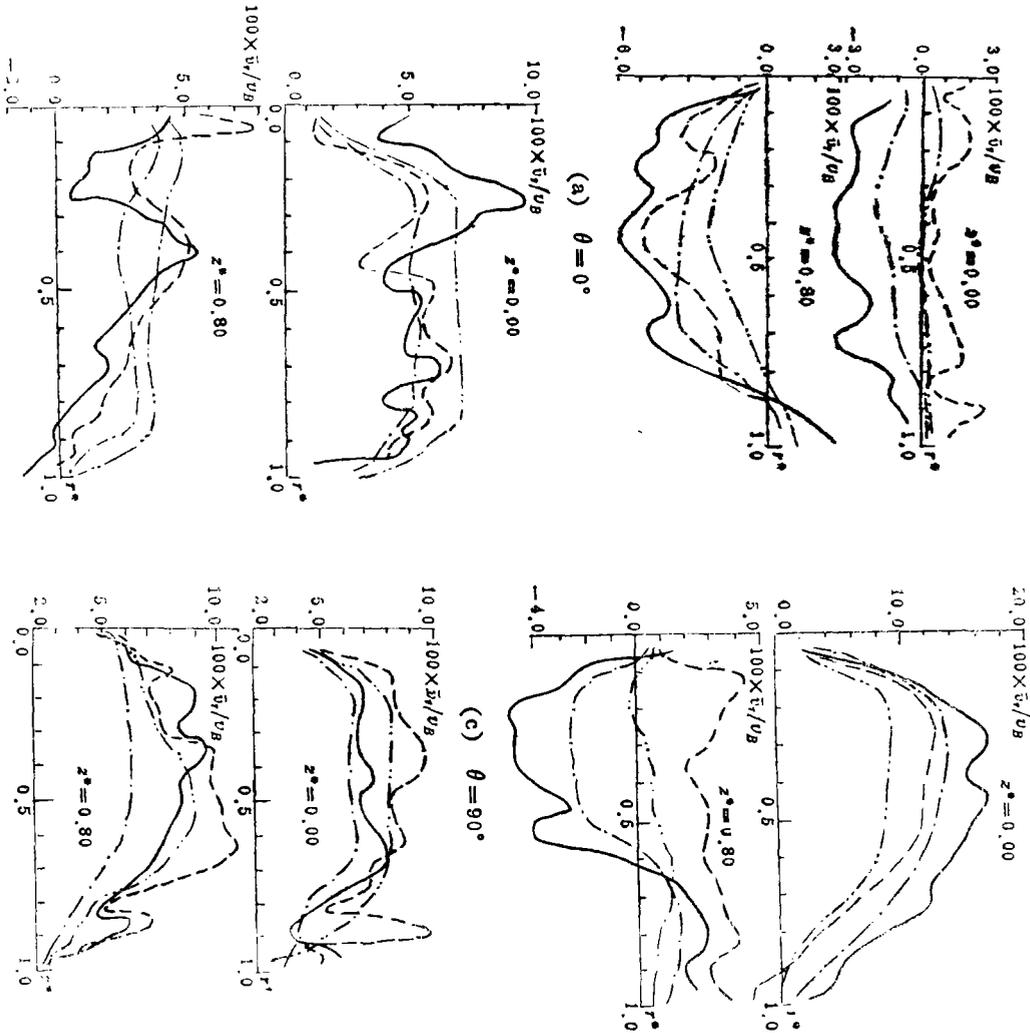


图6 径向平均速度 $(\bar{u}_r/v_B)$ 分布比较 (清水 $Re = 5.64 \times 10^4$ ,  $Q_w = 1.69$  l/s; 溶液 $Q_p = 1.69$  l/s)

动，这与溶液流动的主流速度剖面在上述断面上更加丰满突出有关，并且对于下述有关溶液流动的径向平均速度略大于清水的现象也能够给以说明。

径向平均速度  $\bar{v}_r/v_B$  的计算与测量结果的比较见图6。

尽管在弯曲管流动当中，断面次生流动比起主流流动是低一至二阶的小量，在模拟计算上的困难要比主流要大得多，然而由图6(a~d)可以看到，无论清水还是溶液，在径向流动的发展趋势上，计算结果与测量都保持一致。特别是反映了弯管后半段 ( $\theta \geq 90^\circ$ )，在相同流量情况下，溶液流径向流动速度逐渐超过清水流动的特点。

引起注意的是，本文通过不同的壁面边界条件运用  $k-\epsilon$  模型来模拟两种湍性流动，速度的计算值和测量值之间存在差距，在某些断面（例如： $\theta=90^\circ$ ）差距还比较大。对于运用湍流模型方程模拟弯曲管流动的得失，曾有研究者进行过有益的探讨<sup>[8]</sup>。在本文的结尾部份，作者意欲提醒研究者对于湍流模式本身的注意。不难理解，在弯曲管内（即使没有分离和回流发生）存在着由于离心惯性力和径向压强梯度不平衡而引起的涡漩。这种涡漩在径向和横向的尺度与断面尺寸相当，因此，应当称为“流动中的大尺度涡漩”。大尺寸涡漩的流动行为一般是各向异性的，并且弛豫时间也比较长。这一点由实际测量得到的  $180^\circ$  弯曲方管主流平均速度 ( $\bar{v}_\theta/v_B$ ) 剖面沿程发展的情况可以看出来。弯曲管对下游流动的影响直到  $X_H=25$ ，即  $25D_H$  的远处仍旧十分显著。如图7，大尺寸涡漩产生和耗散的全过程应当被看做是非平衡态过程。<sup>[9]</sup>由此反观，在  $k-\epsilon$  湍流模式理论中，被普遍采用的各向同性的有效粘性系数  $\mu_{eff}$  假设，显然是忽略了大涡漩各向异性所带来的影响。此外，人们习以为常的，以粘性系数  $\mu$  联系应变率张量表达应力张量的梯度假设

$$\tau_{ij} = \mu_{eff} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (4.1)$$

在非平衡状态下也会导致较大的偏差。

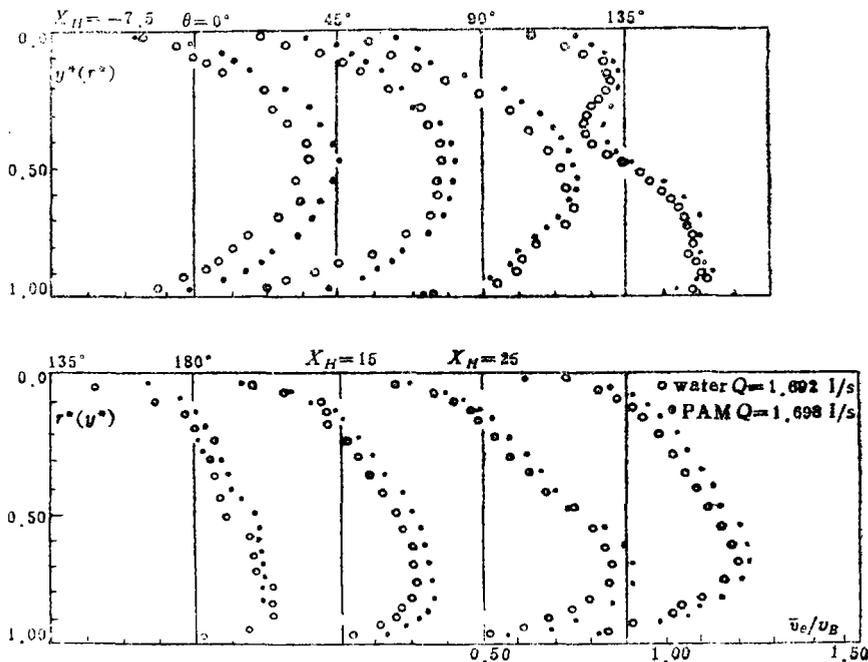


图7 清水及聚合物稀薄溶液 (300w ppmPAM) 实测速度剖面 ( $\bar{v}_r/v_B$ ) ( $z^*=0.00$ )

全部计算在Cyber-1742计算机上进行。断面网格节点 $30 \times 15$  (径向 $\times$ 横向), 弯曲段计算断面90个, 直段计算断面10个。迭代判据 $10^{-4}$  (针对断面体积流量)。

## 五、结 论

(1) 利用 $k-\epsilon$ 湍流模型及部份抛物线计算程式对于弯曲管流动的模拟, 反映了流动特征。根据近壁流动的特点, 以不同的壁面函数做为边界条件, 模拟聚合物稀薄溶液和水在弯曲方管中的湍性流动, 取得具有物理合理性的、与测量吻合较好的结果。

(2) 对弯曲管流动这样的大尺寸涡流起重要作用的流动, 运用各向同性有效粘性假定和速度梯度形式湍流应力表达的 $k-\epsilon$ 湍流模型对流动现象, 特别是弯曲管后段的流动现象的预报有较大偏差。因此, 在湍流模型的研究方面仍需要更深入的工作。

致 谢 本文工作得到上海市应用数学和力学研究所流体力学研究室的关心和帮助。成都科学技术大学赵海衡老师给予了无私的帮助。上海市科学技术委员会提供了财政支持 (项目8426)。作者对他们表示由衷的谢意。

## 参 考 文 献

- [1] 吴望一、温功碧, 应用数学和力学2, 5 (1981).
- [2] Patankar, S. V. and D. B. Spalding, *Int. J. Heat and Mass Trans.*, 15 (1972).
- [3] Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill Book Company (1980).
- [4] Feng Tong, *Proc. 3rd Asian Conference of Fluid Mechanics*, Tokyo (1986, 9).
- [5] 董曾南等, 力学学报, 6 (1982)
- [6] 冯桐, 上海工业大学博士学位论文 (1988).
- [7] Seiling, R. H. J., D. W. Hoyt and O. Scrivener, *J. Hydraulic Research*, 20, 1, 3 (1982).
- [8] Chen, C. J. (陈景仁), Prediction of Turbulent Flows, Lecture Note in The University of Iowa, Dec. (1987).
- [9] 蔡树棠, 《湍流理论》, 中国科技大学近代力学系 (1985).

## The Numerical Simulation of Turbulent Flows of Newtonian and a Sort of Non-Newtonian Fluid in 180-Degree Square Sectioned Bend

Feng Tong            Chien wei-zang            Sun Hou-jun

*(Shanghai University of Technology; Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai)*

### Abstract

Using  $k-\epsilon$  model of turbulence and measured wall functions, turbulent flows of Newtonian (pure water) and a sort of non-Newtonian fluid (dilute, drag-reduction solution of polymer) in a 180-degree curved bend were simulated numerically. The calculated results agreed well with the measured velocity profiles. On the basis of calculation and measurement, appropriateness of turbulence model to complicated flow in which the large-scale vortex exists was analyzed and discussed.

**Key words** turbulent flows, Newtonian fluid, numerical simulation